

ANALISIS STATISTIK PADA ALIRAN LAPISAN
SEMPADAN MAGNETOHIDRODINAMIK
DALAM NANO BENDALIR MONO
DAN HIBRID MERENTASI
PLAT BERGERAK
MENDATAR

IZAMARLINA BINTI ASSHAARI

UNIVERSITI KEBANGSAAN MALAYSIA

ANALISIS STATISTIK PADA ALIRAN LAPISAN SEMPADAN MAGNETO-
HIDRODINAMIK DALAM NANO BENDALIR MONO DAN HIBRID
MERENTASI PLAT BERGERAK MENDATAR



IZAMARLINA BINTI ASSHAARI

TESIS YANG DIKEMUKAKAN UNTUK MEMPEROLEHI
IJAZAH DOKTOR FALSAFAH

FAKULTI KEJURUTERAAN DAN ALAM BINA
UNIVERSITI KEBANGSAAN MALAYSIA
BANGI

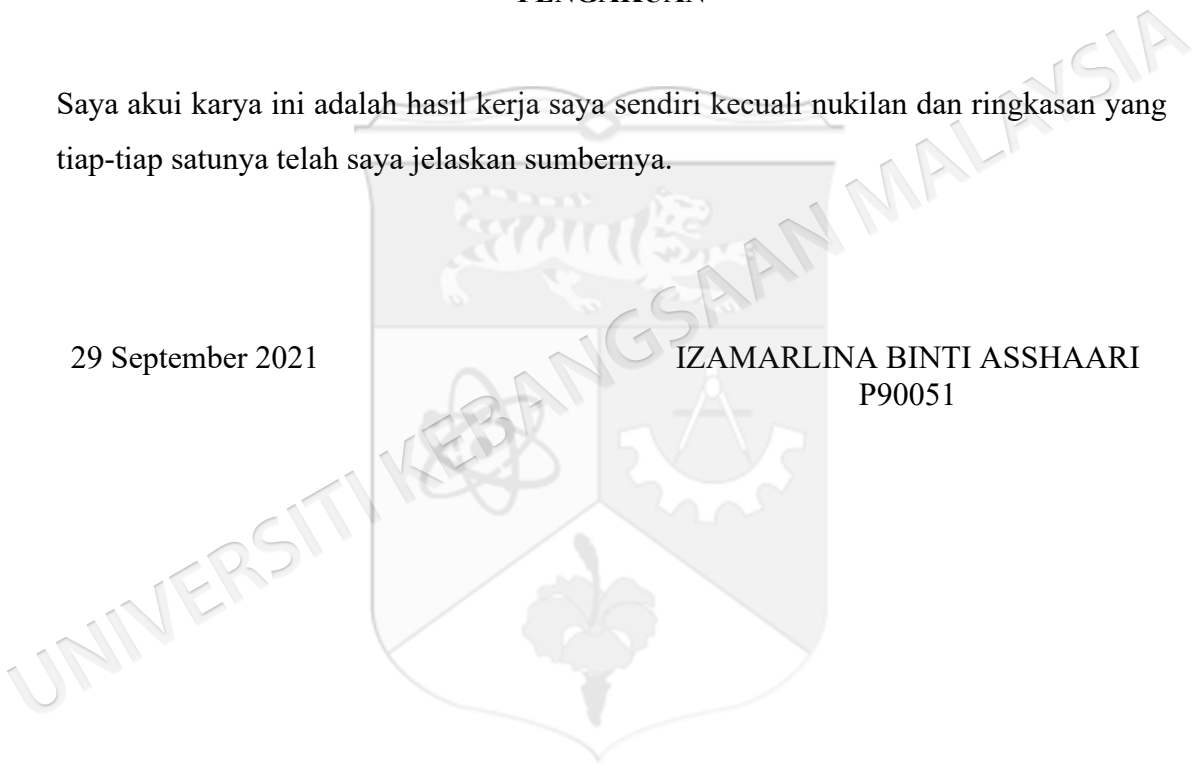
2021

PENGAKUAN

Saya akui karya ini adalah hasil kerja saya sendiri kecuali nukilan dan ringkasan yang tiap-tiap satunya telah saya jelaskan sumbernya.

29 September 2021

IZAMARLINA BINTI ASSHAARI
P90051



PERAKUAN TESIS SARJANA / DOKTOR FALSAFAH
(CERTIFICATION OF ~~MASTERS~~ / DOCTORAL THESIS)

Nama Penuh Pengarang
(Author's Full Name) : IZAMARLINA BINTI ASSHAARI

No. Pendaftaran Pelajar
(Student's Registration No.) : P90051 Sesi Akademik
(Academic Session) : 20172018

Tajuk Tesis
(Thesis Title) : ANALISIS STATISTIK PADA ALIRAN LAPISAN SEMPADAN
MAGNETOHIDRODINAMIK DALAM NANO BENDALIR MONO
DAN HIBRID MERENTASI PLAT BERGERAK MENDATAR

Merujuk kepada Klausa 4.2 Dasar Harta Intelek Pelajar UKM (Tambahan), tesis adalah hak milik pelajar. Saya mengaku tesis ini sebagai:
(With regard to Clause 4.2 of the UKM Student Intellectual Property Policy (Supplementary), the thesis is the student's property. I hereby declare this thesis as:)

- ☐ **RAHSIA
(CONFIDENTIAL)** Mengandungi maklumat rahsia di bawah AKTA RAHSIA RASMI 1972
(Consisting of classified information under the OFFICIAL SECRETS ACT 1972)
- ☐ **TERHAD
(RESTRICTED)** Mengandungi maklumat TERHAD yang telah ditentukan oleh organisasi/badan di mana penyelidikan dijalankan
(Consisting of RESTRICTED information which has been determined by the organisation/body where the research was conducted)
- ☒ **AKSES
TERBUKA
/TIDAK
TERHAD
(OPEN
ACCESS/
NON-
RESTRICTED)** Saya membenarkan tesis ini diterbitkan secara akses terbuka, teks penuh atau dibuat salinan untuk tujuan pengajian, pembelajaran, penyelidikan sahaja.
(I allow this thesis to be published through open access, full text or copied for study, learning and research purposes only.)

Bagi kategori Akses Terbuka/Tidak Terhad, saya membenarkan tesis (Sarjana/Doktor Falsafah) ini di simpan di Perpustakaan Universiti Kebangsaan Malaysia (UKM)* dengan syarat-syarat kegunaan seperti berikut:

(For the Open Access/Non-Restricted category, I allow this (Master's/Doctoral) Thesis to be kept in the Universiti Kebangsaan Malaysia (UKM) Library with the following usage conditions:)

1. Perpustakaan UKM mempunyai hak untuk membuat salinan untuk tujuan pengajian, pembelajaran, penyelidikan sahaja.
(UKM Library has the right to reproduce the thesis for study, learning and research purposes only.)
2. Perpustakaan Universiti Kebangsaan Malaysia dibenarkan membuat satu (1) salinan tesis ini untuk tujuan pertukaran antara institusi pengajian tinggi dan mana-mana badan/ agensi kerajaan, tertakluk kepada terma dan syarat.
(UKM Library is allowed to make one (1) copy of this thesis for exchange purpose among higher education institutions and any government body/agency, subject to terms and conditions.)

DISAHKAN OLEH:
(VERIFIED BY:)



TANDATANGAN PELAJAR
(STUDENT'S SIGNATURE)



TANDATANGAN PENYELIA /
PENGURUSI JK SISWAZAH
(SUPERVISOR'S / CHAIRPERSON
SUPERVISION COMMITTEE
SIGNATURE)

820617-08-5870

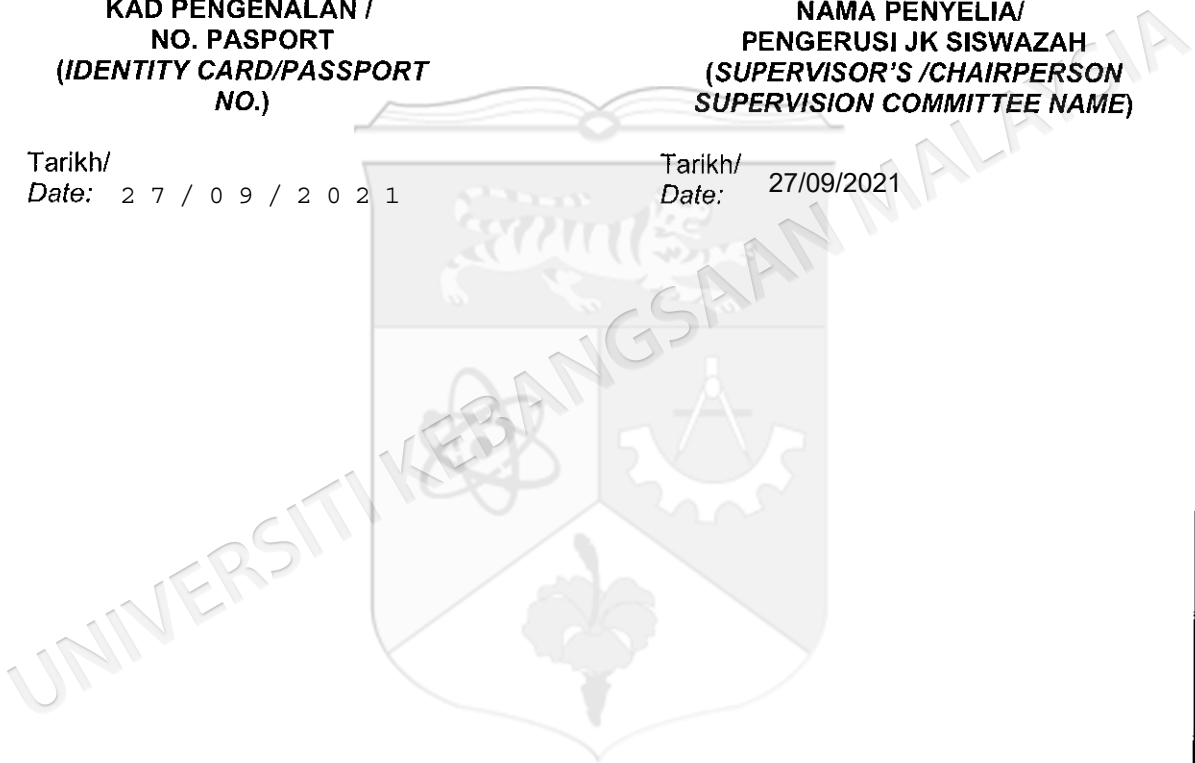
KAD PENGENALAN /
NO. PASPORT
(IDENTITY CARD/PASSPORT
NO.)

DR. MUHAMAD ALIAS MD JEDI

NAMA PENYELIA/
PENGURUSI JK SISWAZAH
(SUPERVISOR'S /CHAIRPERSON
SUPERVISION COMMITTEE NAME)

Tarikh/
Date: 27 / 09 / 2021

Tarikh/
Date: 27/09/2021



PENGHARGAAN

Dengan nama Allah yang Maha Pemurah lagi Maha Penyayang,

Alhamdulillah syukur ke hadrat Illahi kerana dengan limpah kurnianya, saya diberi kemampuan untuk menyiapkan penulisan tesis ini. Jutaan terima kasih dan penghargaan yang tidak terhingga kepada penyelia utama saya, Dr. Muhamad Alias Md Jedi di atas segala kesabaran, sokongan, bimbingan dan nasihat yang sangat berguna dari awal pengajian sehingga akhir penulisan tesis ini. Segala semangat, bantuan, strategi dan kebijaksanaan beliau telah banyak mengajar saya untuk menjadi penyelidik yang baik. Tidak dilupakan juga kepada kedua-dua penyelia bersama saya iaitu, Prof. Dr. Huda Abdullah dan Prof. Ir. Dr. Ahmad Kamal Ariffin di atas segala bantuan kepakaran yang diberikan.

Terima kasih kepada pihak Kementerian Pengajian Tinggi dan Universiti Kebangsaan Malaysia atas kemudahan cuti belajar dan biasiswa yang diberi. Saya juga mengucapkan terima kasih kepada seluruh kakitangan Fakulti Kejuruteraan dan Alam Bina, Universiti Kebangsaan Malaysia yang sudi berkongsi pengalaman serta sokongan penuh sepanjang pengajian ini. Terima kasih juga pada rakan-rakan sejawat di Jabatan Pendidikan Kejuruteraan serta rakan-rakan seperjuangan yang banyak membantu dalam memberikan dorongan dan nasihat sepanjang tempoh pengajian ini.

Penghargaan juga ditujukan khas kepada suami tersayang, Musnizam bin Md Saad dan kedua anak perempuan, Izz Damia Hanni dan Izz Dhiya Hanna atas kesabaran, sokongan, bantuan, toleransi, cinta dan doa kalian. Begitu juga kepada ibu bapa tercinta, En. Asshaari bin Husin dan Pn. Hasnah binti Hasan, adik-adik dan keluarga mertua yang tidak jemu memberikan nasihat, semangat dan sokongan fizikal serta mental sepanjang tempoh pengajian saya. Sesungguhnya segala pengorbanan yang telah dilakukan amat saya sanjungi dan akan saya ingati sepanjang hayat ini.

ABSTRAK

Magnetohidrodinamik merupakan satu kajian tentang pergerakan bendalir pengkonduksi elektrik seperti logam cecair, elektrolit, plasma yang bertindak balas dengan medan magnet, dan digunakan secara meluas dalam bidang kejuruteraan seperti pembekuan reaktor atom, generator magnetohidrodinamik, turas elektrostatik dan industri petroleum. Kajian mengenai magnetohidrodinamik terhadap aliran dan pemindahan haba bagi nanobendalir mono dan hibrid dalam aliran bersama masih belum dikaji secara meluas. Selain itu, kajian secara eksperimen pula memerlukan masa yang agak panjang di samping kos yang agak mahal. Oleh itu, kajian magnetohidrodinamik bagi nanobendalir mono dan hibrid boleh dibuat secara simulasi dengan menggunakan permodelan matematik. Tujuan utama kajian ini adalah untuk melihat tingkah laku pemindahan haba dalam aliran lapisan sempadan magnetohidrodinamik bagi nanobendalir mono dan hibrid. Dua model nanobendalir digunakan dalam kajian ini iaitu model nanobendalir Tiwari dan Das dan model nanobendalir aliran bersama. Model matematik nanobendalir yang melibatkan persamaan pembezaan separa menaakluk diterbitkan. Kemudian, model matematik ini dijelmakan kepada persamaan pembezaan biasa peringkat tinggi melalui kaedah penjelmaan keserupaan yang kemudiannya diselesaikan secara berangka dengan menggunakan kaedah atur cara *boundary value problem with fourth-order accuracy* (bvp4c) dalam perisian MATLAB. Atur cara bvp4c ini menggunakan kaedah Lobatto IIIa. Dalam bvp4c, sistem persamaan pembezaan peringkat tinggi perlu diturunkan kepada sistem persamaan pembezaan biasa peringkat pertama. Penyelesaian bagi kedua-dua model matematik memberikan penyelesaian keserupaan yang wujud secara berpasangan iaitu penyelesaian pertama dan kedua. Hasil dapatan daripada kaedah berangka menunjukkan apabila pecahan isi padu nanotiub karbon dinding tunggal, ϕ ditetapkan pada nilai 0.2, dengan kehadiran kesan medan magnet, $M = 0.00, 0.01$, dan 0.02 nilai kritikal untuk penyelesaian dual bagi parameter halaju, λ_c masing-masing ialah $\lambda_c = -0.6415, -0.6144$ dan -0.5879 . Selain itu, hasil dapatan untuk nanobendalir hibrid mendapati apabila nanotiub karbon multidinding, ϕ_2 ditetapkan pada 0.2, nilai kritikal untuk $M = 0.00, 0.01$ dan 0.02 masing-masing ialah $\lambda_c = -0.7615, -0.7962$ dan -0.8319 . Selanjutnya, melalui model aliran bersama, dengan nilai $\phi = \phi_2 = 0, 0.1$ dan 0.2 , didapati keputusan yang hampir sama diperoleh seperti model Tiwari dan Das. Namun, keputusan nilai gerakan Brown dan termoforesis pada nilai $M = 0.01$ akan mengurangkan nombor Nusselt setempat manakala nombor Sherwood setempat akan meningkat. Seterusnya, analisis statistik bagi data nombor Nusselt dan nombor Sherwood setempat menunjukkan nilai pekali korelasi R berada dalam julat antara 0.7239 hingga 0.9999 . Hasil keputusan ujian-t menunjukkan nilai-p kurang daripada 0.05 . Ujian kenormalan bagi data yang sama menunjukkan bahawa data adalah bertaburan normal. Hasil daripada kajian ini dapat memberikan pengetahuan ilmiah baharu terhadap bidang penyelidikan nanobendalir dan pemindahan haba dan secara tidak langsung menyumbang kepada industri kejuruteraan bendalir. Cadangan kajian lanjutan yang boleh dijalankan pada masa akan datang ialah menggunakan permasalahan yang sama tetapi ke atas permukaan yang berbeza tetapi seperti permukaan jarum nipis dan permukaan silinder.

STATISTICAL ANALYSIS ON MAGNETOHYDRODYNAMIC BOUNDARY-LAYER FLOW IN MONO AND HYBRID NANOFLUID PAST A MOVING HORIZONTAL PLATE

ABSTRACT

Magnetohydrodynamics is a study of the electrically conductive fluids such as liquid metals, electrolytes, plasma that react to magnetic fields and widely used in engineering fields such as atomic reactor freezing, magnetohydrodynamic generators, electrostatic filters and the petroleum industry. The study of heat transfer in the magnetohydrodynamic flow considering mono and hybrid nanofluids in co-flowing model have not extensively investigated. Plus, the experimental studies usually time consuming and costly. Therefore, magnetohydrodynamic studies of mono and hybrid nanofluids can be simulated using mathematical modeling. Hence, the main focus of this study is to determine the heat transfer in magnetohydrodynamic boundary layer flow of mono and hybrid nanofluids. Two nanofluid models have been used in this study, namely Tiwari and Das model and co-flowing model. The mathematical modelling is developed to derive the governing partial differential equations. These model were transformed into a system of nonlinear ordinary differential equations via similarity transformation, which are then solved numerically using the boundary value problem with fourth-order accuracy (bvp4c) solver in MATLAB software. This bvp4c solver is a finite difference code that implements the three-stage Lobatto IIIa. The higher-order ordinary differential equations system has to be reduced as systems of first-order ordinary differential equations. The solution for both mathematical models provide a dual similarity solution namely, the first and second solution. The numerical results found that when volume fraction of single-walled carbon nanotubes, ϕ is fixed at 0.2, in the presence of magnetic parameter, $M = 0.00, 0.01$ and 0.02 , the critical values for moving parameter, λ_c were $\lambda_c = -0.6415, -0.6144$ and -0.5879 respectively. The findings for hybrid nanofluids found that when multi-walled carbon nanotubes, ϕ_2 is fixed $\phi_2 = 0.2$, the critical values for $M = 0.00, 0.01$ and 0.02 were $\lambda_c = -0.7615, -0.7962$ and -0.8319 , respectively. Furthermore, through the co-flowing model, with values $\phi = \phi_2 = 0, 0.1$ and 0.2 , similar results were obtained as Tiwari and Das model. However, when $M = 0.01$, it was found that increasing the values of Brownian motion parameter and thermophoresis parameter would reduce the local Nusselt number while the local Sherwood number would increase. Furthermore, the statistical analysis of local Nusselt and local Sherwood numbers show that the value of the correlation coefficient R is in the range of 0.7239 to 0.9999 . The t-test results show a p-value is less than 0.05 . The normality test for the same data shows that the data are normally distributed. The results obtained from this study may lead to new knowledge and indirectly contribute to the fluid engineering industry. Further research that can be carried out in the future is to apply the same problem but on different surfaces but such as thin needle and cylindrical surfaces.

KANDUNGAN

	Halaman
PENGAKUAN	ii
PENGHARGAAN	iii
ABSTRAK	iv
ABSTRACT	v
KANDUNGAN	vi
SENARAI JADUAL	x
SENARAI SINGKATAN	xxii

BAB I	PENDAHULUAN	
1.1	Pengenalan	1
1.2	Pemindahan Haba	4
1.3	Nanobendalir	4
	1.3.1 Nanobendalir Hibrid	6
	1.3.2 Model Tiwari dan Das	6
	1.3.3 Model Matematik Nanobendalir Aliran Bersama	7
1.4	Magnetohidrodinamik	7
1.5	Radiasi terma	8
1.6	Gelinciran	8
1.7	Nanotiub Karbon	9
1.8	Parameter tak Bermatra	10
	1.8.1 Nombor Prandtl	10
	1.8.2 Nombor Reynolds	11
	1.8.3 Nombor Nusselt	12
	1.8.4 Nombor Sherwood	12
1.9	Permasalahan dan Sumbangan Kajian	12
1.10	Objektif Kajian	14
1.11	Skop Kajian	15
1.12	Rangka Kajian	15
BAB II	KAJIAN KEPUSTAKAAN	
2.1	Pengenalan	17
2.2	Aliran Lapisan Sempadan bagi Nanobendalir	17

2.3	Pemindahan Haba merentasi Permukaan Plat Bergerak	21
2.4	Aliran Lapisan Sempadan Magnetohidrodinamik	25
2.5	Aliran Nanobendalir dengan Kesan Radiasi Terma	30
2.6	Aliran Nanobendalir dengan Kesan Gelinciran	33
2.7	Kesimpulan	36

BAB III PERSAMAAN MENAKLUK DAN KAEDAH BERANGKA

3.1	Pengenalan	38
3.2	Model Matematik Nanobendalir Tiwari dan Das	38
3.2.1	Persamaan Asas	38
3.2.2	Kaedah Penghampiran Lapisan Sempadan	43
3.2.3	Syarat Sempadan	49
3.2.4	Persamaan Lapisan Sempadan	50
3.2.5	Pekali Termofizikal	51
3.2.6	Penjelmaan Keserupaan	52
3.2.7	Persamaan Keserupaan	53
3.2.8	Kuantiti Fizikal	55
3.2.9	Kaedah Berangka: Penyelesaian Masalah Nilai Sempadan menggunakan MATLAB bvp4c	56
3.3	Model Matematik Nanobendalir Aliran Bersama	59
3.3.1	Persamaan Asas	59
3.3.2	Penjelmaan Keserupaan	62
3.3.3	Persamaan Keserupaan	63
3.3.4	Kuantiti Fizikal	64
3.3.5	Kaedah Berangka: Penyelesaian Masalah Nilai Sempadan menggunakan MATLAB bvp4c	64
3.4	Analisis Statistik	66
3.4.1	Ujian Kenormalan	66
3.4.2	Perbezaan Min antara Penyelesaian Pertama dan Kedua	69
3.4.3	Regresi Linear Berganda dan Regresi Kuadratik	70
3.5	Analisis Komponen Utama	72
3.6	Kesimpulan	73

BAB IV ALIRAN MAGNETOHIDRODINAMIK DENGAN TINDAK BALAS RADIASI TERMA DALAM NANOENDALIR MONO

4.1	Pengenalan	74
4.2	Kesan MHD ke atas Aliran Nanobendalir Mono	74
4.2.1	Formulasi Masalah	75

	4.2.2 Keputusan dan Perbincangan	76
4.3	Kesan Gerakan Brown dan Termoforesis ke atas Nanobendalir Mono	91
	4.3.1 Formulasi Masalah	92
	4.3.2 Keputusan dan Perbincangan	94
4.4	Kesimpulan	119
BAB V	KESAN MAGNETOHIDRODINAMIK PADA ALIRAN DUA MATRA DENGAN KEHADIRAN RADIASI TERMA DALAM NANOBENDALIR HIBRID	
5.1	Pengenalan	121
5.2	Kesan MHD ke atas Aliran Nanobendalir Hibrid	121
	5.2.1 Formulasi Masalah	122
	5.2.2 Keputusan dan Perbincangan	126
5.3	Kesan Gerakan Brown dan Termoforesis ke atas Nanobendalir Hibrid	143
	5.3.1 Formulasi Masalah	144
	5.3.2 Keputusan dan Perbincangan	146
5.4	Kesimpulan	168
BAB VI	ANALISIS PENYELESAIAN DUAL BAGI ALIRAN MHD DAN PEMINDAHAN HABA MENGGUNAKAN ANALISIS BERSTATISTIK	
6.1	Pengenalan	170
6.2	Ujian Kenormalan	170
	6.2.1 Ujian Kenormalan dalam Nanobendalir SWCNT-air	171
	6.2.2 Ujian Kenormalan dalam Nanobendalir Hibrid SWCNT-MWCNT/air	179
6.3	Perbezaan Min antara Penyelesaian Pertama dan Kedua	186
6.4	Analisis Regresi	190
6.5	Analisis Komponen Utama	192
6.6	Kesimpulan	195
BAB VII	KESIMPULAN	
7.1	Pengenalan	197

7.2	Ringkasan dan Kesimpulan	197
7.3	Kajian Lanjutan	199

RUJUKAN		201
----------------	--	-----

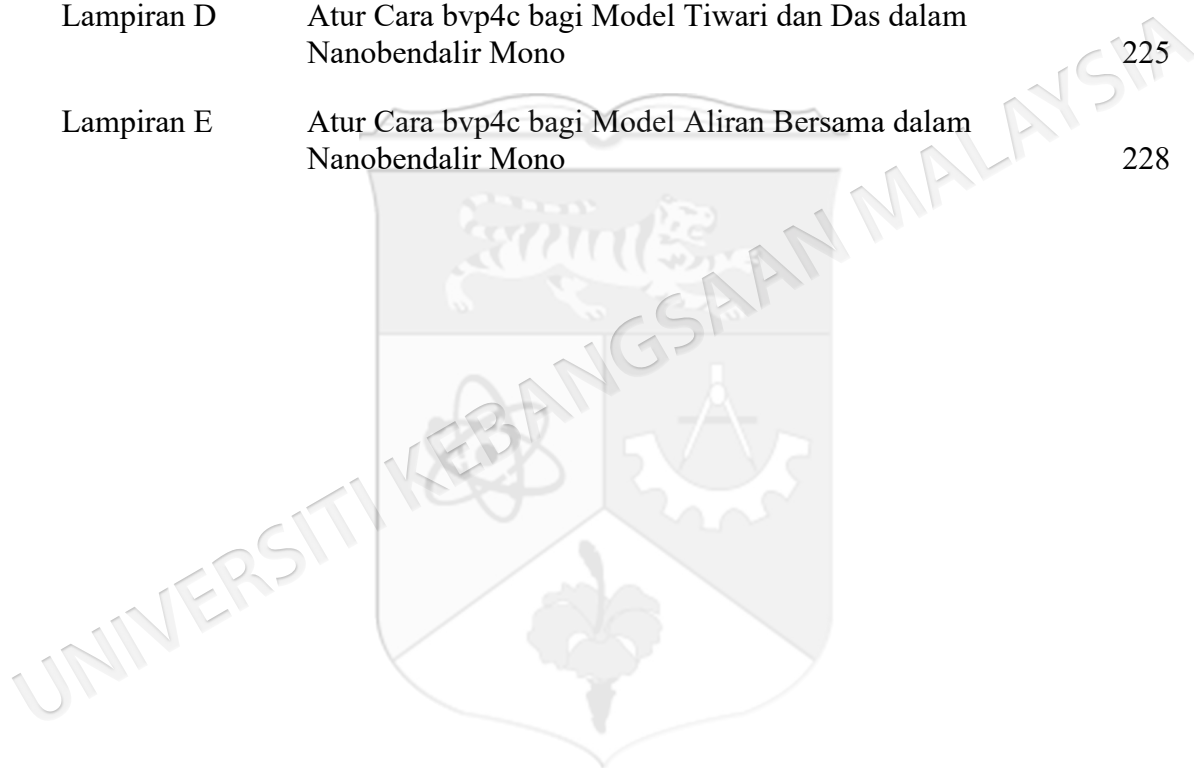
Lampiran A	Senarai Penerbitan	214
------------	--------------------	-----

Lampiran B	Penerbitan Persamaan Kecerupaan Model Matematik Nanobendalir Tiwari Dan Das	215
------------	---	-----

Lampiran C	Penerbitan Persamaan Kecerupaan Model Matematik Nanobendalir Aliran bersama	220
------------	---	-----

Lampiran D	Atur Cara bvp4c bagi Model Tiwari dan Das dalam Nanobendalir Mono	225
------------	---	-----

Lampiran E	Atur Cara bvp4c bagi Model Aliran Bersama dalam Nanobendalir Mono	228
------------	---	-----



SENARAI JADUAL

No. Jadual		Halaman
Jadual 3-1	Analisis peringkat magnitud bagi persamaan keselantaran	44
Jadual 3-2	Analisis peringkat magnitud bagi persamaan momentum	45
Jadual 3-3	Analisis peringkat magnitud bagi persamaan momentum- y	46
Jadual 3-4	Analisis peringkat magnitud bagi persamaan tenaga	48
Jadual 4-1	Pemalar bagi sifat termofizikal untuk air, SWCNT dan MWCNT	76
Jadual 4-2	Perbandingan nilai $f''(0)$ untuk SWCNT dalam bendalir asas dengan ketidakhadiran kesan magnet M , radiasi terma Nr dan gelinciran σ	77
Jadual 4-3	Perbandingan nilai $f''(0)$ untuk SWCNT-air dengan ketidakhadiran kesan magnet M , radiasi terma Nr , gelinciran σ , Gerakan Brown Nb dan termoforesis Nt	95
Jadual 5-1	Perbandingan nilai pekali geseran kulit setempat $f''(0)$ untuk beberapa nilai parameter λ apabila $\phi_2 = M = Nr = \sigma = 0$	127
Jadual 5-2	Perbandingan nilai $f''(0)$ untuk beberapa nilai λ apabila $\phi_2 = M = Nr = \sigma = Nb = Nt = Le = 0$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air.	146
Jadual 6-1	Ujian Kenormalan Shapiro-Wilk dan Anderson Darling ke atas Nombor Nusselt setempat ke atas parameter ϕ bagi SWCNT-air	173
Jadual 6-2	Ujian Kenormalan Shapiro-Wilk dan Anderson Darling ke atas Nombor Nusselt setempat ke atas parameter σ bagi SWCNT-air	173
Jadual 6-3	Ujian Kenormalan Shapiro-Wilk dan Anderson Darling ke atas Nombor Nusselt setempat ke atas parameter Nb bagi SWCNT-air	174
Jadual 6-4	Ujian Kenormalan Shapiro-Wilk dan Anderson Darling ke atas Nombor Sherwood setempat ke atas parameter ϕ bagi SWCNT-air	177
Jadual 6-5	Ujian Kenormalan Shapiro-Wilk dan Anderson Darling ke atas Nombor Sherwood setempat ke atas parameter σ bagi SWCNT-air	177

Jadual 6-6	Ujian Kenormalan Shapiro-Wilk dan Anderson Darling ke atas Nombor Sherwood setempat ke atas parameter Nb bagi SWCNT-air	178
Jadual 6-7	Ujian Kenormalan Shapiro-Wilk dan Anderson Darling ke atas Nombor Nusselt setempat bagi SWCNT-MWCNT/air untuk beberapa nilai ϕ	181
Jadual 6-8	Ujian Kenormalan Shapiro-Wilk dan Anderson Darling ke atas Nombor Nusselt setempat bagi SWCNT-MWCNT/air untuk beberapa nilai M	181
Jadual 6-9	Ujian Kenormalan Shapiro-Wilk dan Anderson Darling ke atas Nombor Nusselt setempat bagi SWCNT-MWCNT/air untuk beberapa nilai Nt	182
Jadual 6-10	Ujian Kenormalan Shapiro-Wilk dan Anderson Darling ke atas Nombor Sherwood setempat bagi SWCNT-MWCNT/air untuk beberapa nilai ϕ	184
Jadual 6-11	Ujian Kenormalan Shapiro-Wilk dan Anderson Darling ke atas Nombor Sherwood setempat bagi SWCNT-MWCNT/air untuk beberapa nilai M	184
Jadual 6-12	Ujian Kenormalan Shapiro-Wilk dan Anderson Darling ke atas Nombor Sherwood setempat bagi SWCNT-MWCNT/air untuk beberapa nilai Nt	185
Jadual 6-13	Ujian- t ke atas set data penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua untuk SWCNT-air untuk beberapa nilai ϕ	188
Jadual 6-14	Ujian- t ke atas set data penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua untuk SWCNT-air untuk beberapa nilai σ	188
Jadual 6-15	Ujian- t ke atas set data penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua untuk SWCNT-air untuk beberapa nilai Nb	189
Jadual 6-16	Ujian- t ke atas set data penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua untuk SWCNT-MWCNT/air bagi beberapa nilai ϕ	189
Jadual 6-17	Ujian- t ke atas set data penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua untuk SWCNT-MWCNT/air bagi beberapa nilai ϕ	189
Jadual 6-18	Ujian- t ke atas set data penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua untuk SWCNT-MWCNT/air bagi beberapa nilai Nt	189

Jadual 6-19	Pekali regresi linear berganda dengan R^2 dan ralat relatif maksimum.	191
Jadual 6-20	Pekali regresi kuadratik dengan R^2	191
Jadual 6-21	Ralat relatif mutlak maksimum untuk model regresi kuadratik	192
Jadual 6-22	Pekali regresi untuk setiap parameter dalam rantau menentang	192
Jadual 6-23	Keputusan ujian KMO dan Bartlett	193
Jadual 6-24	Nilai eigen untuk beberapa nilai λ	193
Jadual 6-25	Anggaran <i>communalities</i> akhir dalam analisis AKU	194



SENARAI ILUSTRASI

No. Rajah		Halaman
Rajah 1-1	Aliran bendalir di permukaan plat rata	2
Rajah 1-2	Lapisan sempadan kepekatan	3
Rajah 1-3	Halaju bendalir pada permukaan plat dengan gelinciran pada sempadan	9
Rajah 1-4	Jenis-jenis nanotiub karbon	10
Rajah 3-1	Rajah geometri bagi nanobendalir mono menggunakan model Tiwari dan Das	39
Rajah 3-2	Rajah geometri bagi nanobendalir mono menggunakan model aliran bersama	60
Rajah 4-1	Gambarajah fizikal model	75
Rajah 4-2	Perubahan $f''(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai ϕ apabila $M = 0.01$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$ bagi nanobendalir SWCNT-air	78
Rajah 4-3	Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai ϕ apabila $M = 0.01$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$ bagi nanobendalir SWCNT-air	79
Rajah 4-4	Perubahan $f''(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai M apabila $\phi = 0.2$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$ bagi nanobendalir SWCNT-air	80
Rajah 4-5	Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai M apabila $\phi = 0.2$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$ bagi nanobendalir SWCNT-air	80
Rajah 4-6	Perubahan $f''(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai σ apabila $\phi = 0.2$, $M = 0.01$ dan $Nr = 0.3$ bagi nanobendalir SWCNT-air	81
Rajah 4-7	Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai σ apabila $\phi = 0.2$, $M = 0.01$ dan $Nr = 0.3$ bagi nanobendalir SWCNT-air	82
Rajah 4-8	Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nr apabila $\phi = 0.2$, $M = 0.01$ dan $\sigma = 0.2$ bagi nanobendalir SWCNT-air	83
Rajah 4-9	Kesan parameter M ke atas $C_f(Re_x)^{1/2}$ terhadap ϕ bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air apabila $\lambda = 0.2$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$	84

Rajah 4-10	Kesan parameter M ke atas $Nu_x(Re_x)^{-1/2}$ terhadap φ bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air apabila $\lambda = 0.2$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$	84
Rajah 4-11	Profil halaju $f'(\eta)$ untuk beberapa nilai φ apabila $\lambda = -0.5$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$ bagi nanobendalir SWCNT-air	86
Rajah 4-12	Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai φ apabila $\lambda = -0.5$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$ bagi nanobendalir SWCNT-air	86
Rajah 4-13	Profil halaju $f'(\eta)$ untuk beberapa nilai M apabila $\lambda = -0.5$, $\varphi = 0.2$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$ bagi nanobendalir SWCNT-air	87
Rajah 4-14	Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai M apabila $\lambda = -0.5$, $\varphi = 0.2$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$ bagi nanobendalir SWCNT-air	87
Rajah 4-15	Profil halaju $f'(\eta)$ untuk beberapa nilai σ apabila $\lambda = -0.5$, $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$ dan $Nr = 0.3$ bagi nanobendalir SWCNT-air	88
Rajah 4-16	Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai σ apabila $\lambda = -0.5$, $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$ dan $Nr = 0.3$ bagi nanobendalir SWCNT-air	89
Rajah 4-17	Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai Nr apabila $\lambda = -0.5$, $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$ dan $\sigma = 0.2$ bagi nanobendalir SWCNT-air	89
Rajah 4-18	Profil halaju $f'(\eta)$ bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air apabila $\lambda = -0.5$, $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$	90
Rajah 4-19	Profil suhu $\theta(\eta)$ bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air apabila $\lambda = -0.5$, $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$	91
Rajah 4-20	Gambarajah fizikal model	92
Rajah 4-21	Perubahan $f''(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai φ apabila $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air	97
Rajah 4-22	Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai φ apabila $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air	97

Rajah 4-23	Perubahan $-\phi'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai φ apabila $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air	98
Rajah 4-24	Perubahan $f''(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai M apabila $\varphi = 0.2$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $e = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air	99
Rajah 4-25	Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai M apabila $\varphi = 0.2$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air	99
Rajah 4-26	Perubahan $-\phi'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai M apabila $\varphi = 0.2$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air	100
Rajah 4-27	Perubahan $f''(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai σ apabila $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air	101
Rajah 4-28	Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai σ apabila $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air	101
Rajah 4-29	Perubahan $-\phi'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai σ apabila $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air	102
Rajah 4-30	Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nr apabila $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air	103
Rajah 4-31	Perubahan $-\phi'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nr apabila $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air	103
Rajah 4-32	Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nb apabila $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$, $Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air	104
Rajah 4-33	Perubahan $-\phi'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nb apabila $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$, $Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air	105
Rajah 4-34	Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nt apabila $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air	106
Rajah 4-35	Perubahan $-\phi'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nt apabila $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air	106

Rajah 4-36	Perubahan $f''(0)$ terhadap λ bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air apabila $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$	107
Rajah 4-37	Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air apabila $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$	108
Rajah 4-38	Perubahan $-\phi'(0)$ terhadap λ bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air apabila $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$	108
Rajah 4-39	Perubahan $Nu_x(Re_x)^{-1/2}$ terhadap Nb bagi nanobendalir SWCNT-air apabila $\lambda = -0.5$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$	109
Rajah 4-40	Perubahan $Sh_x(Re_x)^{-1/2}$ terhadap Nb bagi nanobendalir SWCNT-air apabila $\lambda = -0.5$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$	109
Rajah 4-41	Perubahan $Nu_x(Re_x)^{-1/2}$ terhadap Nt bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air apabila $\lambda = -0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$	110
Rajah 4-42	Perubahan $Sh_x(Re_x)^{-1/2}$ terhadap Nt bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air apabila $\lambda = -0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$	111
Rajah 4-43	Profil halaju $f'(\eta)$ untuk beberapa nilai φ apabila $\lambda = -0.5$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air	112
Rajah 4-44	Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai φ apabila $\lambda = -0.5$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air	113
Rajah 4-45	Profil kepekatan nanozarah $\phi(\eta)$ untuk beberapa nilai φ apabila $\lambda = -0.5$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air	114
Rajah 4-46	Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai Nb apabila $\lambda = -0.5$, $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$, $Nr = 0.3$, $Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air	115
Rajah 4-47	Profil kepekatan $\phi(\eta)$ untuk beberapa nilai Nb apabila $\lambda = -0.5$, $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$, $Nr = 0.3$, $Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air	115
Rajah 4-48	Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai Nt apabila $\lambda = -0.5$, $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$, $Nr = 0.3$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air	116

Rajah 4-49	Profil kepekatan $\phi'(\eta)$ untuk beberapa nilai Nt apabila $\lambda = -0.5$, $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$, $Nr = 0.3$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air	117
Rajah 4-50	Profil halaju $f'(\eta)$ bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air apabila $\lambda = -0.5$, $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$, $Nr = 0.3$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$	118
Rajah 4-51	Profil suhu $\theta(\eta)$ bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air apabila $\lambda = -0.5$, $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$, $Nr = 0.3$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$	118
Rajah 4-52	Profil kepekatan $\phi(\eta)$ bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air apabila $\lambda = -0.5$, $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$, $Nr = 0.3$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$	119
Rajah 5-1	Model fizikal bagi nanobendalir SWCNT-MWCNT/air	122
Rajah 5-2	Perubahan $f''(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai φ_2 apabila $\varphi_1 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	128
Rajah 5-3	Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai φ_2 apabila $\varphi_1 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	129
Rajah 5-4	Perubahan $f''(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai M apabila $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	130
Rajah 5-5	Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai M apabila $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, 0.01 , $Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	130
Rajah 5-6	Perubahan $f''(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai σ apabila $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	131
Rajah 5-7	Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai σ apabila $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	132
Rajah 5-8	Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nr apabila $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	133
Rajah 5-9	Perubahan $C_f(Re_x)^{1/2}$ terhadap φ_1 untuk beberapa nilai φ_2 apabila $\lambda = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	134

Rajah 5-10	Perubahan $Nu_x (Re_x)^{-1/2}$ terhadap φ_1 untuk beberapa nilai φ_2 apabila $\lambda = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	134
Rajah 5-11	Perubahan $C_f (Re_x)^{1/2}$ terhadap φ_1 untuk beberapa nilai M apabila $\lambda = 0.2$, $\varphi_2 = 0.2$, $Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	135
Rajah 5-12	Perubahan $Nu_x (Re_x)^{-1/2}$ terhadap φ_1 untuk beberapa nilai M apabila $\lambda = 0.2$, $\varphi_2 = 0.2$, $Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	135
Rajah 5-13	Perubahan $C_f (Re_x)^{1/2}$ terhadap φ_1 untuk beberapa nilai σ apabila $\lambda = 0.2$, $\varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	136
Rajah 5-14	Perubahan $Nu_x (Re_x)^{-1/2}$ terhadap φ_1 untuk beberapa nilai σ apabila $\lambda = 0.2$, $\varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	136
Rajah 5-15	Perubahan $Nu_x (Re_x)^{-1/2}$ terhadap φ_1 untuk beberapa nilai Nr apabila $\lambda = 0.2$, $\varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	137
Rajah 5-16	Profil halaju $f'(\eta)$ untuk beberapa nilai φ_2 apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = 0.2$, $M = 0.01$ dan $Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	138
Rajah 5-17	Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai φ_2 apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = 0.2$, $M = 0.01$ dan $Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	139
Rajah 5-18	Profil halaju $f'(\eta)$ untuk beberapa nilai M apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$ dan $Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	140
Rajah 5-19	Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai M apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$ dan $Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	140
Rajah 5-20	Profil halaju $f'(\eta)$ untuk beberapa nilai σ apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = 0.2$, $M = 0.01$ dan $Nr = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	142
Rajah 5-21	Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai σ apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = 0.2$, $M = 0.01$ dan $Nr = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	142
Rajah 5-22	Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai Nr apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = 0.2$, $M = 0.01$ dan $\sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	143

Rajah 5-23	Model fizikal untuk nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air bagi model aliran bersama	144
Rajah 5-24	Perubahan $f''(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai φ_2 apabila $\varphi_1 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	148
Rajah 5-25	Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai φ_2 apabila $\varphi_1 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	149
Rajah 5-26	Perubahan $-\phi'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai φ_2 apabila $\varphi_1 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	149
Rajah 5-27	Perubahan $f''(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai M apabila $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	150
Rajah 5-28	Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai M apabila $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	151
Rajah 5-29	Perubahan $-\phi'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai M apabila $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	151
Rajah 5-30	Perubahan $f''(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai σ apabila $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.2$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	152
Rajah 5-31	Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai σ apabila $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.2$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	153
Rajah 5-32	Perubahan $-\phi'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai σ apabila $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.2$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	153
Rajah 5-33	Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nr apabila $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.2$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	154
Rajah 5-34	Perubahan $-\phi'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nr apabila $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.2$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	155
Rajah 5-35	Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nb apabila $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	156

Rajah 5-36	Perubahan $-\phi'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nb apabila $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	156
Rajah 5-37	Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nt apabila $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	157
Rajah 5-38	Perubahan $-\phi'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nt apabila $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	157
Rajah 5-39	Profil halaju $f'(\eta)$ untuk beberapa nilai φ_2 apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	158
Rajah 5-40	Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai φ_2 apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	159
Rajah 5-41	Profil kepekatan $\phi(\eta)$ untuk beberapa nilai φ_2 apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	160
Rajah 5-42	Profil halaju $f'(\eta)$ untuk beberapa nilai M apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	161
Rajah 5-43	Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai M apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	161
Rajah 5-44	Profil kepekatan $\phi(\eta)$ untuk beberapa nilai M apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	162
Rajah 5-45	Profil halaju $f'(\eta)$ untuk beberapa nilai σ apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.2$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	163
Rajah 5-46	Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai σ apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.2$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	163
Rajah 5-47	Profil kepekatan $\phi(\eta)$ untuk beberapa nilai M apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	164
Rajah 5-48	Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai Nr apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.2$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	165

Rajah 5-49	Profil kepekatan $\phi(\eta)$ untuk beberapa nilai Nr apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.2$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	165
Rajah 5-50	Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai Nb apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	166
Rajah 5-51	Profil kepekatan $\phi(\eta)$ untuk beberapa nilai Nb apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	167
Rajah 5-52	Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai Nt apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	168
Rajah 5-53	Profil kepekatan $\phi(\eta)$ untuk beberapa nilai Nt apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air	168
Rajah 6-1	Plot skree untuk $\lambda = -0.3$	194
Rajah 6-2	Plot skree untuk $\lambda = -0.4$	195
Rajah 6-3	Plot skree untuk $\lambda = -0.5$	195

SENARAI SINGKATAN

A-D	ujian kenormalan Anderson-Darling
AD	ujian Anderson-Darling
AD*	ujian statistik Anderson-Darling
AKU	Analisis Komponen Utama
Ag	perak
Al ₂ O ₃	alumina
a_1, a_2, a_3, a_4	pekali regresi linear
B	vektor medan magnet
B_0	kekuatan medan magnet yang dikenakan
b_1, b_2	pekali regresi kuadratik berganda
C	isi padu nanozarah
CNT	nanotiub karbon
Cu	kuprum
CuO	kuprum oksida
C_f	pekali geseran kulit
C_p	pekali haba tentu
C_w	isi padu nanozarah pada permukaan
C_∞	isi padu nanozarah pada aliran bebas
C_1	pemalar
D	resapan jisim
D_B	pekali gerakan Brown
D_T	pekali resapan termoforesis
E	vektor medan elektrik
Fe ₃ O ₄	Ferum (II, III) oksida
f	parameter halaju tak bermatra

H_2O	bendalir asas air
h_c	pekali pemindahan haba secara olakan
i, j	vektor pada arah x dan y
J	vektor ketumpatan arus elektrik
j_x, j_y	komponen ketumpatan arus di sepanjang paksi- x dan y
KMO	ujian Kaiser-Meyer-Olsen
K	pekali pemindahan jisim
K_1	nisbah pekali kekonduksian terma nanobendalir terhadap pekali kekonduksian terma bendalir
k	kekonduksian terma
k^*	pekali min resapan spektrum Rosseland
k_{nf}	kekonduksian terma nanobendalir
k_f	kekonduksian terma bendalir
L	panjang permukaan plat
L_0	jarak awal pekali gelinciran
Le	nombor Lewis
l	panjang gelinciran
M	medan magnet
MHD	magnetohidrodinamik
MWCNT	nanotiub karbon multidinding
MgO	magnesium oksida
Nr	radiasi terma
Nb	gerakan Brown
Nt	termoforesis
Nu	nombor Nusselt (simbol am)
Nu_x	nombor Nusselt setempat
p	tekanan bendalir

$P.E.(R)$	ralat ketara untuk pekali korelasi
Pr	nombor Prandtl
q_m	fluks jisim permukaan
q_r	fluks haba radiasi
R	pekali korelasi
Re	nombor Reynolds (simbol am)
Re_x	nombor Reynolds setempat
Sh	nombor Sherwood (simbol am)
Sh_x	nombor Sherwood setempat
$S-W$	ujian kenormalan Shapiro-Wilk
SWCNT	nanotiub karbon dinding tunggal
T	suhu nanobendalir
T^4	suhu di antara aliran
T	suhu permukaan
TiO_2	titania
U	halaju komposit
U_w	halaju permukaan
U_∞	halaju aliran bebas
u, v	komponen halaju masing-masing dalam arah x dan y
$\mathbf{V}$	vektor halaju nanobendalir
W	ujian statistik Shapiro-Wilk
x, y	koordinat-koordinat Cartesan

Simbol Greek

α	pekali kemeresapan terma
γ	nilai eigen

δ	ketebalan lapisan sempadan
δ_T	ketebalan lapisan sempadan terma
δ_c	ketebalan lapisan sempadan kepekatan
$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$	pekali-pekali yang berkaitan dengan sifat-sifat nanobendalir
ζ	ralat relatif mutlak
η	pemboleh ubah keserupaan tak bersandar
θ	pemboleh ubah suhu tak bermatra
λ	parameter nisbah halaju
μ	kelikatan dinamik
ν	kelikatan kinematik
ξ	ralat relatif mutlak
ρ	ketumpatan bendalir
σ	parameter gelinciran
σ^*	pemalar Stefan-Boltzmann
σ_{nf}	kekonduksian elektrik bendalir
τ	tegasan ricih
τ_a	nisbah antara pekali muatan haba bendalir asas dengan pekali muatan haba nanobendalir
τ_w	pekali geseran kulit pada permukaan
φ	pecahan isi padu nanozarah nanotiub karbon
φ_1	pecahan isi padu nanozarah SWCNT
φ_2	pecahan isi padu nanozarah MWCNT
ψ	fungsi arus
ϕ	pemboleh ubah kepekatan nanozarah tak bermatra

Subskrip

c	keadaan kritikal
-----	------------------

f	bendalir
hnf	nanobendalir hibrid
nf	bendalir hibrid
w	halaju plat
∞	aliran bebas

Superskrip

'	pembezaan peringkat pertama terhadap η
"	pembezaan peringkat kedua terhadap η



BAB I

PENDAHULUAN

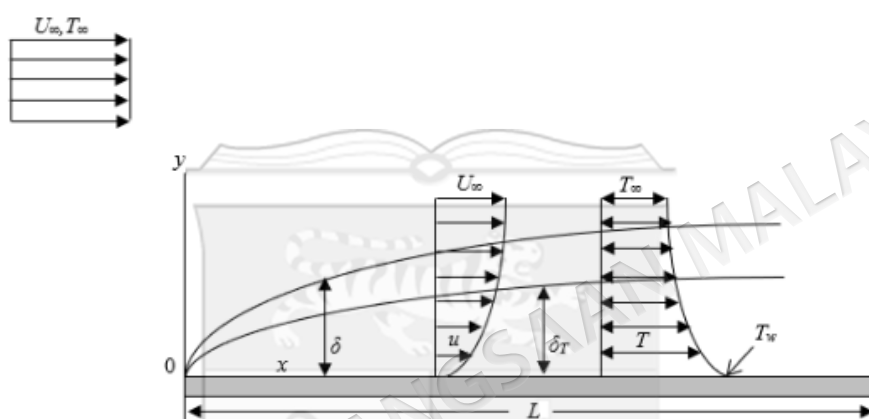
1.1 PENGENALAN

Konsep aliran lapisan sempadan diperkenalkan oleh Ludwig Prandtl pada tahun 1904. Prandtl, yang merupakan seorang saintis Jerman, menggemparkan dunia dengan penemuan model matematik bagi aliran lapisan sempadan dan pemindahan haba apabila beliau meringkaskan persamaan Navier-Stokes. Menerusi kertas kerja *On the motion of fluids of very small viscosity* yang dibentangkan di Kongres Antarabangsa Ahli Matematik ke-3 di Heidelberg, Jerman, beliau memisahkan aliran kepada dua bahagian. Bahagian pertama adalah suatu lapisan nipis yang bersebelahan dengan lapisan permukaan plat, yang mana berlakunya kesan kelikatan hasil daripada kecerunan halaju yang besar. Di bahagian ini, daya likat dan daya geseran perlu dipertimbangkan. Manakala, bahagian kedua adalah kawasan aliran bebas yang jauh daripada permukaan plat dan di luar lapisan sempadan. Di bahagian ini, kecerunan halajunya sangat kecil dan disebabkan itu daya geseran di kawasan ini boleh diabaikan (Schlichting 1979).

Lapisan sempadan merujuk kepada suatu lapisan bendalir yang nipis yang terletak bersebelahan dengan permukaan plat (rujuk Rajah 1.1). Apabila tiada kesan gelinciran berlaku, halaju bendalir berubah daripada nilai aliran bebas U_{∞} menjadi sifar di permukaan jasad. Ini disebabkan oleh kekuatan daya tarikan antara zarah bendalir dengan plat berbanding daya tarikan antara zarah bendalir dengan zarah bendalir yang lain. Hal ini mengakibatkan berlakunya geseran antara bendalir dengan plat. Justeru, halaju bendalir akan berkurangan dan menghampiri sifar di permukaan plat.

Komponen halaju u yang selari dengan permukaan plat akan sentiasa berubah-ubah. Oleh itu, halaju v yang berserenjang dengan permukaan plat perlu diambil kira untuk mematuhi sifat keselantaran supaya aliran selari berubah menjadi sekurang-

kurangnya aliran dua matra dalam lapisan sempadan. daripada Rajah 1.1, selain perubahan halaju u , suhu juga turut berubah. Perhatikan di permukaan plat, suhu adalah $T = T_w$, namun demikian di bahagian aliran bebas, suhu berubah menjadi $T = T_\infty$. Walaupun begitu, daripada rajah ini, dapat diperhatikan, u dan T tidak mencapai nilai aliran bebas pada jarak δ yang sama. Sebaliknya, perubahan T daripada T_w kepada T_∞ berlaku dalam kawasan δ_T yang dikenali sebagai ketebalan lapisan sempadan terma, yang mana L mewakili panjang permukaan plat.



Rajah 1-1 Aliran bendalir di permukaan plat rata

Menurut Schlichting dan Gersten (2017), beberapa andaian perlu diambil kira untuk menerbitkan persamaan lapisan sempadan:

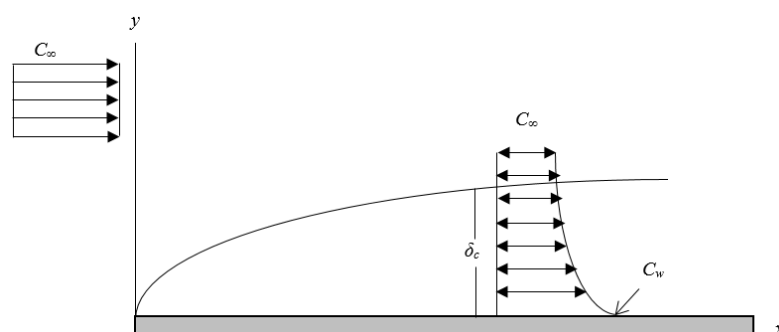
- i) Kesan kelikatan hanya tertakluk dalam lapisan sempadan sahaja. Di luar daripada lapisan sempadan, kesan kelikatan tidak mempengaruhi ciri-ciri aliran bendalir.
- ii) Untuk memastikan kesan kelikatan hanya terdapat di dalam lapisan sempadan, nombor Reynolds perlulah besar. Walau bagaimanapun, nombor Reynolds tidak boleh terlalu besar kerana akan menghasilkan aliran gelora. Manakala, sekiranya nombor Reynolds terlalu kecil, kesan kelikatan bukan hanya di lapisan sempadan tetapi di keseluruhan bendalir.
- iii) Disebabkan lapisan sempadan yang tersangat nipis berbanding panjang permukaan plat, maka nisbah ketebalan lapisan sempadan dengan panjang

permukaan plat ialah $\delta/L \ll 1$ dengan δ merupakan ketebalan lapisan sempadan dan L mewakili panjang permukaan plat.

- iv) Halaju bendalir yang melalui permukaan plat mestilah sifar, yang mana ketiadaan syarat gelincir pada permukaan plat. Oleh itu, bendalir haruslah memenuhi syarat sempadan berikut; i.e. pada $y=0, u(x,0)=0$ dan $v(x,0)=0$ manakala pada $y \rightarrow \infty, u(x,\infty)=U_\infty$ dan $v(x,\infty)=V_\infty$ dengan u dan v masing-masing adalah komponen halaju pada arah x dan y , manakala U_∞ dan V_∞ ialah halaju pada aliran bebas.

Terdapat tiga jenis lapisan sempadan; lapisan sempadan halaju, lapisan sempadan terma dan lapisan sempadan kepekatan. Lapisan sempadan halaju didefinisikan sebagai kawasan di mana terdapat aliran bendalir terhadap permukaan plat dan menurut Incropera dan Dewitt (1996) lapisan sempadan ini turut dipengaruhi oleh halaju bendalir. Apabila halaju bendalir meningkat, wujud perbezaan suhu (kecerunan suhu) antara permukaan plat dan bendalir. Ini akan menghasilkan satu lapisan nipis yang dikenali sebagai lapisan sempadan terma.

Di samping itu, dalam aliran nanobendalir, terdapat satu lagi lapisan sempadan. Ini dikenal sebagai lapisan sempadan kepekatan seperti yang ditunjukkan pada Rajah 1.2. Ketebalan lapisan sempadan kepekatan ini diwakili sebagai δ_c , manakala C_w dan C_∞ masing-masing adalah pecahan isi padu nanozarah pada permukaan dan aliran bebas.



Rajah 1-2 Lapisan sempadan kepekatan

1.2 PEMINDAHAN HABAB

Pemindahan haba sangat berguna dalam industri yang terlibat dalam sistem penukaran tenaga yang beroperasi pada suhu yang tinggi misalnya tenaga boleh diperbaharui iaitu sistem penukaran tenaga suria, bidang automotif misalnya pelincir, bidang perubatan dan sebagainya. Simonson dan Yusof (1991) menakrifkan bahawa apabila terdapat perbezaan suhu antara satu medium ke medium yang lain, pemindahan haba akan terhasil. Ini adalah kerana medium yang bersuhu tinggi akan memindahkan haba pada medium yang bersuhu rendah.

Wong (1977) melaporkan terdapat tiga mekanisme pemindahan haba iaitu konduksi, olakan dan sinaran. Pemindahan haba secara konduksi berlaku apabila terdapat pertukaran tenaga haba daripada medium yang bersuhu tinggi ke medium yang bersuhu rendah melalui penyebaran mikroskopik dan perlanggaran zarah dalam medium atau antara medium yang bersebelahan. Pemindahan haba olakan melibatkan pemindahan tenaga daripada suatu pepejal ke bendalir disebabkan oleh perbezaan suhu yang wujud antara pepejal dan bendalir tersebut. Secara umumnya, olakan adalah lebih dominan dalam bendalir seperti cecair dan gas. Seterusnya, pemindahan haba melalui sinaran. Pemindahan haba melalui sinaran terhasil apabila sinaran elektromagnet yang dipancarkan oleh bahan sebagai hasil pengujaan terma molekulnya.

1.3 NANOBENDALIR

Pelan Tindakan Grafen Negara 2020 yang dilancarkan pada 2014 telah mengangkat aplikasi nanoteknologi grafen. Grafen yang merupakan kristal nipis yang terdiri daripada atom karbon, berpotensi untuk mengkonduksi elektrik dengan baik. Oleh itu, selaras dengan Pelan Tindakan Grafen Negara 2020 yang mana nanobendalir merupakan salah satu bidang keutamaan dalam pelan tindakan ini, bidang nanobendalir semakin mendapat perhatian para penyelidik. Malah, nanobendalir juga merupakan medium pemindahan haba yang sangat baik kerana mempunyai kekonduksian haba yang tinggi. Oleh itu, nanobendalir menjadi keperluan penting dalam industri yang terlibat dalam pengurusan haba seperti industri tenaga solar, industri automotif dan sebagainya.

Menurut Michaelides (2013), nanobendalir boleh ditakrifkan sebagai campuran antara zarah yang bersaiz nanometer (1 – 100nm) dalam medium bendalir asas. Oleh kerana saiznya yang bersifat nano, ia mudah membendalir di dalam bendalir asas seperti air dan minyak. Menurut Masuda et al. (1993), nanobendalir mampu meningkatkan keupayaan pengaliran haba bendalir asas. Umumnya, alumina (Al_2O_3), kuprum (Cu), kuprum oksida (CuO), perak (Ag), titania (TiO_2), sering digunakan dalam penyelidikan nanobendalir.

Menurut Keblinski et al. (2005), nanobendalir juga berkonduktan terma yang lebih tinggi berbanding bendalir asas. Oleh itu, nanobendalir menjadi salah satu bahan yang berguna dalam pemindahan haba. Selain sering digunakan dalam kejuruteraan dan pembuatan seperti alat penukar haba dan mikroelektronik, nanobendalir turut diaplikasikan dalam bidang perubatan dan farmasi. Wong dan De Leon (2010) turut menyatakan bahawa nanobendalir juga telah menjadi bahan pendingin utama dalam alat pemindahan haba seperti radiator.

Nanobendalir, iaitu satu kelas bendalir yang berasaskan campuran zarah-zarah bersaiz 1-100 nm ke dalam bendalir asas telah diperkenalkan pada tahun 1995. Menurut Choi dan Eastman (1995), bendalir asas seperti air, minyak dan etilena glikol mempunyai kekonduksian terma yang rendah, namun apabila penambahan zarah-zarah bersaiz nano ke dalam bendalir asas, masalah kekonduksian terma yang rendah dapat diatasi.

Dalam mengkaji telatah nanobendalir, dua model telah diperkenalkan. Model pertama berkaitan nanobendalir dicadangkan oleh Buongiorno (2006) manakala model kedua dicadangkan oleh Tiwari dan Das (2007). Model Buongiorno lebih menekankan kesan gerakan Brown dan termoforesis ke atas telatah nanobendalir manakala model Tiwari dan Das hanya mengambil kira faktor pecahan isi padu nanozarah terhadap kadar pemindahan haba. Sejak daripada itu, sebilangan besar kajian mengenai nanobendalir telah dikaji daripada pelbagai aspek.

1.3.1 Nanobendalir Hibrid

Pada tahun-tahun belakangan ini, kajian ke atas nanobendalir hibrid telah dikaji oleh ramai penyelidik antaranya Mansour et al. (2018), Iqbal et al. (2018), Waini et al. (2019b), Siti Nur Alwani et al. (2020) dan lain-lain. Menurut Anuar et al. (2020a), nanobendalir hibrid adalah koloid yang mengandungi dua atau lebih nanozarah pepejal. Kajian turut menunjukkan bahawa nanobendalir hibrid memberikan kekonduksian haba yang lebih baik berbanding nanobendalir mono (Devi & Devi 2017; Hayat & Nadeem 2017; Moghadassi et al. 2015; Takabi & Shokouhmand 2015). Malah, menurut Siti Nur Alwani et al. (2020) nanobendalir hibrid sangat berguna dalam bidang pemindahan haba seperti penyejukan generator, penyejukan transformer, penyejukan elektronik dan penyejukan sistem nuklear dengan keberkesanan yang lebih baik daripada penggunaan nanobendalir mono.

1.3.2 Model Tiwari dan Das

Pada tahun 2007, satu model nanobendalir menggunakan pendekatan model fasa tunggal diperkenalkan oleh Tiwari dan Das (2007). Model ini mempertimbangkan kesan pecahan isi padu zarah-zarah nano dalam kajian telatah nanobendalir. Malah, menurut Sheremet et al. (2016), model ini mengandaikan nanozarah yang terampai dalam bendalir asas mempunyai saiz dan bentuk yang seragam.

Model ini mengambil kira kelikatan nanobendalir dengan menggunakan persamaan campuran dua fasa yang dicadangkan oleh Brinkman (1952), ketumpatan dan muatan haba yang diberikan oleh Xuan dan Li (2003b) dan mengukur kekonduksian haba bagi nanobendalir menggunakan model Maxwell-Garnett (Maxwell 1873) serta model pengembangan terma nanobendalir oleh Khanafer et al. (2003). Memandangkan model ini adalah model fasa tunggal, bendalir asas dan nanozarah diandaikan berada dalam keseimbangan terma, nilai aliran halaju bendalir adalah malar dan syarat sempadan tak gelincir dikenakan pada permukaan plat dan bendalir (Khanafer et al. 2003; Maiga et al. 2005; Tiwari & Das 2007).

Namun begitu, menurut Jang dan Choi (2007), bagi memastikan kekonduksian terma efektif nanobendalir berada pada tahap maksimum, pecahan isi padu nanozarah

perlulah dalam kuantiti yang kecil (< 5 nm) sahaja. Karthikeyan et al. (2008) turut menyokong perkara ini.

1.3.3 Model Matematik Nanobendalir Aliran Bersama

Terdapat beberapa model matematik nanobendalir telah dibangunkan oleh penyelidik-penyelidik terdahulu. Antaranya model Tiwari dan Das (rujuk Tiwari dan Das (2007) dan Buongiorno (rujuk (Buongiorno 2006))). Model nanobendalir Tiwari dan Das diperkenalkan oleh Raj Kamal Tiwari dan Manab Kumar Das pada 2007, yang mana menggunakan pendekatan model fasa tunggal. Model ini hanya mengambil kira faktor pecahan isi padu nanozarah yang menyumbang kepada kadar pemindahan haba dalam nanobendalir. Manakala, model Buongiorno diperkenalkan terlebih dahulu pada tahun 2006, dan dilaporkan daripada daripada tujuh mekanisme gelinciran yang dimasukkan dalam kajian beliau, hanya resapan gerakan Brown dan termoforesis penting untuk dipertimbangkan sementara mekanisme lain adalah kecil dan boleh diabaikan.

Dengan menggabungkan model semakan Buongiorno dan model Tiwari dan Das atau lebih dikenali sebagai model aliran bersama, analisis pemindahan haba dan jisim dalam aliran nanobendalir dengan sifat termofizikal serta gerakan Brown, termoforesis dan pecahan isi padu kesan nanozarah dapat dikaji dengan lebih mendalam. Persamaan menakluk dalam model ini terdiri daripada persamaan keselantaran, persamaan momentum, persamaan tenaga dan persamaan kepekatan nanozarah.

1.4 MAGNETOHIDRODINAMIK

Magnetohidrodinamik (MHD) merupakan satu kajian ke atas interaksi antara medan magnet dengan bendalir yang mengalirkan arus elektrik. Ia digunakan secara meluas dalam bidang kejuruteraan seperti pembekuan reaktor atom, generator magnetohidrodinamik, turas elektrostatik dan industri petroleum. Bidang MHD dipelopori pada tahun 1942 oleh Hannes Alfvén, yang mana beliau telah menerima Hadiah Nobel dalam Fizik pada tahun 1970.

Interaksi ini akan mewujudkan satu daya iaitu daya Lorentz yang bertindak ke atas bendalir, yang mana daya tersebut akan bergerak ke arah yang berlawanan dengan aliran bendalir, dan seterusnya memperlambatkan halaju bendalir.

1.5 RADIASI TERMA

Radiasi terma merupakan radiasi elektromagnet atau gelombang yang terhasil kesan daripada gerakan terma pada zarah bercas dalam sesuatu jirim (Anuar & Roslinda 2020). Kajian ke atas kesan radiasi terma terhadap pemindahan haba amatlah penting terutama sekali dalam sistem penukaran tenaga yang beroperasi pada suhu yang tinggi. Selain itu, kajian yang merujuk kepada kesan radiasi terma pada aliran lapisan sempadan dan pemindahan haba dalam nanobendalir semakin menarik minat para penyelidik kerana sifat-sifat unik nanobendalir.

Kajian ke atas kesan radiasi dalam pemindahan haba menjadi semakin penting dalam merancang pelbagai sistem penukaran tenaga maju yang mungkin beroperasi pada suhu tinggi. Oleh itu, banyak kajian telah dijalankan terhadap kesan radiasi terma dengan mengambil kira pelbagai aspek (Afridi et al. 2018; Amer Qureshi 2021; Hakeem et al. 2015; Mohamed et al. 2017; Naganthran & Nazar 2019; Sheikholeslami et al. 2016).

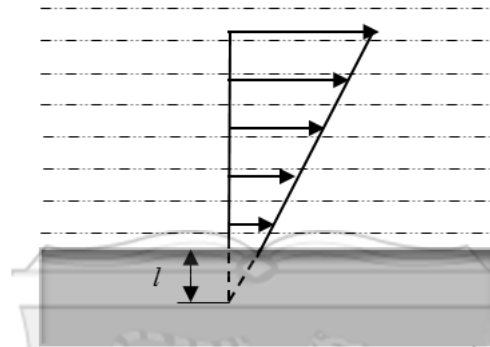
1.6 GELINCIRAN

Kebanyakan model matematik diterbitkan hanya mengambil kira syarat tidak gelincir pada permukaan; iaitu halaju bendalir pada permukaan diandaikan sama dengan halaju permukaan. Walau bagaimanapun, menurut Gad-el-Hak (1999), andaian syarat tidak gelincir ini gagal untuk memodelkan secara tepat, interaksi permukaan antara bendalir dengan lapisan sempadan permukaan. Dilaporkan bahawa dalam keadaan tertentu, syarat tanpa gelinciran tidak realistik kepada model aliran lapisan sempadan. Oleh itu, adalah penting untuk menggantikan syarat sempadan tanpa gelinciran dengan syarat sempadan gelinciran (Bhattacharyya et al. 2011).

Menurut Andersson (2002) serta White dan Corfield (2006), hubungan antara gelinciran dalam bendalir adalah seperti berikut:

$$u(x, y) = l \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \dots(1.1)$$

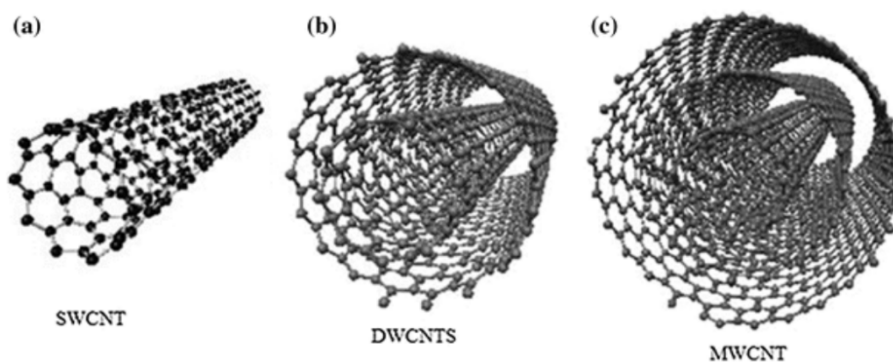
dengan u adalah komponen halaju, y mewakili koordinat yang normal dengan permukaan, l adalah panjang gelinciran dan $\partial u / \partial y$ adalah kadar ricih pada sempadan seperti dalam Rajah 1.3.



Rajah 1-3 Halaju bendalir pada permukaan plat dengan gelinciran pada sempadan

1.7 NANOTIUB KARBON

Pada tahun 1991, satu kejayaan dalam penyelidikan struktur nano karbon telah menggemparkan seluruh dunia. Iijima (1991), seorang ilmuan Jepun telah melaporkan sintesis pencirian TEM beresolusi tinggi yang dikenali sebagai nanotub karbon (CNT). CNT telah menjadi salah satu kajian yang paling intensif dalam pelbagai bidang penyelidikan dan menjadi batu loncatan untuk revolusi nanoteknologi. Bahan ini dianggap sebagai teknologi masa depan berdasarkan kepada dimensi skala nano mereka, domain penggunaan dan aplikasi yang luas dan yang paling penting adalah sifat materialnya yang luar biasa. CNT yang sering digunakan dalam kajian nanobendalir adalah nanotub karbon dinding tunggal (SWCNT), nanotub karbon dinding dua (DWCNT) dan nanotub karbon multidinding (MWCNT) (rujuk Rajah 1.4)



Rajah 1-4 Jenis-jenis nanotub karbon

Sumber: Labulo et al. (2017)

1.8 PARAMETER TAK BERMATRA

Parameter tak bermatra didefinisikan sebagai parameter yang nilainya tiada unit. Oleh kerana ia tiada unit, maka proses untuk mendapatkan penyelesaian lebih mudah dilakukan, cepat dan lebih efisien. Parameter-parameter tak bermatra yang digunakan dalam kajian ini adalah nombor Prandtl, nombor Nusselt, nombor Sherwood dan nombor Reynolds.

1.8.1 Nombor Prandtl

Nombor Prandtl, Pr , adalah nombor tak bermatra yang dinamakan sempena nama saintis Jerman iaitu Ludwig Prandtl, yang ditakrifkan sebagai nisbah kemeresapan momentum terhadap kemeresapan terma. Formulanya ialah:

$$Pr = \frac{\mu C_p}{k} = \frac{\mu \rho}{k \rho / C_p} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\text{kadar kemeresapan momentum}}{\text{kadar kemeresapan terma}}, \quad \dots(1.2)$$

dengan μ , C_p , k , ρ , ν dan α masing-masing adalah kelikatan dinamik, haba tentu, kekonduksian terma, ketumpatan bendalir, kelikatan kinematik dan pekali kemeresapan terma.

Dalam permasalahan pemindahan haba, nombor Prandtl dapat memberi maklumat tentang ketebalan lapisan sempadan terma dan halaju, yang mana nilai nombor Prandtl bergantung kepada bendalir dan keadaan bendalir tersebut.

Kemeresapan terma berlaku sangat pantas dalam logam cecair ($Pr \ll 1$), secara tidak langsung ia membantu haba untuk meresap dengan lebih cepat di samping meningkatkan kadar pemindahan haba bendalir tersebut. Oleh itu, dalam logam cecair, ketebalan lapisan sempadan terma lebih besar berbanding ketebalan lapisan sempadan halaju. Sementara itu, kadar kemeresapan momentum paling dominan adalah dalam bendalir minyak ($Pr \gg 1$). Ketebalan lapisan sempadan halaju akan lebih besar berbanding ketebalan lapisan sempadan terma. Manakala, apabila dalam gas ($Pr \approx 1$), pemindahan momentum dan tenaga melalui proses resapan adalah setanding. Maka, ketebalan lapisan sempadan halaju dan terma terdiri daripada peringkat magnitud yang sama (Schlichting & Gersten 2017).

1.8.2 Nombor Reynolds

Nombor Reynolds diperkenalkan oleh Sir George Stokes pada tahun 1851, tetapi penggunaan nombor ini dipopularkan oleh Osborne Reynolds, seorang jurutera dan ahli fizik British, pada tahun 1883. Nombor Reynolds adalah nombor tak bermatra yang digunakan sebagai kriteria untuk menentukan perubahan aliran bendalir daripada mantap (aliran lamina) atau tak mantap (aliran gelora). Ia mewakili nisbah daya inersia terhadap daya kelikatan, dan boleh ditakrifkan sebagai:

$$Re = \frac{U_{\infty} L}{\nu} = \frac{\text{daya inersia}}{\text{daya kelikatan}}, \quad \dots(1.3)$$

dengan U_{∞} , L dan ν masing-masing adalah halaju aliran bebas, panjang permukaan plat dan kelikatan kinematik. Pengelasan rejim aliran dalam bendalir bagi nombor Reynolds adalah seperti berikut:

- i) Bagi nombor Reynolds yang kecil, akan berlaku aliran lamina, yang mana daya kelikatan adalah dominan. Ini akan menyebabkan gerakan bendalir sentiasa lancar.

- ii) Bagi nombor Reynolds yang besar, ia didominasi oleh daya inersia. Ini akan mengakibatkan pembentukan aliran gelora dan menyumbang kepada unsur ketidakstabilan yang lain.

1.8.3 Nombor Nusselt

Nombor Nusselt adalah parameter tak bermatra dan ia dirujuk sebagai nisbah antara pemindahan haba secara olakan terhadap pemindahan haba secara pengaliran. Nombor Nusselt ditakrifkan sebagai:

$$Nu = \frac{h_c (T_w - T_\infty)}{k (T_w - T_\infty) / L} = \frac{h_c L}{k}, \quad \dots(1.4)$$

dengan h_c merupakan pekali pemindahan haba secara olakan, L adalah panjang permukaan plat, dan k adalah kekonduksian terma bendalir. Semakin besar nilai nombor Nusselt, semakin efektif pemindahan haba secara olakan. Apabila $Nu = 1$, pemindahan haba ke lapisan sempadan berlaku secara konduksi tulen (Çengel 2003).

1.8.4 Nombor Sherwood

Nombor Sherwood merupakan parameter tak bermatra yang berkaitan dengan proses pemindahan jisim. Nombor Sherwood didefinisikan sebagai nisbah antara pekali pemindahan jisim secara olakan terhadap pemindahan jisim secara resapan. Ia boleh ditakrifkan sebagai:

$$Sh = \frac{\text{pekali pemindahan jisim secara olakan}}{\text{pekali pemindahan jisim secara resapan}} = \frac{K L}{D} \quad \dots(1.5)$$

dengan L merupakan panjang permukaan plat, K ialah pekali pemindahan jisim dan D ialah resapan jisim.

1.9 PERMASALAHAN DAN SUMBANGAN KAJIAN

Pemindahan haba penting dalam sistem penukaran tenaga seperti sistem penukaran tenaga suria. Medium pemindahan haba seperti nanobendalir yang mempunyai

kekonduksian terma yang lebih tinggi berbanding bendalir asas, telah dikaji secara meluas dalam penggunaan berkaitan pemindahan haba bendalir. Selain itu, magnetohidrodinamik yang merupakan satu kajian tentang pergerakan bendalir pengkonduksi elektrik seperti logam cecair, elektrolit, plasma yang bertindak balas dengan medan magnet, semakin menarik perhatian para penyelidik. Antaranya adalah Ishak (2011), Soid et al. (2018), Anuar et al. (2020b), Nur Syazana et al. (2020a) Yashkun et al. (2020) dan ramai lagi. Namun begitu, kajian mengenai magnetohidrodinamik terhadap aliran dan pemindahan haba bagi nanobendalir mono dan hibrid dalam aliran bersama masih belum dikaji meluas secara eksperimen. Ini adalah kerana, kajian secara eksperimen pula memerlukan masa yang agak panjang di samping kos yang agak mahal. Oleh itu, kajian magnetohidrodinamik bagi nanobendalir mono dan hibrid boleh dibuat secara simulasi dengan menggunakan permodelan matematik kerana ia dapat memendekkan proses eksperimen dan menjimatkan kos. Namun begitu, kesan-kesan parameter menakluk ke atas pekali geseran kulit, nombor Nusselt dan nombor Sherwood setempat serta profil halaju, suhu dan kepekatan dalam nanobendalir mono dan hibrid perlu dikaji secara mendalam.

Justeru itu, beberapa permasalahan kajian telah dikenal pasti, antaranya:

- i) Apakah kesan parameter-parameter menakluk ke atas aliran magnetohidrodinamik dan pemindahan haba dengan tindak balas radiasi terma dalam nanobendalir mono?
- ii) Apakah kesan parameter-parameter menakluk ke atas aliran dua matra dengan kehadiran radiasi terma dalam nanobendalir hibrid dengan mempertimbangkan penyelesaian pertama dan kedua?
- iii) Adakah kaedah statistik dapat menentukan kestabilan penyelesaian dual aliran magnetohidrodinamik dan pemindahan haba?

Berdasarkan permasalahan kajian, hipotesis kajian adalah ingin mengkaji analisis statistik pada aliran magnetohidrodinamik dengan kesan radiasi terma dalam nanobendalir mono dan hibrid.

Sumbangan utama kajian dalam tesis ini adalah kesan medan magnet terhadap pekali geseran kulit, kadar pemindahan haba dan jisim pada permukaan yang boleh dijadikan rujukan bagi masalah atau aplikasi yang melibatkan proses penyejukan/pemanasan terutama dalam aliran nanobendalir mono dan hibrid. Selain itu, model matematik nanobendalir aliran bersama iaitu model gabungan antara model matematik nanobendalir Tiwari dan Das serta model matematik nanobendalir semakan Buongiorno (*revised Buongiorno*) turut diketengahkan dalam tesis.

Kedua-dua model matematik dalam tesis ini akan memberikan penyelesaian dual, iaitu penyelesaian keserupaan yang wujud secara berpasangan (penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua). Kesan daripada kewujudan penyelesaian dual ini, menyebabkan timbulnya isu berkaitan kestabilan penyelesaian dual. Oleh itu, perbincangan dalam tesis ini akan membawa kepada analisis berstatistik yang mana proses analisis berstatistik dijalankan bagi menentukan kestabilan penyelesaian dual.

1.10 OBJEKTIF KAJIAN

Skop kajian ini terhad kepada aliran lapisan sempadan dalam nanobendalir mantap yang merentasi permukaan plat bergerak yang berkedudukan secara mendatar. Di sini, keadaan mantap ditakrifkan sebagai semua parameter yang terlibat dalam aliran dan pemindahan haba seperti suhu, kadar aliran dan tekanan bendalir tidak berubah mengikut masa. Semua permasalahan diselesaikan secara berangka melalui kaedah Lobatto IIIa dalam atur cara bvp4c yang terbina dalam perisian MATLAB. Objektif kajian ini adalah untuk:

- i) mengkaji aliran magnetohidrodinamik dan pemindahan haba dengan tindak balas radiasi terma dalam nanobendalir mono,
- ii) mengkaji kesan magnetohidrodinamik pada aliran dua matra dengan kehadiran radiasi terma dalam nanobendalir hibrid dengan mempertimbangkan penyelesaian pertama dan kedua,
- iii) menentusahkan kestabilan penyelesaian dual aliran magnetohidrodinamik dan pemindahan haba dengan menggunakan analisis berstatistik.

1.11 SKOP KAJIAN

Skop kajian dalam tesis ini terhad kepada masalah aliran magnetohidrodinamik, dua matra terhadap permukaan plat rata bergerak dengan mempertimbangkan radiasi terma dan syarat sempadan gelinciran, dalam nanobendalir mono dan hibrid yang mengandungi nanotub karbon dinding tunggal (SWCNT) dan multidinding (MWCNT). Perbincangan secara terperinci diberikan kepada persamaan menakluk, penghampiran lapisan sempadan, syarat sempadan, persamaan lapisan sempadan, penjelmaan keserupaan dan persamaan keserupaan.

1.12 RANGKA KAJIAN

Tesis ini terbahagi kepada tujuh bab. Bab I merupakan pengenalan kepada teori lapisan sempadan, nanobendalir, magnetohidrodinamik, radiasi terma, gelinciran dan parameter tak bermatra yang digunakan dalam kajian. Selain itu, permasalahan kajian, sumbangan kajian, objektif, skop kajian dan rangka kajian turut dimuatkan dalam Bab I. Ulasan kepustakaan bagi aliran magnetohidrodinamik dengan kesan radiasi terma dan gelinciran pada plat rata bergerak dinyatakan dalam Bab II.

Bab III pula membincangkan bagaimana cara untuk membina model matematik nanobendalir. Topik-topik seperti proses penerbitan model matematik dan penggunaan kaedah berangka dijelaskan secara terperinci dalam Bab III. Persamaan menakluk, penghampiran lapisan sempadan, syarat sempadan, penjelmaan keserupaan dan persamaan keserupaan dibincangkan secara mendalam dalam bahagian penerbitan model matematik. Seterusnya, dalam bahagian kaedah berangka, kaedah atur cara `bvp4c` dalam perisian MATLAB dikupas. Seterusnya, penyelesaian persamaan keserupaan akan memberikan penyelesaian dual. Ringkasnya, penyelesaian dual ini merujuk kepada penyelesaian keserupaan yang wujud secara perpasangan iaitu penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua. Namun begitu, timbulnya isu berkaitan kestabilan penyelesaian dual. Oleh itu, perbincangan berkaitan analisis berstatistik untuk melihat perbezaan min antara penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua diterangkan dengan mendalam dalam Bab III.

Berikutnya, dalam Bab IV membicarakan model matematik nanobendalir mono yang mengandung nanozarah SWCNT dan MWCNT dalam model matematik nanobendalir Tiwari dan Das serta model aliran bersama. Nanobendalir SWCNT-air digunakan dalam kajian ini. Seterusnya perbandingan antara SWCNT-air dan MWCNT-air turut dibincangkan. Kesan parameter menakluk seperti parameter pecahan isi padu nanozarah, nisbah halaju, medan magnet, gelinciran, radiasi terma, gerakan Brown dan termoforesis terhadap pekali geseran kulit, nombor Nusselt setempat dan nombor Sherwood setempat, serta profil halaju, profil suhu dan profil kepekatan dipersembahkan dalam bentuk jadual dan rajah.

Manakala, Bab V membawa satu perbincangan ke atas nanobendalir hibrid yang mana model matematik diterbitkan menggunakan model matematik nanobendalir Tiwari dan Das serta model aliran bersama. Perbincangan bagi proses penerbitan model matematik ke atas nanobendalir hibrid ini tidak dibincangkan secara mendalam. Namun begitu, perbincangan seperti persamaan menakluk, persamaan lapisan sempadan, penjelmaan keserupaan dan penyelesaian model matematik mudah difahami.

Bab VI pula mempertimbangkan analisis statistik ke atas penyelesaian dual. Penyelesaian dual merujuk kepada penyelesaian keserupaan yang wujud secara berpasangan (penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua). Ujian kenormalan ke atas set data nombor Nusselt setempat dan nombor Sherwood setempat bagi nanobendalir mono dan hibrid, ujian- t untuk menentukan perbezaan min antara penyelesaian pertama dan kedua, serta model regresi linear berganda dan model regresi kuadratik dibincangkan secara mendalam. Akhir sekali, dalam Bab VII iaitu bab penutup, ia merangkumi rumusan bagi hasil kajian dan kajian lanjutan yang berguna untuk masa akan datang.

BAB II

KAJIAN KEPUSTAKAAN

2.1 PENGENALAN

Bab ini menyoroti kajian-kajian yang berkait rapat dengan permasalahan kajian yang dipertimbangkan dalam kajian ini. Kajian kepustakaan dilakukan mengikut nanobendalir mono dan hibrid yang dipertimbangkan dan perkembangan setiap permasalahan sehingga ke kajian terkini dijelaskan dalam bahagian 2.2. Kajian kepustakaan mengenai pemindahan haba ke atas permukaan plat bergerak dibincangkan dalam bahagian 2.3, manakala kajian kepustakaan mengenai aliran lapisan sempadan magnetohidrodinamik, radiasi terma dan gelinciran masing-masing dibincangkan dalam bahagian 2.4, 2.5 dan 2.6.

2.2 ALIRAN LAPISAN SEMPADAN BAGI NANOENDALIR

Nanobendalir, yang telah diperkenalkan oleh Choi (1995), terdiri daripada bendalir asas yang berkoloid dan bersaiz antara 1 hingga 100 nanometer. Nanozarah seperti tembaga, alumina dan titania boleh terampai secara stabil dalam bendalir asas yang berkonduksi haba rendah seperti air, minyak dan etilena glikol. Dengan adanya nanozarah yang dibiarkan terampai dalam bendalir asas, ia dapat meningkatkan kekonduksian haba bendalir tersebut (Choi & Eastman 1995). Pak dan Cho (1998) mengkaji pemindahan haba dengan mengampai nanozarah logam oksida dan mendapati pemindahan haba bendalir bendalir asas telah meningkat. Lee et al. (1999) pula mengkaji kekonduksian terma nanobendalir untuk empat jenis logam oksida dan menyimpulkan bahawa nanobendalir yang mengandungi sejumlah kecil nanozarah mempunyai kekonduksian terma yang lebih tinggi berbanding dengan bendalir asas tanpa nanozarah. Eastman et al. (2001) juga mendapati bahawa dengan penambahan nanozarah tembaga yang bersaiz sepuluh nanometer dalam etilena glikol dapat meningkatkan kekonduksian haba

nanobendalir itu. Seterusnya, Hong et. al. (2005) mendapati terdapat peningkatan kekonduksian terma apabila nanozarah ferum diampai dalam bendalir asas.

Teori lapisan sempadan untuk nanobendalir diterokai secara mendalam oleh (Buongiorno 2006). Teori ini menekankan faktor gerakan Brown dan termoforesis sebagai dua mekanisme gelinciran utama bagi nanobendalir, yang mana kemudiannya dikenali sebagai model Buongiorno dan seterusnya menjadi penanda aras untuk model lapisan sempadan nanobendalir. Dengan nilai-nilai kecil gerakan Brown dan termoforesis, dua faktor ini dilaporkan mempunyai kecenderungan untuk meningkatkan pemindahan haba. Model Buongiorno ini dipertimbangkan oleh Nield dan Kuznetsov (2009) untuk mengkaji permasalahan Cheng-Minkowycz bagi aliran lapisan olakan bebas dalam permukaan berliang. Seterusnya, dalam kajian Kuznetsov dan Nield (2010), mereka juga menggunakan model Buongiorno untuk mengkaji aliran lapisan olakan bebas nanobendalir pada plat menegak.

Nanotiub karbon mula diperkenalkan pada tahun 1991 oleh Iijima (1991) dan ia dikelaskan mengikut dinding iaitu nanotiub karbon berdinding tunggal (SWCNT) dan nanotiub karbon berdinding pelbagai (MWCNT). Kekonduksian terma nanotiub karbon didapati lebih tinggi berbanding dengan bendalir asas. Oleh itu, permintaan terhadap nanotiub karbon dalam pasaran semakin meningkat terutamanya dalam bidang industri, teknologi dan perubatan (Baughman et al. 2002; Bianco et al. 2005; De Volder et al. 2013).

Sementara itu, Khan et al. (2014) telah mengkaji aliran lapisan sempadan ke atas nanotiub karbon dengan menggunakan model Xue (2005). Hayat et al. (2015) mengkaji nanotiub karbon pada permukaan silinder meregang menggunakan kaedah analisis homotopi. Kesan gelinciran pada aliran lapisan sempadan permukaan bergerak bersama-sama dengan analisis kestabilan telah dibincangkan oleh Nur Syazana et al. (2018). Seterusnya, Hayat et al. (2018a) mengkaji tindak balas kimia dan fenomena leburan dalam nanobendalir yang mengandungi nanotiub karbon aliran tiga matra dan mendapati nanozarah MWCNT lebih dominan berbanding SWCNT.

Hayat et al. (2018b) pula mengkaji aliran nanotub karbon pada titik genangan dan menyimpulkan bahawa pekali geseran kulit dan nombor Nusselt setempat meningkat apabila nilai pecahan isi padu CNT yang lebih besar. Seterusnya, Hayat et al. (2019) mengkaji aliran CNT pada permukaan melengkung yang boleh diregangkan dan mendapati kadar pemindahan haba untuk MWCNT lebih bagus berbanding SWCNT.

Pembaharuan terkini dalam bidang nanoteknologi telah memberi nafas baru terhadap penyelidikan aliran sempadan. Nanobendalir terkini telah diperkenalkan, yang mana mengampai dua atau lebih nanozarah dalam bendalir asas dan dikenali sebagai nanobendalir hibrid (Sarkar et al. 2015). Malah, Suresh et al. (2011) telah menjalankan pengukuran kelikatan dan kekonduksian terma nanobendalir hibrid dalam bendalir asas ($\text{Al}_2\text{O}_3 - \text{Cu}/\text{H}_2\text{O}$) dan menyimpulkan bahawa parameter-parameter kelikatan dan kekonduksian terma dapat ditingkatkan apabila pecahan isi padu nanozarah meningkat.

Seterusnya, Moghadassi et al. (2015) membandingkan pemindahan haba antara nanobendalir mono ($\text{Al}_2\text{O}_3\text{-H}_2\text{O}$) dan nanobendalir hibrid ($\text{Al}_2\text{O}_3\text{-Cu}/\text{H}_2\text{O}$) dan mendapati bahawa nanobendalir hibrid mempunyai nilai pekali pemindahan haba yang lebih besar berbanding nanobendalir mono. Selain itu, Hayat dan Nadeem (2017) telah mengkaji nanobendalir hibrid ($\text{Ag-Cu}/\text{air}$) dalam aliran tiga matra dan mendapati kadar pemindahan haba nanobendalir hibrid lebih baik berbanding nanobendalir biasa. Selanjutnya, Huminic dan Huminic (2019) melaporkan bahawa dengan peningkatan dalam parameter pecahan isi padu nanozarah dan suhu, terdapat peningkatan kadar pemindahan haba dalam nanobendalir hibrid ($\text{MgO-MWCNT}/\text{etilena glikol}$) jika dibandingkan dengan nanobendalir biasa. Mereka turut merumuskan bahawa pemendapan nanozarah dan ketebalan lapisan sempadan yang nipis akan meningkatkan kecekapan pemindahan haba.

Selain itu, penyelidikan eksperimen ke atas nanobendalir hibrid turut dijalankan oleh Esfe et al. (2019). Mereka telah membincangkan prestasi kekonduksian terma nanobendalir hibrid yang mengandungi campuran nanozarah SWCNT dan MgO yang diampai dalam etilena glikol sebagai bendalir asas. Mereka berpendapat apabila

terdapat sebanyak 40% pecahan isi padu nanozarah MgO dalam nanobendalir SWCNT/etilena glikol, kekonduksian terma nanobendalir hibrid akan meningkat. Manakala apabila 80% pecahan isi padu nanozarah MgO diserakkan dalam SWCNT/etilena glikol, kekonduksian terma nanobendalir hibrid lebih rendah.

Seterusnya, penyelidikan dan kajian terkini mengenai kekonduksian terma dalam nanobendalir hibrid CNT turut dijalankan oleh Nadeem et al. (2019). Mereka mempertimbangkan campuran nanozarah SWCNT ke dalam nanobendalir MWCNT-air dan melaporkan nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air mempunyai kecekapan pemindahan haba yang lebih baik berbanding nanobendalir mono (SWCNT-air). Seterusnya, Hayat et al. (2020) telah mengkaji aliran tiga matra nanobendalir hibrid berputar SWCNT-MWCNT dalam bendalir asas yang dipanaskan secara olakan dan merentasi permukaan regangan secara eksponen. Mereka melaporkan bahawa penggunaan nanobendalir hibrid memberikan kadar pemindahan haba yang lebih baik daripada nanobendalir mono.

Alhajaj et al. (2020) pula mengkaji aliran olakan paksa nanobendalir mono dan hibrid dalam medium berliang secara eksperimen dan permodelan matematik. daripada perbandingan antara penyelidikan secara eksperimen dan permodelan matematik, mereka mendapati keputusan perbandingan adalah sangat baik. Selain itu, mereka turut melaporkan prestasi pemindahan haba nanobendalir hibrid lebih bagus berbanding nanobendalir mono untuk kepekatan nanozarah yang sama. Malah, pekali geseran kulit nanobendalir hibrid turut dilaporkan lebih tinggi. Justeru, mereka menyimpulkan bahawa nanobendalir hibrid adalah sangat baik dalam meningkatkan kadar pemindahan haba.

Selanjutnya, Muhammad et al. (2021) telah menyiasat telatah aliran olakan nanobendalir hibrid pada permukaan melengkung yang diregangkan. Mereka membuat perbandingan antara nanobendalir SWCNT dan nanobendalir hibrid SWCNT+MWCNT yang mana minyak sebagai bendalir asas. Mereka turut mengambil kira kehadiran radiasi terma dalam kajian mereka. Mereka mendapati nanobendalir hibrid lebih efisien berbanding nanobendalir mono (SWCNT-minyak).

2.3 PEMINDAHAN HABLA MERENTASI PERMUKAAN PLAT BERGERAK

Lapisan sempadan klasik merentasi plat rata atau lebih dikenali sebagai masalah Blasius telah menarik minat banyak penyelidik sejak diperkenalkan pada tahun 1907, antaranya Anuar et al. (2009), Norfifah et al. (2010), Nor Ashikin et al. (2016), Nur Syazana et al. (2018) dan ramai lagi. Blasius (1907) telah mengkaji aliran lapisan sempadan di atas plat rata tanpa mempertimbangkan aspek pemindahan haba. Namun begitu, permasalahan Blasius tidak memberikan sebarang penyelesaian analitik. Seterusnya, Sakiadis (1960) telah memperkembangkan masalah Blasius pada aliran lapisan sempadan dalam nanobendalir merentasi permukaan plat rata bergerak. Beliau turut memperoleh persamaan yang sama seperti Blasius, tetapi syarat sempadan yang berbeza. Dengan penemuan-penemuan tersebut, banyak makalah berkenaan aliran dan pemindahan haba merentasi permukaan plat rata sama ada tetap atau bergerak telah diterbitkan.

Antaranya Anuar et al. (2009) yang telah memperkembangkan masalah klasik Blasius dan Sakiadis, dengan mempertimbangkan plat rata bergerak dalam arah yang sama atau berlawanan aliran bebas, semuanya dengan halaju tetap. Berdasarkan kajian mereka, penyelesaian dual wujud ketika plat dan aliran bebas bergerak ke arah yang bertentangan. Mereka turut melaporkan peningkatan nilai nombor Prandtl menyebabkan profil suhu meningkat dalam penyelesaian cabang atas dan penyelesaian cabang bawah. Seterusnya aliran dan pemindahan haba serta jisim merentasi plat bergerak dalam nanobendalir diperluaskan oleh Norfifah et al. (2010). Menggunakan kaedah kotak Keller, mereka melaporkan peningkatan nilai nombor Prandtl meningkatkan nombor Sherwood setempat.

Norfifah et al. (2012) turut mengkaji aliran dan pemindahan haba dalam nanobendalir menggunakan model matematik nanobendalir Tiwari dan Das di atas permukaan rata yang tetap atau bergerak. Beliau mempertimbangkan kehadiran nanozarah kuprum (Cu), alunima (Al_2O_3) dan titania (TiO_2) dalam bendalir asas iaitu air. Malah, bendalir asas dan nanozarah diandaikan berada dalam keseimbangan terma dan tiada kehadiran syarat sempadan gelinciran. Mereka melaporkan nanozarah Cu menunjukkan pekali geseran kulit dan nombor Nusselt setempat yang tinggi berbanding

nanozarah yang lain. Setelah itu, aliran nanobendalir dan pemindahan haba merentasi plat menegak dengan kehadiran radiasi terma telah dijalankan oleh Turkeyilmazoglu dan Pop (2013). Mereka melaporkan TiO_2 mempunyai kadar pemindahan haba paling minimum manakala pemindahan haba terbesar berlaku untuk Cu, walaupun Ag mempunyai kekonduksian terma terbesar.

Seterusnya, Hajmohammadi et al. (2015) menjalankan kajian ke atas aliran dan pemindahan haba nanobendalir merentasi plat rata telap dengan mempertimbangkan syarat sempadan olakan. Dua jenis nanobendalir digunakan dalam kajian mereka iaitu Cu-air dan Ag-air. Bagi kes suntikan dan permukaan tidak telap, dilaporkan peningkatan pecahan isi padu nanozarah meningkatkan kadar pemindahan haba olakan. Manakala, bagi kes sedutan, peningkatan nilai pecahan isi padu nanozarah mengurangkan pemindahan haba olakan pada permukaan walaupun terdapat peningkatan kekonduksian terma dalam nanozarah. Seterusnya, aliran lapisan sempadan merentasi plat rata pegun/bergerak dalam nanobendalir berasaskan air yang mengandungi SWCNT dan MWCNT dikaji oleh Khan et al. (2015). Mereka mendapati kadar pemindahan haba meningkat apabila plat bergerak sama arah dengan aliran bebas, manakala kadar pemindahan haba pada permukaan berkurang apabila plat bergerak dalam arah yang bertentangan dengan aliran bebas.

Nur Syazana dan Norfifah (2016) pula mengkaji masalah aliran lapisan sempadan dan pemindahan haba melepasi plat rata separa statik tak terhingga untuk masalah Sakiadis dan Blasius dalam nanobendalir berasaskan air yang mana mengandungi tiga jenis nanozarah, iaitu Cu, Al_2O_3 , dan TiO_2 . Mereka melaporkan kehadiran nanozarah dalam bendalir asas air mengakibatkan peningkatan nilai pekali geseran kulit dan nombor Nusselt setempat. Malah, kadar pemindahan haba dalam nanobendalir Cu-air dan Al_2O_3 -air lebih tinggi berbanding dengan TiO_2 -air.

Seterusnya, Nor Ashikin et al. (2016) melanjutkan kajian ke atas pemindahan haba dan jisim merentasi plat bergerak dengan menggunakan syarat sempadan yang dicadangkan oleh Norfifah et al. (2010). Mereka melaporkan nombor Nusselt setempat dan nombor Sherwood setempat masing-masing meningkat dengan peningkatan parameter gerakan Brown dan parameter termoforesis. Kajian ke atas pemindahan haba

dalam bendalir merentasi plat rata atau plat bergerak turut dikaji oleh Hussanan et al. (2016). Mereka mempertimbangkan faktor medium berliang, daya apung, MHD dan radiasi terma dalam kajian tersebut. Hasil daripada kajian tersebut, terdapat perbezaan yang signifikan antara nanobendalir Al_2O_3 -air, TiO_2 -air dan Cu-air terhadap profil suhu. Mereka turut melaporkan bahawa nanobendalir Cu-air menunjukkan kadar pemindahan haba lebih tinggi daripada Al_2O_3 -air dan TiO_2 -air.

Seterusnya, kajian ke atas plat rata atau bergerak diterokai oleh Fetecau et al. (2017) yang mengkaji ciri pemindahan haba dan jisim dalam nanobendalir pecahan yang mengandungi nanozarah CuO dan Ag, di atas plat menegak tak terhingga dengan mengambil kira faktor suhu seragam dan kesan radiasi terma. Kajian pemindahan haba dalam bendalir merentasi plat condong turut dijalankan Devi dan Suriyakumar (2017), dengan mempertimbangkan dua jenis nanozarah iaitu Cu dan Al_2O_3 dalam bendalir asas air. Kesan medan magnet turut dikaji. Dalam perbandingan antara aliran Blasius dengan aliran Sakiadis, mereka melaporkan profil halaju nanobendalir meningkat dengan peningkatan nilai nanozarah Cu pada aliran Blasius. Sebaliknya, kesan ini berlawanan dalam aliran Sakiadis ke atas profil halaju. Dengan penambahan nanozarah Cu dan Al_2O_3 ke dalam bendalir asas telah mengakibatkan peningkatan pada suhu dan seterusnya meningkatkan kadar pemindahan haba pada permukaan untuk kedua-dua aliran Blasius dan Sakiadis.

Selanjutnya, kajian pemindahan haba merentasi permukaan plat rata/bergerak diperluaskan oleh Rajput et al. (2017). Aliran nanobendalir yang mengandungi mikroorganisma girotaktik dengan pengaruh medan magnet dan syarat sempadan sedutan dipertimbangkan. Mereka merumuskan proses olakan dikawal oleh parameter nombor Lewis, parameter bioperolakan, parameter gerakan Brown dan parameter termoforesis. Malah, mereka turut merumuskan apabila kesan sedutan meningkat, ia meningkatkan kadar pemindahan haba pada permukaan. Jahan et al. (2017) pula menyiasat aliran lapisan sempadan nanobendalir merentasi permukaan plat bergerak dalam aliran bebas yang seragam dengan menggunakan model aliran bersama iaitu model gabungan antara model semakan Buongiorno dan model Tiwari dan Das. Mereka melaporkan profil suhu meningkat dengan peningkatan nombor Schmidt. Ini dilihat selari dengan keputusan kadar pemindahan haba, yang mana ia berkurangan untuk nilai

nombor Schmidt yang lebih tinggi. Begitu juga, profil suhu dilaporkan lebih tinggi untuk nilai termoforesis yang lebih tinggi. Hasil ini dilaporkan selari dengan kadar pemindahan haba, iaitu nilai Nombor Nusselt setempat lebih tinggi untuk nilai termoforesis yang lebih rendah.

Zokri et al. (2018) telah mengkaji pemindahan haba merentasi plat bergerak dalam aliran MHD nanobendalir Jeffrey. Kajian tersebut melaporkan dengan kehadiran nanozarah dalam bendalir asas, pemereseapan terma bendalir Jeffrey ditingkatkan. Setelah itu, kajian aliran dan pemindahan haba merentasi plat rata bergerak dalam bendalir asas iaitu air dan minyak yang mengandungi SWCNT dan MWCNT disiasat oleh Nur Syazana et al. (2018). Berdasarkan laporan kajian mereka, peningkatan pecahan isi padu nanozarah CNT mengurangkan nilai pekali geseran kulit setempat. Mereka turut merumuskan nanozarah SWCNT lebih efisien berbanding MWCNT dalam bendalir asas. Namun begitu, nanozarah CNT dalam bendalir asas minyak mempunyai pekali geseran kulit dan kadar pemindahan haba pada permukaan yang lebih baik berbanding nanozarah CNT dalam bendalir asas air.

Nor Hathirah et al. (2019) pula mempertimbangkan aliran lapisan merentasi plat rata statik dan plat rata semi-tak terhingga yang bergerak dalam nanobendalir berasaskan air yang mengandungi nanozarah Cu, Al_2O_3 dan TiO_2 . Dengan mempertimbangkan syarat sempadan gelincir halaju dan perolakan terma, mereka merumuskan kehadiran nanozarah ke dalam bendalir asas air telah mengakibatkan peningkatan dalam nilai pekali geseran kulit dan nombor Nusselt setempat. Peningkatan ini dilihat meningkat dengan ketara dengan peningkatan pecahan isi padu nanozarah. Dengan itu, kajian tersebut menyimpulkan penambahan nanozarah menunjukkan peningkatan dalam kadar pemindahan haba. Seterusnya, Zulkifli et al. (2019) menyiasat aliran lapisan sempadan ke atas plat bergerak dalam nanobendalir dengan kesan pelepasan likat menggunakan model matematik semakan Buongiorno. Kajian mereka mempertimbangkan syarat sempadan fluks jisim sifar. Pecahan isi padu nanozarah pada sempadan adalah berada dalam kawalan pasif daripada kawalan aktif dan ini menjadikan model lebih realistik. Mereka melaporkan faktor kehadiran pelepasan likat menyumbang kepada peningkatan profil suhu. Di samping itu, mereka turut

merumuskan bahawa kedua-dua profil suhu dan kepekatan nanozarah meningkat dengan peningkatan parameter termoforesis.

Seterusnya, kajian ke atas aliran dan pemindahan haba merentasi plat rata bergerak diperluaskan dalam nanobendalir hibrid. Antaranya, Nur Adilah Liyana et al. (2020) mengkaji aliran nanobendalir hibrid merentasi plat bergerak dengan mempertimbangkan kesan sedutan dan medan magnet. Mereka melaporkan penyelesaian dual wujud dalam rantau aliran menentang iaitu apabila plat bergerak pada arah yang bertentangan dengan aliran bebas. Dalam kajian tersebut, perbandingan antara nanobendalir mono dan hibrid turut dilaporkan. Nanobendalir mono dilaporkan telah melambatkan pemisahan lapisan sempadan berbanding dengan nanobendalir hibrid yang mana dapat mempercepatkan pemisahan lapisan sempadan. Selanjutnya, kesan nanobendalir hibrid Cu-Al₂O₃ dalam bendalir asas air di sepanjang permukaan yang plat bergerak dengan pemindahan haba lebur dikaji oleh Khashi'ie et al. (2020). Syarat sempadan yang dicadangkan oleh Epstein dan Cho (1976) dipertimbangkan, dan ianya berbeza dengan model matematik sedia ada kerana dalam fenomena lebur, proses pemindahan haba pada antara permukaan plat-bendalir berlaku daripada permukaan bendalir panas ke permukaan sejuk. Kewujudan penyelesaian dual dilaporkan apabila permukaan plat dan aliran bebas bergerak pada arah yang bertentangan, manakala penyelesaian cabang atas hanya wujud apabila plat bergerak pada arah yang sama dengan aliran bebas. Turut dilaporkan bahawa nanobendalir hibrid mempunyai nilai geseran kulit setempat dan kadar pemindahan haba yang tinggi di bawah fenomena pemindahan haba lebur.

2.4 ALIRAN LAPISAN SEMPADAN MAGNETOHIDRODINAMIK

Kebelakangan ini, aliran magnetohidrodinamik (MHD) dan pemindahan haba ke atas permukaan plat rata yang bergerak menjadi permasalahan yang penting dalam bidang masalah kejuruteraan, terutamanya bidang kejuruteraan petroleum, kajian plasma, pengambilan tenaga panas bumi, aerodinamik dan banyak lagi. Menurut Sheikholeslami dan Ganji (2016), MHD merujuk kepada bidang yang mengkaji sifat magnetik dan tingkah laku bendalir yang berupaya mengalirkan elektrik.

Menurut Davidson (2001), Hartmann merupakan salah seorang perintis MHD apabila beliau berjaya mencipta pam elektromagnet pada 1918. Namun begitu, penggunaan MHD tidak begitu popular pada era tersebut. Sehingga pada awal 1960-an, MHD mula menarik minat penyelidik apabila beberapa inovasi teknologi dalam kejuruteraan diperkenalkan. Sejak itu, banyak makalah penting berkenaan aliran lapisan sempadan dengan kesan MHD telah diterbitkan. Antaranya, pemindahan haba dan jisim ke atas bendalir Casson yang dijalankan oleh Gireesha et al. (2015) dengan kesan medium berliang merentasi lembaran meregang. Beliau melaporkan bahawa apabila peningkatan nilai kesan medan magnet, ketebalan lapisan sempadan momentum berkurang manakala lapisan sempadan kepekatan menebal.

Seterusnya, Mohyud-Din et al. (2016) telah menjalankan kajian ke atas pemindahan haba dan jisim dalam nanobendalir merentasi plat bergerak dengan kesan MHD menggunakan model matematik nanobendalir Buongiorno. Mereka mengambil kira keadaan sempadan fluks jisim sifar dalam kajian mereka dan mendapati terdapat perubahan yang ketara dalam profil kepekatan kesan daripada faktor fluks sifar ini. Selain itu, mereka turut mendapati apabila nilai parameter kesan magnet meningkat, profil halaju akan menurun dan ketebalan lapisan sempadan turut menurun.

Selanjutnya, kesan tindak balas kimia dan pemindahan haba dalam aliran lapisan sempadan Maxwell bendalir Ferro merentasi permukaan meregang di bawah pengaruh kesan magnet dwikutub dikaji oleh Majeed et al. (2017). Mereka menyimpulkan peningkatan nilai parameter kesan magnet didapati menurunkan profil halaju kesan daripada pengaruh daya Lorentz. Menurut Majeed et al. (2017), daya Lorentz ini bertindak menentang aliran bendalir, dan seterusnya menghasilkan rintangan dalam aliran bendalir tersebut. Selain itu, kesan daripada daya Lorentz ini turut dilihat mengakibatkan peningkatan dalam profil suhu dan profil kepekatan. Penyelidikan ke atas MHD turut dijalankan oleh Turkyilmazoglu (2018) yang mengkaji aliran lapisan sempadan dan pemindahan haba untuk olakan campuran dalam bendalir likat merentasi permukaan telap yang tidak linear dengan kesan MHD. Beliau mendapati apabila terdapat peningkatan dalam parameter kesan magnet, ketebalan lapisan sempadan momentum dan terma akan menurun. Manakala apabila nombor Prandtl meningkat, ketebalan lapisan sempadan momentum dan terma akan meningkat.

Nayak et al. (2017) pula mempertimbangkan aliran lapisan sempadan tiga matra magnetohidrodinamik yang tak mampat dalam nanobendalir yang mengalir ke atas lembaran peregangan secara eksponen. Mereka menggunakan model matematik nanobendalir Buongiorno untuk mengkaji pemindahan haba dalam nanobendalir. Mereka menyimpulkan peningkatan kesan medan magnet dan termoforesis telah mengurangkan kadar pemindahan haba daripada permukaan lembaran manakala apabila peningkatan nombor Prandtl dan parameter olakan jisim yang menunjukkan peningkatan kadar pemindahan haba yang akan mempercepatkan proses penyejukan. Kesan aliran MHD dan pemindahan haba dengan bawah pengaruh gelinciran ke atas plat rata bergerak dikaji oleh Ellahi et al. (2018). Mereka melaporkan apabila kesan medan magnet meningkat, terdapat peningkatan ketebalan lapisan sempadan terma kesan daripada pemanasan tambahan dalam aliran bendalir yang disebabkan oleh pelepasan likat.

Seterusnya, kajian ke atas aliran MHD dalam bendalir Newton dan tak Newton turut dikaji. Antaranya, Hayat et al. (2017) yang mengkaji pemindahan haba dalam aliran genangan MHD bendalir Cross di permukaan yang meregang. Dalam kajian mereka, didapati kehadiran medan magnet bertindak sebagai faktor rencatan untuk halaju bendalir. Kesan medan magnet sangat ketara dalam profil halaju apabila ketebalan lapisan sempadan semakin berhampiran dengan permukaan jasad apabila nilai nombor Hartmann meningkat. Selain itu, Bhatti et al. (2016) mengkaji telatah MHD dalam nanobendalir Williamson di atas lembaran menyusut. Mereka turut mengambil kira kesan radiasi terma dan tindak balas kimia dalam kajian mereka. Penjanaan entropi juga menjadi faktor utama dalam kajian aliran MHD nanobendalir Williamson ini. Mereka melaporkan kesan medan magnet terhadap profil halaju dalam nanobendalir Newton dilihat lebih tinggi berbanding nanobendalir Williamson.

Masalah aliran titik genangan di atas lembaran meregang/mengecut yang direndam dalam bendalir mikrokutub turut mendapat perhatian Soid et al. (2018). Mereka berpendapat kesan medan magnet dalam bendalir mikropolar adalah penting untuk mengawal halaju bendalir. Kehadiran medan magnet menghasilkan daya tahan yang menyebabkan aliran bendalir menjadi perlahan. Ini menyebabkan pekali geseran kulit pada permukaan meningkat. Selain itu, mereka turut melaporkan nilai kesan

medan magnet yang tinggi juga boleh meningkatkan putaran zarah-zarah pada plat mengecut. Selain itu, Alarifi et al. (2019) mengkaji aliran laminar yang stabil di atas permukaan merengang yang menegak dengan adanya kesan pelepasan likat, kesan punca dan penyerap haba, serta kesan medan magnet dalam nanobendalir telah dianalisis secara berangka melalui kaedah berangka Runge-Kutta – Fehlberg. Mereka mendapati apabila nombor Hartmann meningkat, profil halaju dalam aliran bantu akan menurun, manakala dalam aliran menentang profil halaju akan meningkat. Selain itu, kajian aliran MHD dalam nanobendalir ferro turut dikaji oleh Yasin et al. (2020). Mereka mempertimbangkan syarat sempadan pemanasan Newton dalam kajian tersebut. Dengan menggunakan teknik penghapusan blok, mereka mendapati apabila nilai kesan magnet meningkat, profil halaju turut meningkat, manakala profil suhu akan menurun.

Nur Syazana et al. (2020a) pula mempertimbangkan kesan MHD pada aliran titik genangan sepanjang lembaran meregang/mengecut dalam bendalir asas iaitu air dan minyak yang mengandungi SWCNT dan MWCNT. Berdasarkan kajian yang dibuat, peningkatan nilai kesan medan magnet dalam nanobendalir SWCNT-air telah meningkatkan nilai pekali geseran kulit setempat dan nombor Nusselt setempat. Nur Syazana et al. (2020b) turut mengkaji aliran olakan campuran MHD ke atas permukaan meregang/mengecut dalam nanobendalir. Bendalir asas iaitu air dan minyak yang mengandungi SWCNT dan MWCNT dipertimbangkan dalam kajian tersebut. Mereka mendapati peningkatan nilai kesan medan magnet menyebabkan penurunan ketebalan lapisan momentum dan ketebalan lapisan terma. Oleh itu, mereka menyimpulkan bahawa peningkatan ini dapat meningkatkan proses pemindahan haba untuk permukaan meregang.

Seterusnya, kajian aliran MHD ke atas nanobendalir hibrid turut menjadi fokus utama kebelakangan ini. Junoh et al. (2019) pula menyelidik aliran lapisan sempadan MHD pada titik genangan ke atas lembaran meregang/mengecut dalam nanobendalir hibrid. Mereka mencampurkan nanozarah CuO ke dalam nanobendalir yang mengandungi sebanyak 0.1 pecahan isi padu nanozarah Al_2O_3 dalam bendalir asas air. Mereka menyimpulkan bahawa peningkatan nilai kesan medan magnet memberi kesan

kepada pengurangan nilai pekali geseran kulit setempat dan nombor Nusselt setempat. Oleh itu, ini mempercepatkan pemisahan lapisan sempadan.

Chamkha et al. (2019) pula meneroka aliran MHD dan pemindahan haba dalam nanobendalir hibrid antara dua permukaan plat berputar, yang mana plat atas diandaikan boleh ditembusi manakala plat bawah pula merupakan permukaan meregang. Kesan radiasi terma dan pemanasan Joule turut dipertimbangkan dalam kajian mereka. Mereka melaporkan dengan peningkatan nilai kesan medan magnet dan kesan putaran, lapisan sempadan terma akan menebal. Memandangkan nombor Nusselt setempat dan ketebalan lapisan sempadan terma mempunyai hubungan yang bertentangan, mereka menyimpulkan bahawa nombor Nusselt setempat menurun pada permukaan.

Seterusnya, kajian mengenai olakan bebas nanobendalir hibrid yang terbatas antara dua permukaan medium berliang dikaji oleh Izadi et al. (2019). Nanozarah MWCNT dicampurkan ke dalam nanobendalir Fe_3O_4 -air. Untuk mengkaji kadar pemindahan haba, mereka mempertimbangkan kesan medan magnet yang diandaikan teraruh pada permukaan bawah. Kajian mendapati peningkatan nombor Hartmann memperlahankan aliran olakan dan pemindahan tenaga dengan pengurangan nilai nombor Nusselt setempat. Seterusnya, kajian ke atas nanobendalir hibrid $\text{Cu-Al}_2\text{O}_3$ /air dalam aliran olakan titik genangan ke atas lembaran meregang dan mengecut dengan kesan medan magnet dan kesan punca/penyerap haba dikaji oleh Anuar et al. (2020a). daripada kajian tersebut, didapati peningkatan nilai kesan medan magnet meningkatkan nilai pekali geseran kulit setempat dan nombor Nusselt setempat. Mereka turut melaporkan peningkatan ini memberi kesan kepada peningkatan momentum yang mana dapat mempercepatkan aliran bendalir pada permukaan dan kadar pemindahan haba pada permukaan.

Selanjutnya, kesan medan magnet dan sedutan ke atas plat bergerak yang mengandungi nanobendalir hibrid dengan bendalir asas adalah air, Alumina oksida (Al_2O_3) dan kuprum (Cu) sebagai nanozarah disiasat oleh Nur Adilah Liyana et al. (2020). Mereka melaporkan apabila nilai parameter kesan medan magnet dan pecahan isi padu nanozarah Al_2O_3 meningkat, pekali geseran kulit setempat dan kadar pemindahan haba pada permukaan meningkat.

2.5 ALIRAN NANOENDALIR DENGAN KESAN RADIASI TERMA

Bahagian ini pula akan menerangkan kajian-kajian terdahulu yang berkait dengan radiasi terma secara mendalam. Menurut Motsumi dan Makinde (2012) dan Nayak et al. (2017), kesan radiasi terma sangat penting terutama dalam reka bentuk peralatan seperti loji nuklear, turbin gas, pelbagai alat pendorong untuk kenderaan angkasa, peluru berpandu, satelit, dan juga sistem penukaran tenaga yang maju. Menurut Sheikholeslami et al. (2016), sinaran radiasi juga memainkan peranan penting dalam mengawal proses pemindahan haba dalam industri polimer.

Kajian ke atas pemindahan haba dalam nanobendalir dengan kesan radiasi telah dijalankan oleh Cortell (2008). Beliau telah menjalankan kajian ke atas aliran Sakiadis (1961) dengan kesan radiasi terma menggunakan teori lapisan sempadan bersama konsep penjelmaan keserupaan. Seterusnya, kajian demi kajian dijalankan dalam nanobendalir dengan kesan radiasi terma dalam aliran lapisan sempadan. Antaranya, Ishak (2011) mengkaji kesan radiasi terma terhadap aliran lapisan sempadan magnetohidrodinamik (MHD) bagi bendalir likat di atas helaian meregang secara eksponen. Beliau mendapati ketebalan lapisan sempadan terma meningkat apabila kesan radiasi terma meningkat yang mana menyebabkan penurunan nilai nombor Nusselt setempat yang mewakili kadar pemindahan haba pada permukaan.

Seterusnya, Ibrahim dan Shankar (2013) mengkaji aliran lapisan sempadan dan pemindahan haba ke atas lembaran meregang yang telap dalam nanobendalir dengan kesan radiasi terma. Mereka turut mempertimbangkan kesan medan magnet dan syarat sempadan gelinciran dalam kajian tersebut. Dengan menggunakan model nanobendalir Buongiorno, mereka mendapati peningkatan nilai radiasi terma menyebabkan profil suhu meningkat, dan seterusnya ketebalan lapisan sempadan terma turut meningkat. Manakala Yazdi et al. (2014) pula membincangkan kajian mengenai aliran lapisan sempadan MHD olakan campuran nanobendalir pada aliran titik genangan di atas plat menegak meregang dalam medium berliang dengan kehadiran radiasi terma. Menggunakan model matematik nanobendalir Tiwari dan Das, mereka melaporkan apabila terdapat peningkatan dalam kesan radiasi terma, profil halaju turut meningkat dalam aliran membantu, manakala dalam aliran menentang profil halaju menurun.

Seterusnya, pengaruh radiasi terma pada pemindahan haba dan jisim olakan campuran aliran titik genangan dalam nanobendalir ke atas lembaran meregang/mengecut dalam medium berliang dikaji oleh Pal dan Mandal (2014). Selain itu, kesan tindak balas kimia turut dibincangkan dalam kajian tersebut. Mereka melaporkan bahawa dengan peningkatan nilai radiasi terma, terdapat peningkatan dalam profil suhu nanobendalir untuk kedua-dua lembaran meregang dan juga lembaran mengecut. Haroun et al. (2017) mengkaji kesan parameter radiasi terma, Soret dan Dufour pada olakan campuran dalam aliran nanobendalir pada lembaran meregang. Kesan medan magnet turut dipertimbangkan dalam kajian mereka. Kajian mendapati peningkatan nilai kesan radiasi terma menyebabkan peningkatan dalam nilai pekali geseran kulit dan nombor Nusselt setempat. Manakala, nombor Sherwood setempat dilihat menurun dengan peningkatan nilai radiasi terma.

Hayat et al. (2017) pula membincangkan pengaruh radiasi terma dalam aliran lapisan olakan Marangoni bendalir likat. Analisis telah dijalankan ke atas nanozarah SWCNT dan MWCNT. Mereka melaporkan peningkatan nilai radiasi meningkatkan profil suhu. Selain itu, mereka turut melaporkan profil suhu untuk nanobendalir SWCNT-air dilihat lebih tinggi berbanding MWCNT-air. Seterusnya, Hayat et al. (2018a) menganalisis aliran nanotub karbon dalam bendalir asas air dengan kesan radiasi terma. Darcy – Forchheimer tidak linear dipertimbangkan dalam kajian tersebut. Kajian tersebut melaporkan nombor Nusselt setempat untuk SWCNT dan MWCNT meningkat dengan peningkatan nilai radiasi terma.

Kajian berangka dilakukan ke atas aliran dan pemindahan haba nanobendalir MHD di atas permukaan meregang oleh Ghadikolaie et al. (2018). Kesan radiasi terma yang tak linear dan pemanasan joule dipertimbangkan dalam kajian tersebut. Kajian tersebut melaporkan terdapat peningkatan dalam profil suhu untuk nanobendalir dengan peningkatan parameter radiasi terma. Afridi et al. (2018) pula telah mengkaji kesan radiasi terma yang tidak linear pada nanobendalir yang mengandungi nanotub karbon merentasi jarum nipis mendatar bergerak. Mereka melaporkan apabila nilai parameter radiasi terma meningkat mengakibatkan penurunan profil suhu bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air. Selain itu, pekali geseran kulit setempat turut dilaporkan meningkat dengan peningkatan nilai parameter radiasi terma. Naganthran et al. (2018)

pula mengkaji masalah aliran titik genangan olakan campuran sepanjang plat rata telap menegak dalam bendalir Oldroyd-B. Kesan radiasi terma dan penjaan/penyerapan haba dalam aliran bendalir turut dipertimbangkan. Mereka melaporkan apabila nilai parameter radiasi terma berkurangan, nilai pekali geseran kulit dan nombor Nusselt turut berkurang.

Sementara itu, Naganthran dan Nazar (2019) membincangkan aliran bendalir likat dan pemindahan haba berhampiran titik genangan di atas permukaan telap regangan/mengecut. Kesan radiasi terma, syarat sempadan gelinciran halaju dan gelinciran terma dipertimbangkan dalam kajian ini. Mereka melaporkan peningkatan dalam kadar pemindahan haba apabila nilai parameter radiasi terma meningkat. Mereka berpendapat dengan meningkatkan nilai parameter radiasi terma, fluks haba pada permukaan meningkat dan ketebalan lapisan sempadan terma menjadi lebih nipis. Oleh itu, kadar pemindahan haba bertambah baik. Selanjutnya, kajian ke atas radiasi terma dalam nanobendalir yang mengandungi nanotub karbon dilakukan oleh Hussanan et al. (2019). Kajian mereka memfokuskan pada pemindahan tenaga dengan kesan MHD dalam nanobendalir yang mengandungi nanotub karbon (CNT) melewati lembaran meregang di bawah pengaruh radiasi terma dan pemanasan Newton. Mereka mendapati profil suhu meningkat dengan peningkatan parameter radiasi terma.

Waini et al. (2019a) mengkaji aliran dan pemindahan haba dalam nanobendalir hibrid Cu-Al₂O₃/air di atas permukaan meregang/mengecut yang tidak telap dengan pengaruh radiasi terma. Kajian tersebut melaporkan bahawa peningkatan parameter radiasi terma mengakibatkan lapisan sempadan terma menebal. Mengikut kajian yang dijalankan oleh Vyas dan Srivastava (2012) dalam makalah yang bertajuk "*Radiative boundary layer flow in porous medium due to exponentially shrinking permeable sheet*", nilai radiasi terma yang tinggi menunjukkan dominasi radiasi terma bersifat konduksi, yang mana akan mengakibatkan peningkatan dalam profil suhu. Seterusnya, Ghalambaz et al. (2019) membincangkan aliran dan pemindahan haba nanobendalir hibrid MgO-MWCNTs dalam bendalir asas etilena glikol melalui dua permukaan tertutup. Beliau mendapati kehadiran medan magnet telah mengurangkan kadar pemindahan haba.

Zainal et al. (2020a) menyelidik telatah aliran dan pemindahan haba nanobendalir hibrid ($\text{Cu-Al}_2\text{O}_3/\text{air}$) dengan kesan MHD dan radiasi terma di atas permukaan plat bergerak yang telap. Hasil kajian tersebut menunjukkan peningkatan parameter radiasi terma meningkatkan kadar pemindahan haba pada permukaan. Roy et al. (2020) pula menyiasat aliran dan pemindahan haba nanobendalir hibrid dalam silinder bulat dengan andaian halaju aliran bebas bertentangan dengan daya apung. Kajian mendapati nilai parameter konduksi–radiasi yang tinggi mengurangkan kadar pemindahan haba pada permukaan. Yashkun et al. (2020) turut menyiasat ciri pemindahan haba dalam aliran MHD nanobendalir hibrid di atas permukaan regangan dan mengecut. Kesan penyedutan dan kesan radiasi terma dipertimbangkan dalam kajian mereka. Mereka melaporkan pekali geseran kulit meningkat, tetapi nombor Nusselt setempat menurun untuk penyelesaian pertama dengan peningkatan parameter radiasi terma.

Terkini, Kumar et al. (2021) menganalisis kestabilan pemindahan haba dan ciri aliran nanobendalir hibrid ferromagnetik di atas plat bergerak dengan mempertimbangkan radiasi matahari. Mereka mendapati bahawa profil suhu meningkat untuk peningkatan nilai parameter radiasi. Keadaan ini menyebabkan ketebalan lapisan sempadan terma meningkat. Mereka turut menyimpulkan penurunan pekali penyerapan min berlaku apabila terdapat peningkatan nilai parameter radiasi, yang mana mengakibatkan jumlah pemindahan haba radiasi berkurangan. Seterusnya, kajian ke atas mikrokutub hibrid $\text{Cu-Al}_2\text{O}_3/\text{air}$ di atas lembaran boleh ubah pada titik genangan dengan kesan radiasi terma diterokai oleh Nur Syazana dan Norfifah (2021). Berdasarkan kepada kajian mereka, didapati peningkatan parameter radiasi terma dalam mikrokutub hibrid meningkatkan nombor Nusselt setempat.

2.6 ALIRAN NANOENDALIR DENGAN KESAN GELINCIRAN

Dalam bahagian ini, kajian yang melibatkan syarat sempadan gelinciran dalam aliran dan pemindahan haba dibincangkan secara terperinci. Penerangan bahagian ini hanya melibatkan syarat sempadan gelincir halaju sahaja. Dalam mekanik nanobendalir, ketiadaan gelinciran pada syarat sempadan tidak lagi berlaku. Ini menjadikan satu sebab

mengapa syarat sempadan gelinciran harus dipertimbangkan pada aliran dan pemindahan haba.

Noghrehabadi et al. (2013) telah menganalisis perkembangan kesan gelinciran pada aliran lapisan sempadan dan pemindahan haba di atas permukaan meregang dengan mempertimbangkan faktor pecahan isi padu nanozarah. Dalam pemodelan matematik nanobendalir, kesan dinamik termasuk gerakan Brown dan termoforesis turut dipertimbangkan. Penyelesaian keserupaan diperoleh didapati bergantung pada nombor Prandtl, faktor gelinciran, nilai gerakan Brownian, nombor Lewis, dan nilai termoforesis. Kajian tersebut melaporkan parameter gelinciran sangat mempengaruhi halaju aliran dan tegasan ricih permukaan pada lembaran meregang dan juga mengurangkan nombor Nusselt dan nombor Sherwood setempat. Ebaid et al. (2014) mempertimbangkan kesan keadaan gelinciran halaju pada aliran dan pemindahan haba dalam nanobendalir Cu-air dan TiO₂-air di atas lembaran meregang/mengecut dengan kehadiran medan magnet. Mereka merumuskan untuk kesan permukaan mengecut, dengan peningkatan nilai dalam parameter gelinciran, profil halaju untuk kedua-dua nanobendalir akan berkurangan manakala profil suhu akan meningkat. Mereka turut melaporkan suhu nanobendalir Cu-air lebih tinggi daripada suhu nanobendalir TiO₂-air.

Seterusnya, aliran titik genangan olakan campuran tiga matra disiasat secara berangka oleh Anuar et al. (2017). Kesan permukaan meregang dan mengecut dengan syarat sempadan gelinciran pada halaju dipertimbangkan dalam kajian mereka. Mereka merumuskan nilai kritikal $|\lambda_c|$ meningkat apabila nilai kesan permukaan meregang/mengecut, kesan sedutan dan kesan gelinciran meningkat. Dengan itu, kajian tersebut melaporkan peningkatan kesan-kesan tersebut melambatkan pemisahan lapisan sempadan. Nor Fadhilah et al. (2017) pula mengkaji ciri aliran lapisan sempadan, pemindahan haba dan jisim dengan kesan gelinciran separa, kesan Soret dan Dufour terhadap permukaan meregang/mengecut dalam nanobendalir Cu-air menggunakan model Tiwari dan Das. Kajian tersebut melaporkan untuk kes lembaran meregang, peningkatan kesan gelinciran separa telah meningkatkan nilai pekali geseran kulit pada permukaan, namun telah mengurangkan nilai nombor Nusselt setempat. Manakala apabila dalam keadaan lembaran mengecut, peningkatan nilai gelinciran separa mengurangkan nilai pekali geseran kulit dan meningkatkan nombor Nusselt setempat.

Kesan Soret dan Dufour, gerakan Brown, dan termoforesis pada pekali geseran kulit, pemindahan haba dan pemindahan jisim dalam aliran lapisan sempadan titik genangan dalam nanobendalir atas lembaran meregang/mengecut dikaji oleh Nor Fadhilah et al. (2018). Syarat aliran dengan gelinciran peringkat kedua dipertimbangkan dalam kajian ini. Kajian melaporkan bahawa peningkatan parameter gelinciran peringkat pertama dan kedua menyebabkan pengurangan nilai pekali geseran kulit. Sebaliknya, peningkatan kadar pemindahan haba pada permukaan dilaporkan untuk peningkatan parameter gelinciran. Seterusnya, kajian ke atas syarat sempadan gelinciran dalam nanobendalir turut dikaji oleh Nur Syazana et al. (2018). Dalam kajian tersebut, mereka menggunakan nanozarah yang mengandungi nanotub karbon yang terdiri daripada SWCNT dan MWCNT berasaskan air dan minyak tanah. Syarat sempadan gelinciran turut dipertimbangkan dalam kajian tersebut. Mereka merumuskan kesan gelinciran meningkatkan tegasan ricih permukaan, kadar pemindahan dan meningkatkan julat penyelesaian.

Seterusnya, kajian berkaitan masalah aliran titik genangan untuk lembaran mengecut dalam nanobendalir yang mengandungi nanozarah Cu, TiO₂ dan Al₂O₃ dengan syarat gelinciran telah dilakukan oleh Kardri et al. (2018). Kajian mereka memfokuskan kepada kesan gelinciran halaju peringkat pertama dan kedua pada parameter menakluk iaitu parameter olakan campuran dan parameter pecahan isi padu nanozarah. Keputusan kajian itu menunjukkan kesan gelinciran halaju peringkat pertama meningkatkan tegasan ricih permukaan, kadar pemindahan haba dan meningkatkan julat penyelesaian. Manakala, peningkatan kesan gelinciran halaju peringkat kedua mengurangkan julat penyelesaian untuk tegasan ricih permukaan dan kadar pemindahan haba. Dalam pada itu, Jahan et al. (2018) mempertimbangkan kesan gelinciran peringkat kedua bagi mengkaji model aliran lapisan sempadan pada lembaran meregang/mengecut. Mereka mendapati peningkatan parameter gelinciran peringkat pertama meningkatkan julat penyelesaian dual, manakala parameter gelinciran peringkat kedua mengurangkan kewujudan julat penyelesaian dual.

Nor Hathirah et al. (2019) menyatakan bahawa peningkatan nilai parameter gelinciran mengurangkan pekali geseran kulit untuk masalah aliran Blasius dan Sakiadis. Seterusnya, nombor Nusselt setempat bagi masalah aliran Blasius dapat

ditingkatkan dengan peningkatan nilai kesan gelinciran halaju. Namun, kajian tersebut merumuskan peningkatan nilai kesan gelinciran halaju ke atas masalah aliran Sakiadis mengurangkan nilai nombor Nusselt setempat. Siti Nur Alwani et al. (2019a) mendapati bahawa peningkatan parameter gelinciran telah meningkatkan julat penyelesaian. Mereka turut merumuskan peningkatan nilai parameter gelinciran meningkatkan pekali geseran kulit pada permukaan jarum. Nur Syazana et al. (2019) melaporkan bahawa parameter gelinciran (peringkat pertama dan kedua) meningkatkan julat penyelesaian dual dan seterusnya meningkatkan kadar pemindahan haba sementara nilai pekali geseran kulit didapati berkurang ketika plat dan aliran bebas bergerak ke arah yang sama.

Khashi'ie et al. (2020) mempertimbangkan nanobendalir hibrid Cu-Al₂O₃ dalam bendalir asas air bagi mengkaji model aliran lapisan sempadan tiga matra dan pemindahan haba ke atas lembaran meregang/mengecut. Mereka berpendapat bahawa peningkatan parameter gelinciran halaju meningkatkan pekali geseran kulit, kadar pemindahan haba dan meningkatkan julat penyelesaian dual. Dalam pada itu, Zainal et al. (2020b) merumuskan penambahan parameter gelinciran halaju telah mendorong kepada pengurangan pekali geseran kulit dan profil halaju. Walau bagaimanapun, ia meningkatkan kadar pemindahan haba dengan ketara. Profil suhu meningkat apabila magnitud gelinciran halaju meningkat. Ini adalah kerana kesan gelinciran tersebut dapat mengelakkan pertukaran haba secara total dalam nanobendalir hibrid.

Baru-baru ini, aliran gelincir halaju dalam nanobendalir hibrid di atas lembaran regangan/mengecut secara eksponen yang telap dengan kehadiran penjanaan haba telah diteliti oleh Wahid et al. (2021). Mereka merumuskan peningkatan parameter gelinciran halaju mengurangkan nilai pekali geseran kulit tetapi meningkatkan nombor Nusselt setempat pada kawasan permukaan yang mengecut. Peningkatan nilai gelinciran ini seterusnya dilaporkan meningkatkan profil halaju.

2.7 KESIMPULAN

Berdasarkan kajian kepustakaan yang telah dijalankan, kajian aliran magnetohidrodinamik (MHD) dalam nanobendalir mono dan hibrid yang mengandungi nanotub karbon dinding tunggal dan multidinding dengan kehadiran radiasi terma dan

syarat gelinciran halaju ke atas permukaan plat rata bergerak adalah jurang kajian ketara yang perlu diberi perhatian dengan sewajarnya. daripada segi permodelan matematik, aliran nanobendalir yang mengandungi SWCNT dan MWCNT menggunakan model aliran bersama iaitu gabungan model nanobendalir semakan Buongiorno dan model Tiwari dan Das masih lagi memerlukan perhatian. Oleh yang demikian, bagi memenuhi jurang penyelidikan yang sedia ada, Bab IV bertujuan untuk membincangkan masalah kajian nanobendalir mono menggunakan model Tiwari dan Das dan model aliran bersama. Seterusnya, aliran nanobendalir hibrid (SWCNT-MWCNT/air) menggunakan model matematik nanobendalir Tiwari dan Das serta model aliran bersama akan dibincangkan dalam Bab V. Selepas ini, Bab III akan menunjukkan bagaimana model matematik dibina bagi masalah kajian yang diberikan dalam Bab IV dan Bab V, serta menjelaskan kaedah berangka dan analisis berstatistik yang digunakan dalam kajian ini.



BAB III

PERSAMAAN MENAKLUK DAN KAEDAH BERANGKA

3.1 PENGENALAN

Bab ini akan membincangkan (i) proses menerbitkan model matematik, (ii) bagaimana untuk mendapatkan penyelesaian berangka mengenai masalah-masalah yang akan diterangkan dalam Bab IV hingga Bab VIII, (iii) penggunaan kaedah berangka iaitu atur cara bvp4c dan (iv) analisis statistik yang digunakan untuk melihat perbezaan min antara penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua. Persamaan menakluk dalam persamaan pembezaan separa seperti persamaan keselantaran, momentum, dan tenaga untuk model matematik nanobendalir Tiwari dan Das diperkenalkan dalam Bahagian 3.2. Seterusnya, persamaan menakluk untuk model aliran bersama dibincangkan dalam Bahagian 3.3. Kemudian, analisis statistik yang merangkumi ujian kenormalan, ujian- t dan analisis regresi diterangkan secara mendalam dalam Bahagian 3.4.

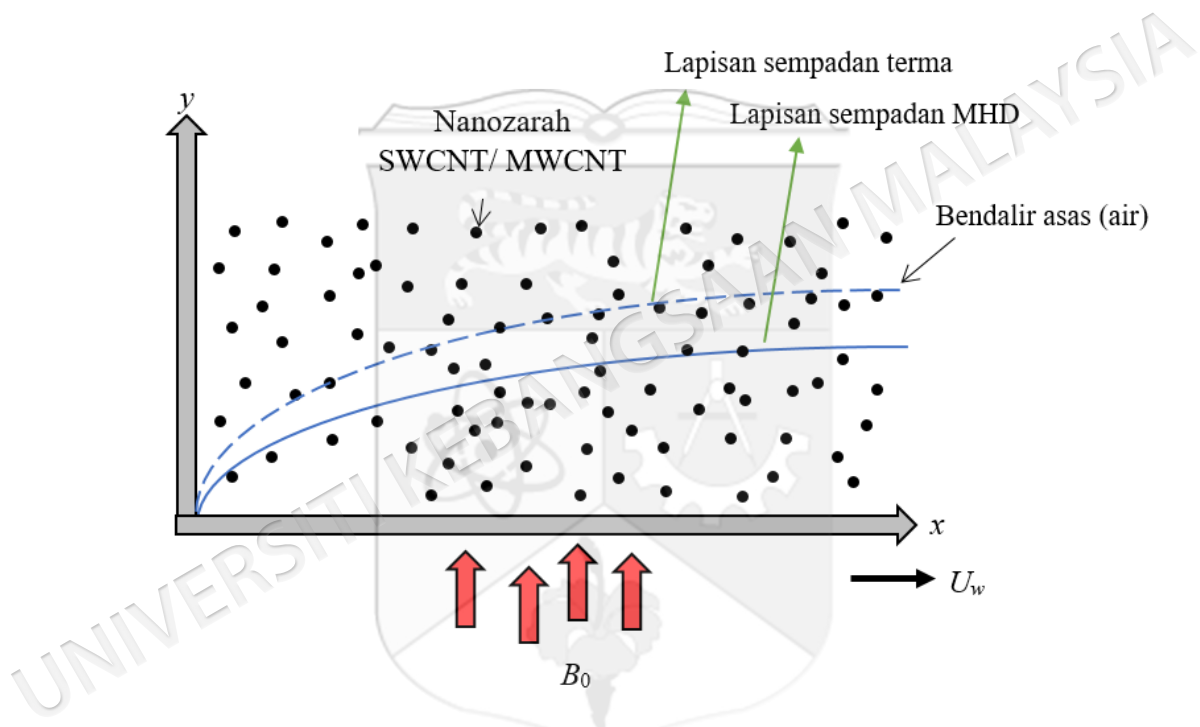
3.2 MODEL MATEMATIK NANOBENDALIR TIWARI DAN DAS

Umum mengetahui bahawa pengkomputeran dinamik bendalir adalah berdasarkan persamaan menakluk yang asas, iaitu persamaan keselantaran, persamaan momentum dan persamaan tenaga.

3.2.1 Persamaan Asas

Untuk model matematik nanobendalir dalam bab ini, dipertimbangkan andaian bahawa bendalir ialah aliran magnetohidrodinamik dua matra, likat (aliran bendalir pada permukaan plat), mantap dan tidak mampat yang merentasi plat bergerak dalam bendalir asas iaitu air yang mengandungi nanozarah nanotiub karbon dinding tunggal (SWCNT) dan nanotiub karbon multidinding (MWCNT). Sistem koordinat Cartesian digunakan dengan paksi- x di sepanjang plat dan paksi- y yang berserenjang dengan plat.

Diandaikan bahawa plat bergerak dalam arah paksi- x dengan halaju tetap $U_w(x)$ dan terdapat halaju aliran bebas $U_\infty(x)$ yang jauh daripada permukaan plat. Suhu permukaan ialah $T_w(x)$ manakala suhu aliran bebas T_∞ dengan andaian plat dikekalkan pada suhu permukaan $T_w(x)$. Fluks haba radiasi q_r bertindak pada arah paksi- y , yang mana ia bertentangan dengan arah aliran bendalir. Di dalam kajian ini, fluks haba radiasi pada paksi- x diabaikan. Ini adalah kerana ia bertindak dalam arah yang sama dengan aliran bendalir. Rajah geometri bagi nanobendalir mono menggunakan model Tiwari dan Das ditunjukkan dalam Rajah 3.1.



Rajah 3-1 Rajah geometri bagi nanobendalir mono menggunakan model Tiwari dan Das

Berdasarkan andaian-andaian di atas, persamaan keselanjaran, momentum dan tenaga dalam bentuk vektor diberikan dalam persamaan berikut (Gireesha & Mahanthesh 2013; Lu et al. 2018; Naganthran 2018; Tiwari & Das 2007):

Persamaan keselanjaran:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \quad \dots(3.1)$$

Persamaan momentum:

$$\rho_{nf} (\mathbf{V} \cdot \nabla) = -\nabla p + \mu_{nf} \nabla^2 \mathbf{V} + (\mathbf{J} \times \mathbf{B}), \quad \dots(3.2)$$

Persamaan tenaga:

$$(\mathbf{V} \cdot \nabla) T = \alpha_{nf} \nabla^2 T - \frac{1}{(\rho C_p)_{nf}} \nabla q_r, \quad \dots(3.3)$$

yang mana $\mathbf{V}$ ialah vektor halaju nanobendalir, $\mathbf{J}$ ialah ketumpatan arus elektrik, $\mathbf{B}$ ialah vektor medan magnet, p ialah tekanan bendalir, ρ_{nf} ialah ketumpatan nanobendalir, μ_{nf} ialah kelikatan dinamik nanobendalir, α_{nf} pekali resapan terma nanobendalir, T ialah suhu nanobendalir dan ∇^2 ialah pengoperasi Laplace.

Seterusnya, Bhattacharyya et al. (2012) dan Mahanthesh et al. (2016b) menakrifkan vektor $\mathbf{J}$ sebagai

$$\mathbf{J} = \sigma_{nf} [\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B}], \quad \dots(3.4)$$

dengan σ_{nf} ialah kekonduksian elektrik bendalir dan $\mathbf{E}$ ialah vektor medan elektrik.

Selanjutnya, vektor $\mathbf{V}$, $\mathbf{J}$, $\mathbf{B}$ dan $\mathbf{E}$ masing-masing ditulis seperti berikut:

$$\mathbf{V} = u \vec{i} + v \vec{j}, \quad \dots(3.5)$$

$$\mathbf{J} = j_x \vec{i} + j_y \vec{j}, \quad \dots(3.6)$$

$$\mathbf{B} = B_0 \vec{j} \quad \dots(3.7)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{0}, \quad \dots(3.8)$$

dengan u dan v masing-masing ialah komponen halaju dalam arah x dan y . Pemalar j_x dan j_y pula masing-masing mewakili ketumpatan arus elektrik dalam arah x dan y .

Pemalar B_0 pula ialah medan magnet yang normal pada arah aliran bendalir , dengan medan elektrik (3.8) diabaikan.

Persamaan (3.1) boleh dikembangkan menjadi

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} \right) \cdot (u \vec{i} + v \vec{j}) = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \dots(3.9)$$

Seterusnya, penerbitan persamaan momentum (3.2) sebelah kiri pula dijalankan. Oleh kerana panjang plat adalah tak terhingga, maka medan halaju adalah dalam fungsi y dan t sahaja (Das & Jana 2015; Naganthran 2018), iaitu:

$$\begin{aligned} \rho_{nf} (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} &= \rho_{nf} \left(u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) (u, v) \\ &= \rho_{nf} \left\{ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right\}. \end{aligned} \quad \dots(3.10)$$

Selanjutnya, penerbitan persamaan momentum (3.2) diteruskan pada sebelah kanan pula.

$$\mathbf{V} = u(y, t) \vec{i} \quad \dots(3.11)$$

Seterusnya,

$$\begin{aligned} \mu_{nf} \nabla^2 \mathbf{V} &= \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (u, 0) \vec{i} \\ &= \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \vec{i} \end{aligned} \quad \dots(3.12)$$

Sekarang,

$$\mathbf{J} = \sigma [\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B}]$$

$$= \sigma \begin{vmatrix} i & j & k \\ u & 0 & 0 \\ 0 & B_0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \sigma (-B_0) \begin{vmatrix} i & k \\ u & 0 \end{vmatrix} = -\sigma B_0 (-u \vec{k}) \quad \dots(3.13)$$

Setelah itu,

$$\begin{aligned} \mathbf{J} \times \mathbf{B} &= -\sigma B_0 \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & -u \\ 0 & B_0 & 0 \end{vmatrix} \\ &= -\sigma B_0^2 u \vec{i} \end{aligned} \quad \dots(3.14)$$

Oleh itu, gabungan persamaan (3.10), (3.12) dan (3.14) menghasilkan persamaan momentum seperti berikut:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \vec{i} - \frac{\sigma B_0^2}{\rho_{nf}} u \vec{i} \quad \dots(3.15)$$

Daripada persamaan tenaga (3.3), didapati bahawa

$$(\mathbf{V} \cdot \nabla) T = \alpha_{nf} \nabla^2 T - \frac{1}{(\rho C_p)_{nf}} \nabla q_r,$$

$$\left[(u, v) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \right) \right] T = \alpha_{nf} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) T - \frac{1}{(\rho C_p)_{nf}} \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \right) q_r,$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{nf} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{(\rho C_p)_{nf}} \left(\frac{\partial q_r}{\partial x} + \frac{\partial q_r}{\partial y} \right), \quad \dots(3.16)$$

Sebagai rumusan, persamaan asas bagi masalah aliran MHD dua matra bagi nanobendalir iaitu persamaan keselantaran diberikan dalam persamaan (3.9), manakala persamaan momentum (dari arah x dan y) dan persamaan tenaga adalah seperti berikut:

Persamaan momentum- x :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{\sigma B_0^2}{\rho_{nf}} u. \quad \dots(3.17)$$

Persamaan momentum- y :

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right). \quad \dots(3.18)$$

Persamaan tenaga:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{nf} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{(\rho C_p)_{nf}} \left(\frac{\partial q_r}{\partial x} + \frac{\partial q_r}{\partial y} \right). \quad \dots(3.19)$$

Secara ringkasnya, terdapat dua bentuk persamaan menakluk. Pertama, persamaan menakluk dalam bentuk vektor dan kedua, persamaan menakluk dalam bentuk persamaan pembezaan separa. Untuk menurunkan persamaan menakluk dalam bentuk vektor kepada persamaan menakluk dalam bentuk pembezaan separa, kaedah penghampiran lapisan sempadan digunakan.

3.2.2 Kaedah Penghampiran Lapisan Sempadan

Persamaan asas (3.9), (3.17), (3.18) dan (3.19) yang diterbitkan dalam bahagian 3.2.1 merupakan persamaan yang bersifat eliptik. Untuk memudahkan proses penyelesaian model secara berangka dilakukan, persamaan asas tersebut perlu diturunkan kepada persamaan pembezaan separa yang bersifat parabolik (Schlichting & Gersten 2017; Tannehill et al. 1997). Kaedah transformasi ini dilakukan dengan mengaplikasikan idea analisis peringkat magnitud yang diperkenalkan oleh Prandtl (Anuar & Roslinda 2020). Idea analisis ini ialah mengabaikan sebutan-sebutan yang nilainya sangat kecil berbanding sebutan-sebutan yang lain dalam persamaan yang sama.

Untuk memulakan analisis peringkat magnitud, magnitud bagi pemboleh ubah bersandar dan tak bersandar diandaikan seperti berikut:

$$x \sim L, y \sim \delta, u \sim U_{\infty}, T \sim T_{\infty}, \quad \dots(3.20)$$

yang mana L ialah panjang permukaan plat, δ ialah ketebalan lapisan sempadan, U_{∞} ialah halaju aliran bebas dan T_{∞} ialah suhu aliran bebas. Selain itu, symbol $\sim$ bermaksud “magnitud sama seperti”.

Daripada persamaan keselantaran (3.9):

$$\frac{\partial u}{\partial x} \sim \frac{U_{\infty}}{L}, \frac{\partial v}{\partial y} \sim \frac{v}{\delta} \quad \dots(3.21)$$

Di sini, sebutan $\partial u / \partial x$ memberikan peringkat magnitud U_{∞} / L . Dalam teori lapisan sempadan, sebutan $\partial v / \partial y$ perlulah mempunyai peringkat magnitud yang sama dengan $\partial u / \partial x$, supaya kedua-dua sebutan memenuhi persamaan keselantaran (3.9). Oleh itu, Prandtl menyimpulkan bahawa magnitud bagi v adalah seperti berikut (Kundu et al. 2008):

$$v \sim \frac{U_{\infty} \delta}{L}. \quad \dots(3.22)$$

Jadual 3-1 Analisis peringkat magnitud bagi persamaan keselantaran

Sebutan	Gunakan persamaan (3.20)	Ringkasan	Peringkat magnitud $\times \left(\frac{L}{U_{\infty}} \right)$	$\delta = L$
$\frac{\partial u}{\partial x}$	$\frac{U_{\infty}}{L}$	-	$O(1)$	kekal
$\frac{\partial v}{\partial y}$	$\frac{U_{\infty} \delta}{\delta L}$	$\frac{U_{\infty}}{L}$	$O(1)$	kekal

Seterusnya, analisis peringkat magnitud bagi persamaan keselantaran (3.9) dilakukan seperti dalam Jadual 3.1. daripada jadual tersebut, didapati kedua-dua sebutan dalam persamaan keselantaran (3.9) dikekalkan.

Jadual 3-2 Analisis peringkat magnitud bagi persamaan momentum

Sebutan	Gunakan persamaan (3.20)	Ringkasan	Peringkat magnitud $\times \left(\frac{L}{U_\infty^2} \right)$	$\delta = L$
$u \frac{\partial u}{\partial x}$	$U_\infty \frac{U_\infty}{L}$	$\frac{U_\infty^2}{L}$	$O(1)$	kekal
$v \frac{\partial u}{\partial y}$	$\frac{U_\infty \delta}{L} \frac{U_\infty}{\delta}$	$\frac{U_\infty^2}{L}$	$O(1)$	kekal
$-\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x}$	$\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\rho_{nf} U_\infty^2}{L}$	$\frac{U_\infty^2}{L}$	$O(1)$	kekal
$\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$	$\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{U_\infty}{L^2}$	-	$\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{1}{LU_\infty}$	≈ 0
$\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$	$\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{U_\infty}{\delta^2}$	-	$\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{L}{U_\infty \delta^2}$	kekal
$-\frac{\sigma B_0^2}{\rho_{nf}} u$	$-\frac{\sigma B_0^2}{\rho_{nf}} U_\infty$	-	$-\frac{\sigma B_0^2}{\rho_{nf}} \frac{L}{U_\infty}$	kekal

Selanjutnya, daripada persamaan momentum (3.17), analisis peringkat magnitud ditunjukkan dalam Jadual 3.2. Peringkat magnitud bagi tekanan p ialah

$$p \sim \rho_{nf} U_\infty^2, \quad \dots(3.23)$$

dan ianya terhasil daripada persamaan Bernoulli $p + \frac{1}{2} \rho u^2 = \text{pemalar}$ dengan andaian bahawa tekanan di dalam lapisan sempadan sama dengan tekanan di luar lapisan sempadan.

Menurut Schlichting dan Gersten (2017), daya kelikatan diandaikan mempunyai magnitud yang sama dengan daya inersia, menghasilkan

$$\frac{U_\infty^2}{L} \sim \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{U_\infty}{\delta^2}, \quad \dots(3.24)$$

yang mana ketebalan lapisan sempadan δ ditakrifkan sebagai:

$$\delta \sim \left(\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{L}{U_\infty} \right)^{1/2}. \quad \dots(3.25)$$

Oleh itu, andaian lapisan sempadan sangat nipis adalah benar apabila

$$\frac{\delta}{L} \sim (\text{Re})^{-1/2} \ll 1, \quad \dots(3.26)$$

yang mana memberikan hubungan $\text{Re} \gg 1$, dengan Re adalah nombor Reynolds dan ditakrifkan seperti berikut:

$$\text{Re} = \frac{\rho_{nf} L U_{\infty}}{\mu_{nf}}. \quad \dots(3.27)$$

Daripada Jadual 3.2, terdapat satu sebutan dalam persamaan momentum (3.17) diabaikan. Ini dapat dilihat pada lajur terakhir iaitu $\delta = L$. Sebutan yang mempunyai peringkat magnitud $\frac{1}{LU_{\infty}}$ diabaikan kerana nilainya menghampiri sifar. Penghampiran lapisan sempadan hanya digunakan apabila nilai nombor Reynolds besar ($\text{Re} \rightarrow \infty$). Disebabkan nilai $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \gg \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, maka sebutan $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ diabaikan memandangkan nilainya sangat kecil (menghampiri nilai sifar). Sebutan-sebutan yang lain dikekalkan.

Sekarang, hasil daripada analisis peringkat magnitud yang dilakukan ke atas persamaan momentum, persamaan (3.17) menjadi

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\sigma B_0^2}{\rho_{nf}} u. \quad \dots(3.28)$$

Jadual 3-3 Analisis peringkat magnitud bagi persamaan momentum-y

Sebutan	Gunakan persamaan (3.20)	Ringkasan	Peringkat magnitud $\times \left(\frac{\delta}{U_{\infty}^2} \right)$	$\delta = L$
$u \frac{\partial v}{\partial x}$	$U_{\infty} \frac{U_{\infty} \delta}{L^2}$	$\frac{U_{\infty}^2 \delta}{L}$	$\frac{\delta^2}{L^2}$	≈ 0
$v \frac{\partial v}{\partial y}$	$\frac{U_{\infty} \delta}{L} \frac{U_{\infty}}{L}$	$\frac{U_{\infty}^2 \delta}{L^2}$	$\frac{\delta^2}{L^2}$	≈ 0
$-\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial y}$	$\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\rho_{nf} U_{\infty}^2}{\delta}$	$\frac{U_{\infty}^2}{\delta}$	$O(1)$	Kekal

$\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$	$\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{U_\infty \delta}{L} \frac{1}{L^2}$	$\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{U_\infty \delta}{L^3}$	$\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{\delta^2}{L^3 U_\infty}$	≈ 0
$\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$	$\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{U_\infty \delta}{L} \frac{1}{\delta^2}$	$\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{U_\infty \delta}{L \delta^2}$	$\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{1}{L U_\infty}$	≈ 0

Seterusnya, analisis peringkat magnitud bagi persamaan momentum-y (3.18) dilakukan dalam Jadual 3.3. Didapati, semua sebutan dalam persamaan momentum-y (3.18) boleh diabaikan, kecuali sebutan yang mempunyai tekanan p . Oleh itu, persamaan (3.18) boleh diringkaskan menjadi:

$$0 = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial y}. \quad \dots(3.29)$$

Persamaan (3.29) menunjukkan bahawa perubahan tekanan dalam arah y adalah sangat kecil dan boleh diabaikan. Ini bermakna tekanan adalah tak bersandar dengan y . Dengan itu, pada sebarang nilai x , tekanan di dalam lapisan sempadan adalah sama dengan tekanan di luar lapisan sempadan (aliran bebas). Maka, persamaan momentum- x di luar lapisan sempadan bersama-sama andaian bahawa $u = U_\infty(x)$ dan halaju nanobendalir tidak bergantung kepada y ; ($v = 0$) menjadi:

$$U_\infty \frac{dU_\infty}{dx} = -\frac{1}{\rho_{nf,\infty}} \frac{dp}{dx} - \frac{\sigma B_0^2}{\rho_{nf,\infty}} U_\infty, \quad \dots(3.30)$$

dengan $\rho_{nf,\infty}$ ialah ketumpatan nanobendalir pada aliran bebas. Oleh kerana tekanan hanya bergantung kepada pemboleh ubah x , maka persamaan (3.30) menjadi,

$$\frac{dp}{dx} = -\rho_{nf,\infty} U_\infty \frac{dU_\infty}{dx} - \sigma B_0^2 U_\infty. \quad \dots(3.31)$$

Seterusnya, dengan menggantikan persamaan (3.31) ke dalam persamaan (3.28) menghasilkan

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\rho_{nf,\infty}}{\rho_{nf}} U_\infty \frac{dU_\infty}{dx} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\sigma B_0^2}{\rho_{nf}} (U_\infty - u). \quad \dots(3.32)$$

Bejan (2013) dan Kays et al. (2012) melaporkan bahawa perubahan sifat-sifat bendalir boleh diabaikan kecuali perubahan ketumpatan dalam persamaan momentum. Namun begitu, perubahan ketumpatan ini boleh diandaikan berubah dengan suhu sahaja. Oleh itu, perubahan ketumpatan boleh diabaikan kecuali bagi keadaan yang melibatkan perubahan daya keapungan; $\rho_{nf,\infty}/\rho_{nf}=1$ (Anuar & Roslinda 2020). Dengan itu, persamaan (3.32) menjadi

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = U_{\infty} \frac{dU_{\infty}}{dx} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\sigma B_0^2}{\rho_{nf}} (U_{\infty} - u). \quad \dots(3.33)$$

Akhir sekali, analisis peringkat magnitud bagi persamaan tenaga (3.19) ditunjukkan dalam Jadual 3.4. daripada Jadual 3.4, dua sebutan diabaikan kerana nilainya menghampiri sifar, manakala sebutan-sebutan lain dalam persamaan (3.19) dikekalkan. Dengan itu, persamaan tenaga (3.19) dapat diringkaskan menjadi:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{nf} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \frac{1}{(\rho C_p)_{nf}} \frac{\partial q_r}{\partial y}. \quad \dots(3.34)$$

dengan α_{nf} ialah pekali resapan terma nanobendalir dan $(\rho C_p)_{nf}$ ialah pekali muatan haba nanobendalir

Jadual 3-4 Analisis peringkat magnitud bagi persamaan tenaga

Sebutan	Gunakan persamaan (3.20)	Ringkasan	Peringkat magnitud $\times \left(\frac{L}{U_{\infty} T_{\infty}} \right)$	$\delta = L$
$u \frac{\partial T}{\partial x}$	$U_{\infty} \frac{T_{\infty}}{L}$	-	$O(1)$	Kekal
$v \frac{\partial T}{\partial y}$	$\frac{U_{\infty} \delta}{L} \frac{T_{\infty}}{\delta}$	$\frac{U_{\infty} T_{\infty}}{L}$	$O(1)$	Kekal
$\alpha_{nf} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$	$\alpha_{nf} \frac{T_{\infty}}{L^2}$	-	$\frac{\alpha_{nf}}{L U_{\infty}}$	≈ 0
$\alpha_{nf} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$	$\alpha_{nf} \frac{T_{\infty}}{\delta^2}$	-	$\frac{\alpha_{nf}}{\delta^2 U_{\infty}}$	Kekal

$-\frac{1}{(\rho C_p)_{nf}} \frac{\partial q_r}{\partial x}$	$-\frac{1}{(\rho C_p)_{nf}} \frac{T_\infty}{L} \frac{1}{\delta}$	-	$-\frac{1}{(\rho C_p)_{nf}} \frac{1}{\delta}$	≈ 0
$-\frac{1}{(\rho C_p)_{nf}} \frac{\partial q_r}{\partial y}$	$-\frac{1}{(\rho C_p)_{nf}} \frac{T_\infty}{\delta^2}$	-	$-\frac{1}{(\rho C_p)_{nf}} \frac{L}{U_\infty \delta^2}$	kekal

3.2.3 Syarat Sempadan

Persamaan keselanjaran (3.9), persamaan momentum (3.33) dan persamaan tenaga (3.34) diandaikan tertakluk pada syarat sempadan. Umumnya, syarat sempadan haruslah mempertimbangkan syarat sempadan bagi aliran bendalir likat (aliran bendalir menghampiri permukaan plat) berserta syarat sempadan aliran bendalir tidak likat (aliran bendalir yang jauh daripada permukaan plat).

Oleh itu, syarat sempadan pada permukaan plat rata diandaikan seperti berikut Afzal et al. (1993):

- i) Halaju permukaan plat bergerak dalam halaju tetap (Bataller 2010; Sakiadis 1960) dan wujud gelincir halaju dalam arah x iaitu $u = U_w + L_1 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)$ yang mana L_1 ialah pekali gelinciran.
- ii) Suhu permukaan plat diandaikan berubah dengan fungsi tak linear, iaitu T_w .

Seterusnya, andaian bagi syarat sempadan apabila jauh daripada permukaan plat ($y \rightarrow \infty$) seperti berikut:

- i) Halaju nanobendalir menghampiri nilai halaju aliran bebas, $u \rightarrow U_\infty$, tetapi $U_\infty = 0$.
- ii) Suhu nanobendalir menghampiri nilai suhu aliran bebas dan diandaikan malar, iaitu $T \rightarrow T_\infty$.

3.2.4 Persamaan Lapisan Sempadan

Menggunakan andaian-andaia dalam bahagian 3.2.3, persamaan momentum dapat diringkaskan seperti berikut:

Persamaan momentum:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\sigma B^2(x)}{\rho_{nf}} u. \quad \dots(3.35)$$

Sementara itu, dengan menggunakan penghampiran Rosseland, menurut Yazdi et al. (2014), fluks haba radiasi, q_r ditakrifkan seperti berikut :

$$q_r = -\frac{4\sigma^*}{3k^*} \frac{\partial T^4}{\partial y}, \quad \dots(3.36)$$

di mana σ^* merupakan pemalar Stefan-Boltzmann dan k^* ialah pekali min resapan spektrum Rosseland. Diandaikan perbezaan suhu di antara aliran, T^4 , boleh dikembangkan dengan menggunakan kaedah siri Taylor sebagai kombinasi linear suhu (Hayat et al. 2015). Seterusnya, dengan mengabaikan tertib yang lebih tinggi, $T^4 \approx 4T_\infty^3 T - 3T_\infty^4$ akan diperoleh. Dengan menggantikan persamaan (3.36) ke dalam persamaan (3.34), persamaan tenaga yang baharu diperoleh seperti berikut:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{16\sigma^* T_\infty^3}{3k^* (\rho C_p)_{nf}} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \quad \dots(3.37)$$

Dengan itu, syarat sempadan untuk persamaan (3.9), (3.35) dan (3.37) adalah:

$$u = U_w + L_1 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad v = 0, \quad T = T_w \quad \text{pada } y = 0, \quad \dots(3.38)$$

$$u \rightarrow U_\infty, \quad T \rightarrow T_\infty \quad \text{apabila } y \rightarrow \infty,$$

Pekali gelincir ditakrifkan sebagai $L_1 = L_0 (\text{Re}_w + \text{Re}_\infty)^{1/2}$ di mana L_0 merupakan jarak awal pekali gelinciran, $\text{Re}_w = U_w x / \nu_f$ adalah nombor Reynolds berdasarkan halaju plat, $\text{Re}_\infty = U_\infty x / \nu_f$ adalah nombor Reynolds berdasarkan halaju bebas arus.

3.2.5 Pekali Termofizikal

Untuk meramalkan tingkah laku nanobendalir, model termofizikal berikut digunakan. Ia dinyatakan dalam persamaan (3.3) – (3.43) seperti di bawah dan hanya terhad kepada nanozarah yang berbentuk sfera (Abu-Nada 2008).

Dalam model nanobendalir Tiwari dan Das, pekali ketumpatan nanobendalir dianggarkan seperti berikut (Xuan & Li 2003a):

$$\rho_{nf} = (1 - \phi) \rho_f + \phi \rho_{CNT}, \quad \dots(3.39)$$

dengan ϕ ialah pecahan isi padu nanozarah nanotub karbon.

Berikutnya, pekali kelikatan dinamik nanobendalir yang mengandungi zarah-zarah yang terampai dan berbentuk sfera dinyatakan seperti berikut (Brinkman 1952):

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \phi)^{2.5}}. \quad \dots(3.40)$$

Bagi mengukur pekali kekonduksian terma nanobendalir, model Maxwell-Garnett (Maxwell 1873) telah digunakan dan telah diubahsuai oleh Oztop dan Abu-Nada (2008). Ia diberikan seperti di bawah:

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{1 - \phi + 2\phi \frac{k_{CNT}}{k_{CNT} - k_f} \ln \frac{k_{CNT} + k_f}{2k_f}}{1 - \phi + 2\phi \frac{k_f}{k_{CNT} - k_f} \ln \frac{k_{CNT} + k_f}{2k_f}}. \quad \dots(3.41)$$

Seterusnya, pekali muatan haba nanobendalir boleh dianggarkan dengan menggunakan model yang diperkenalkan oleh Xuan dan Li (2003a) seperti berikut:

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \phi)(\rho C_p)_f + \phi(\rho C_p)_{CNT}, \quad \dots(3.42)$$

yang mana C_p mewakili pekali haba tentu pada tekanan malar.

Akhir sekali, pekali resapan terma nanobendalir bagi model nanobendalir diberikan oleh Tiwari dan Das (2007), dan boleh ditulis seperti berikut:

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}}, \quad \dots(3.43)$$

dengan sebutan k_{nf} dan $(\rho C_p)_{nf}$ masing-masing seperti di dalam persamaan (3.41) dan (3.42).

Seterusnya, untuk mendapatkan penyelesaian keserupaan, persamaan lapisan sempadan yang dalam bentuk persamaan pembezaan separa (3.9), (3.35), (3.37) tertakluk kepada syarat sempadan (3.38) perlu dijelmakan kepada persamaan pembezaan biasa dengan menggunakan penjelmaan keserupaan. Oleh itu, kaedah penjelmaan keserupaan dibincangkan dalam Bahagian 3.2.6.

3.2.6 Penjelmaan Keserupaan

Menurut Schlichting dan Gersten (2017), penerapan penjelmaan keserupaan ke atas persamaan pembezaan separa tak linear dapat menjadikan persamaan tersebut menjadi persamaan kebezaan biasa tak linear. Dalam kaedah penjelmaan keserupaan, beberapa pemboleh ubah tak bersandar dalam persamaan lapisan sempadan dijelmakan kepada hanya satu pemboleh ubah tak bersandar. Secara amnya, penjelmaan keserupaan ini memudahkan proses mendapatkan penyelesaian berangka.

Dalam bahagian ini, penjelmaan keserupaan oleh Norfifah et al. (2010) digunakan. Merujuk Norfifah et al. (2010), pemboleh ubah tak bersandar η dipilih

berdasarkan jenis plat yang sama. Tujuannya adalah untuk memperoleh persamaan keserupaan (persamaan pembezaan biasa). Penjelmaan keserupaan tersebut dinyatakan seperti berikut:

$$\eta = \left(\frac{U}{\nu_f x} \right)^{\frac{1}{2}} y, \quad \psi = (\nu_f x U)^{\frac{1}{2}} f(\eta), \quad \theta(\eta) = \frac{T - T_{\infty}}{T_w - T_{\infty}}, \quad \dots(3.44)$$

dengan fungsi arus, ψ yang mentakrifkan $u = \frac{\partial \psi}{\partial y}$ dan $v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$. Maka

$$u = U f'(\eta), \quad v = -\frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}} (\nu_f U)^{\frac{1}{2}} f(\eta) + \frac{1}{2x} \eta (\nu_f x U)^{\frac{1}{2}} f'(\eta), \quad \dots(3.45)$$

dengan tanda ' merupakan terbitan terhadap η , serta diandaikan gubahan halaju U ditakrifkan sebagai $U = U_w + U_{\infty}$ (Afzal et al. 1993). Rujuk Lampiran B untuk proses penerbitan persamaan keserupaan.

3.2.7 Persamaan Keserupaan

Penjelmaan keserupaan (3.44) digunakan dalam persamaan keselantaran (3.9), didapati bahawa persamaan keselantaran (3.9) dipenuhi. Kemudian, dengan menggunakan penjelmaan keserupaan (3.44) berserta persamaan (3.45), persamaan momentum (3.35) dan persamaan tenaga (3.37) bersama-sama syarat sempadan (3.38) masing-masing dapat diturunkan kepada persamaan keserupaan berikut

$$f''' + \varepsilon_1 \left[\frac{1}{2} f f'' \right] - \varepsilon_2 M f' = 0, \quad \dots(3.46)$$

$$\frac{1}{\text{Pr}} \theta'' + \left[\frac{3\varepsilon_3}{3K_1 + 4Nr} \right] \left[\frac{1}{2} f \theta' \right] = 0 \quad \dots(3.47)$$

tertakluk kepada syarat sempadan

$$\begin{aligned} f(0) &= 0, \quad f'(0) = \lambda + \sigma f''(0), \quad \theta(0) = 1, \\ f'(\eta) &\rightarrow 1 - \lambda, \quad \theta(\eta) \rightarrow 0 \quad \text{apabila } \eta \rightarrow \infty \end{aligned} \quad \dots(3.48)$$

dengan ε_1 , ε_2 , ε_3 dan K_1 mewakili pekali-pekali yang berkaitan dengan sifat-sifat nanobendalir, dan masing-masing dinyatakan seperti berikut:

$$\varepsilon_1 = (1 - \varphi)^{2.5} \left(1 - \varphi + \varphi \frac{\rho_{CNT}}{\rho_f} \right), \quad \dots(3.49)$$

$$\varepsilon_2 = (1 - \varphi)^{2.5}, \quad \dots(3.50)$$

$$\varepsilon_3 = 1 - \varphi + \varphi \frac{(\rho C_p)_{CNT}}{(\rho C_p)_f} \quad \dots(3.51)$$

$$K_1 = \frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{1 - \varphi + 2\varphi \left(\frac{k_{CNT}}{k_{CNT} - k_f} \right) \ln \left(\frac{k_{CNT} + k_f}{2k_f} \right)}{1 - \varphi + 2\varphi \left(\frac{k_f}{k_{CNT} - k_f} \right) \ln \left(\frac{k_{CNT} + k_f}{2k_f} \right)} \quad \dots(3.52)$$

Selain itu, M ialah parameter medan magnet, Nr ialah parameter radiasi termal, λ ialah parameter nisbah halaju dan σ ialah parameter gelinciran, yang mana masing-masing dinyatakan seperti berikut:

$$M = \frac{\sigma B_0^2}{\rho_f U}, \quad \dots(3.53)$$

$$Nr = \frac{4\sigma^* T_\infty^3}{k^* k_f}, \quad \dots(3.54)$$

$$\lambda = \frac{U_w}{U}, \quad \dots(3.55)$$

$$\sigma = \frac{\xi U}{\nu_f}. \quad \dots(3.56)$$

Perhatikan daripada persamaan keserupaan (3.46) dan (3.47), pemboleh ubah bersandar ialah f dan θ manakala pemboleh ubah tak bersandar ialah η yang mana pemboleh ubah baharu ini bebas daripada sebutan x dan y . Selain itu, parameter-parameter menakluk M , Nr , λ dan σ juga bebas daripada sebutan x dan y .

Dalam kajian ini, parameter halaju λ berada dalam julat $-\infty < \lambda < \infty$, yang mana $\lambda > 0$ ditakrifkan sebagai aliran membantu, $\lambda < 0$ ialah aliran menentang dan $\lambda = 0$ mewakili aliran statik (Norfifah et al. 2012).

3.2.8 Kuantiti Fizikal

Dalam kajian ini, kuantiti fizikal yang menarik untuk dikaji adalah pekali geseran kulit setempat C_f dan nombor Nusselt setempat Nu_x , yang ditakrifkan sebagai:

$$C_f = \frac{\tau_w}{\rho_f U^2}, \quad Nu_x = \frac{x q_w}{k_f (T_w - T_\infty)}. \quad \dots(3.57)$$

yang mana pekali geseran kulit pada permukaan τ_w dan pekali fluks haba q_w masing-masing ditakrifkan sebagai:

$$\tau_w = \mu_{nf} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}, \quad q_w = -k_{nf} \left(\frac{dT}{dy} \right)_{y=0} + (q_r)_{y=0}. \quad \dots(3.58)$$

Seterusnya, dengan menggantikan persamaan (3.58) ke dalam persamaan (3.73), pekali geseran kulit dan nombor Nusset setempat diberikan seperti berikut:

$$C_f \text{Re}_x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{(1-\phi)^{2.5}} f''(0), \quad Nu_x \text{Re}_x^{-\frac{1}{2}} = - \left[\frac{k_{nf}}{k_f} + \frac{4}{3} N_R \right] \theta'(0). \quad \dots(3.59)$$

Pekali geseran kulit setempat dikaji untuk menentukan berapakah jumlah geseran terhasil antara bendalir dengan permukaan yang mana ia memberikan kesan ke atas ciri-ciri aliran bendalir. Manakala, nombor Nusselt setempat pula dikaji untuk menilai kadar pemindahan haba di permukaan bagi bendalir.

3.2.9 Kaedah Berangka: Penyelesaian Masalah Nilai Sempadan *bvp4c*

Kaedah berangka kini menjadi satu alternatif dalam menyelesaikan permasalahan aliran lapisan sempadan memandangkan model aliran lapisan sempadan yang rumit dengan syarat sempadan yang kompleks tidak dapat diselesaikan secara analitik. Umumnya, kaedah berangka merupakan satu kaedah matematik yang sangat efisien dalam menyelesaikan permasalahan aliran lapisan sempadan. Tambahan pula, dengan ketersediaan komputer berkelajuan tinggi yang siap dengan pakej perisian yang mudah digunakan mampu membantu dalam menyelesaikan pelbagai model aliran lapisan sempadan.

Persamaan pembezaan separa tak linear untuk nanobendalir terhasil daripada persamaan keselantaran, persamaan momentum dan persamaan tenaga. Dalam tesis ini, persamaan menakluk dalam bentuk persamaan pembezaan separa dijemakan kepada sistem persamaan pembezaan biasa menggunakan penjelmaan keserupaan. Kemudian, sistem persamaan kebezaan biasa ini diselesaikan menggunakan atur cara *boundary value problem with fourth-order accuracy* atau lebih dikenali sebagai *bvp4v*. Oleh itu, dalam bahagian ini, kaedah atur cara *bvp4c* akan dibincangkan dengan mendalam.

Secara umum, perisian MATLAB *bvp4c* menggunakan kaedah kolokasi untuk menyelesaikan masalah nilai sempadan. Malah menurut Shampine et al. (2003), *bvp4c* merupakan cara yang fleksibel dalam menyelesaikan masalah nilai sempadan tak linear, dan ralat toleransi relatif ditetapkan pada 10^{-5} . Dibina dalam perisian MATLAB (MATLAB R2015a, MathWorks, Natick, MA, USA, 1984), atur cara *bvp4c* ini menggunakan kaedah Lobatto IIIa. Atur cara ini telah digunakan oleh ramai penyelidik antaranya Siti Khuzaimah et al. (2018), Nur Syazana et al. (2018), Siti Nur Alwani et al. (2019b), Khan et al. (2019), Zainal et al. (2020a), Anuar et al. (2020b) dan ramai lagi.

Dalam atur cara *bvp4c*, sistem persamaan pembezaan biasa peringkat tinggi (3.46) dan (3.47) yang tertakluk kepada syarat sempadan (3.48) perlu diturunkan kepada persamaan pembezaan biasa peringkat pertama. Melalui kaedah ini, pemboleh ubah baharu untuk komponen halaju f dan suhu θ perlu diperkenalkan. Oleh itu, pemboleh ubah baharu diperkenalkan seperti berikut:

$$y_1 = f, y_2 = f', y_3 = f'', y_4 = \theta, y_5 = \theta'. \quad \dots(3.60)$$

Seterusnya, menggunakan persamaan (3.60), persamaan momentum (3.46) dan persamaan tenaga (3.47) kini diturunkan menjadi sistem persamaan pembezaan peringkat pertama seperti di bawah:

$$y_3' = -\varepsilon_1 \left[\frac{1}{2} y_1 y_3 - \varepsilon_2 M y_2 \right], \quad \dots(3.61)$$

$$y_5' = -\frac{3Pr\varepsilon_3}{3K_1 + 4Nr} \left(\frac{1}{2} y_1 y_5 \right), \quad \dots(3.62)$$

dengan $y_3' = f'''$ dan $y_5' = \theta''$.

Syarat-syarat sempadan (3.48) dinyatakan seperti berikut:

$$\begin{aligned} y_{a1} &= 0, \\ y_{a2} - \lambda - \sigma y_{a3} &= 0, \\ y_{a4} - 1 &= 0, \\ y_{b2} - 1 + \lambda &= 0, \\ y_{b4} &= 0 \end{aligned} \quad \dots(3.63)$$

Di sini, y_{ai} ialah nilai pemboleh ubah y_i pada $\eta = 0$, dan y_{bi} ialah nilai pemboleh ubah y_i apabila $\eta \rightarrow \infty$, yang mana i ialah integer positif.

Atur cara bvp4c ialah atur cara yang menggunakan set nilai tekaan awal untuk mendapatkan penyelesaian berangka (Shampine et al. 2000). Penggunaan atur cara ini bertujuan untuk mendapatkan penyelesaian dual berdasarkan kepada nilai parameter menakluk dan tekaan awal yang diberikan. Objektif kedua penggunaan atur cara bvp4c adalah untuk mendapatkan nilai genting parameter menakluk (parameter nisbah halaju) dan penyelesaian berangka yang lain. Dengan menggunakan nilai tekaan awal yang mudah, penyelesaian pertama yang memenuhi syarat sempadan lebih mudah diperolehi, namun bagi penyelesaian kedua, ia memerlukan nilai tekaan awal yang tertentu yang

memenuhi syarat sempadan. Tiada pendekatan khusus digunakan untuk penetapan nilai tekaan awal, kecuali menggunakan pendekatan cuba jaya (Anuar & Roslinda 2020).

Walaupun atur cara bvp4c ini ialah atur cara terbina dalam, baris perintah asas atur cara mudah difahami oleh pengguna, dan seterusnya dapat membantu mendapatkan penyelesaian berangka dengan lebih mudah. Berikut adalah baris perintah asas bagi atur cara bvp4c yang digunakan:

```
solinit = bvpinit (linspace(a,b)@guess)
```

```
options = bvpset ('stats', 'off', 'RelTol',1e-5)
```

```
sol = bvp4c (odefun,bcfun,solinit,options)
```

Penerangan argumen-argumen dalam baris perintah di atas adalah seperti berikut:

solinit: Argumen ini mengandungi input nilai tekaan awal terhadap penyelesaian. Struktur baris perintah ini mengandungi fungsi bvpinit dan linspace (a,b) ialah vektor bagi tekaan awal. Manakala @guess ialah input nilai tekaan awal untuk penyelesaian sama ada penyelesaian dalam bentuk pemalar atau fungsi.

options: Options dalam baris perintah ini berfungsi untuk mengawal ralat dalam penyelesaian, yang mana 'stats' ialah paparan pengiraan kos statistik yang memberi pilihan 'on' (ada paparan) atau 'off' (tiada paparan). 'RelTol' pula ialah had menerima ralat relatif yang ditetapkan kepada nilai 10^{-5} .

sol: Baris perintah ini mengarahkan komputer untuk memberikan penyelesaian berangka yang tertakluk kepada argumen seperti @ODE, @BC, solinit dan options. Dalam baris perintah ini, @ODE merupakan argumen yang menilai masalah nilai sempadan yang mempunyai bentuk yang setara dengan sistem persamaan pembezaan peringkat pertama. Ianya dinyatakan dalam baris perintah

```
function dydy = ODE(x,y)
```

dengan x ialah skalar, y dan $dydx$ ialah vektor lajur. Seterusnya, argumen @BC yang mengira ralat dalam syarat sempadan. Ianya ditulis dalam baris perintah seperti berikut:

```
function bc = BC (ya,yb)
```

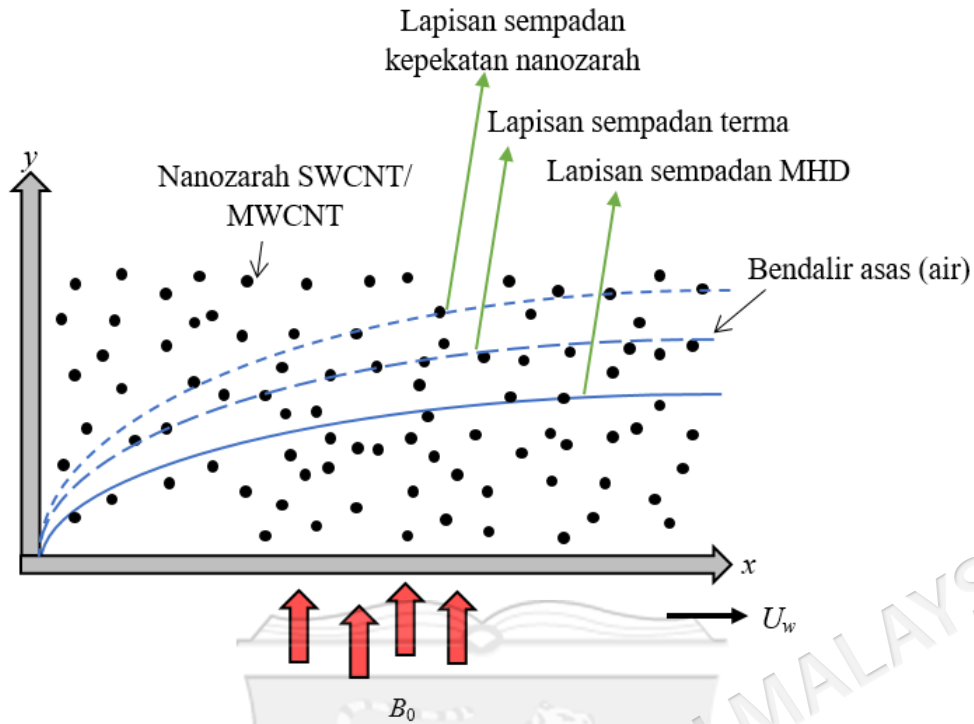
dengan ya dan yb masing-masing merupakan vektor lajur mewakili penyelesaian pada $\eta = 0$ dan $\eta = \eta_{\infty}$.

3.3 MODEL MATEMATIK NANOBENDALIR ALIRAN BERSAMA

Umum mengetahui bahawa pengkomputeran dinamik bendalir adalah berdasarkan persamaan menakluk yang asas, iaitu persamaan keselanjaran, persamaan momentum persamaan tenaga dan persamaan kepekatan.

3.3.1 Persamaan Asas

Diandaikan terdapat halaju aliran bebas $U_{\infty}(x)$ yang mengalir di sepanjang permukaan plat bergerak. Selain itu, halaju permukaan dalam arah paksi- x ialah $U_w(x)$. Pertimbangkan pemindahan haba dan jisim dua matra yang stabil di sepanjang permukaan plat dalam nanobendalir dengan T_{∞} dan C_{∞} sebagai suhu dan kepekatan nanozarah masing-masing dalam medium aliran bebas. Medan magnet B_0 bertindak selari dengan paksi- y . Suhu permukaan plat diandaikan $T_w(x)$ manakala kepekatan nanozarah di dinding permukaan ialah $C_w(x)$. Fluks radiasi q_r pula bertindak pada arah positif paksi- y , manakala fluks radiasi haba dalam arah paksi- x diabaikan. Rajah geometri bagi nanobendalir mono menggunakan model aliran bersama ditunjukkan dalam Rajah 3.2.



Rajah 3-2 Rajah geometri bagi nanobendalir mono menggunakan model aliran bersama

Persamaan keselajaran dan persamaan momentum dalam bentuk vektor telah diberikan dalam persamaan (3.1) dan (3.2). Manakala, persamaan tenaga dan persamaan kepekatan nanozarah dalam bentuk vektor diberikan dalam persamaan berikut (Buongiorno 2006; Gireesha & Mahanthesh 2013; Myers et al. 2017; Nor Ashikin et al. 2016):

Persamaan tenaga:

$$(\mathbf{V} \cdot \nabla)T = \alpha_{nf} \nabla^2 T - \frac{1}{(\rho C_p)_{nf}} \nabla q_r + \frac{(\rho C_p)_f}{(\rho C_p)_{nf}} \left[D_B \nabla C + D_T \frac{\nabla T}{T_\infty} \right] \cdot \nabla T, \quad \dots(3.64)$$

Persamaan kepekatan nanozarah:

$$(\mathbf{V} \cdot \nabla)C = \nabla \cdot \left[D_B \nabla C + D_T \frac{\nabla T}{T_\infty} \right] \quad \dots(3.65)$$

dengan $\mathbf{V}, \mathbf{J}, \mathbf{B}, \rho_{nf}, \mu_{nf}, p, T, \alpha_{nf}, \nabla^2, (\rho C_p)_{nf}, (\rho C_p)_f, q_r, C, D_B$ dan D_T masing-masing adalah vektor halaju nanobendalir, vektor ketumpatan arus, vektor medan magnet, pekali kepekatan dinamik nanobendalir, tekanan, suhu nanobendalir, pekali resapan terma nanobendalir, pengoperasi Laplace, pekali muatan haba nanobendalir, pekali muatan haba bendalir asas, pekali fluks radiasi haba, isi padu nanozarah di lapisan sempadan, pekali gerakan Brown dan pekali resapan termoforesis.

Menggunakan andaian-andaian di atas bersama-sama penghampiran lapisan sempadan, persamaan menakluk dalam bentuk vektor (3.64) dan (3.65) dapat dinyatakan sebagai persamaan lapisan sempadan (persamaan pembezaan separa) seperti berikut (Nor Ashikin et al. 2017):

Persamaan tenaga:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \tau_a \left[D_B \frac{\partial C}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + \left(\frac{D_T}{T_\infty} \right) \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] - \frac{1}{(\rho C_p)_{nf}} \frac{\partial q_r}{\partial y}. \quad \dots(3.66)$$

Persamaan kepekatan nanozarah:

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D_B \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \left(\frac{D_T}{T_\infty} \right) \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \quad \dots(3.67)$$

dengan $\tau_a = (\rho C_p)_f / (\rho C_p)_{nf}$ ialah nisbah antara pekali muatan haba bendalir asas dengan pekali muatan haba nanobendalir.

Dengan itu, syarat sempadan untuk persamaan (3.9), (3.35), (3.66) dan (3.67) adalah:

$$u = U_w + L_1 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad v = 0, \quad T = T_w, \quad D_B \frac{\partial C}{\partial y} + \frac{D_T}{T_\infty} \frac{\partial T}{\partial y} \quad \text{pada } y = 0, \quad \dots(3.68)$$

$$u \rightarrow U_\infty, \quad T \rightarrow T_\infty, \quad C \rightarrow C_\infty \quad \text{apabila } y \rightarrow \infty,$$

Sifat termofizikal seperti ketumpatan nanobendalir ρ_{nf} , kelikatan dinamik nanobendalir μ_{nf} , pekali muatan haba nanobendalir $(\rho C_p)_{nf}$, pekali kekonduksian terma nanobendalir k_{nf} dan pekali resapan terma nanobendalir α_{nf} telah diberikan dalam persamaan (3.39) – (3.43).

Seterusnya, persamaan (3.36) dan $T^4 \approx 4T_\infty^3 T - 3T_\infty^4$ digantikan ke dalam persamaan (3.66), persamaan tenaga yang baharu boleh diperoleh seperti berikut:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{16\sigma^* T_\infty^3}{3k^* (\rho C_p)_{nf}} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \dots(3.69)$$

$$+ \tau_a \left[D_B \frac{\partial C}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + \left(\frac{D_T}{T_\infty} \right) \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right].$$

3.3.2 Penjelmaan Keserupaan

Untuk menurunkan persamaan pembezaan separa (3.67) dan (3.69) kepada persamaan pembezaan biasa, kaedah penjelmaan keserupaan digunakan. Oleh itu, penjelmaan keserupaan berikut digunakan (Nor Ashikin et al. 2016):

$$u = U f'(\eta), \quad v = -\frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}} (\nu_f U)^{\frac{1}{2}} f(\eta) + \frac{1}{2x} \eta (\nu_f x U)^{\frac{1}{2}} f'(\eta),$$

$$\eta = \left(\frac{U}{\nu_f x} \right)^{\frac{1}{2}} y, \quad \psi = (\nu_f x U)^{\frac{1}{2}} f(\eta), \quad \dots(3.70)$$

$$\theta(\eta) = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}, \quad \phi(\eta) = \frac{C - C_\infty}{C_w - C_\infty},$$

dengan ' ditakrifkan sebagai terbitan terhadap pemboleh ubah keserupaan η . Selain itu, sebutan U ditakrifkan sebagai $U = U_w + U_\infty$. Proses penerbitan persamaan tenaga dan persamaan kepekatan nanozarah dilampirkan dalam Lampiran C.

3.3.3 Persamaan Keserupaan

Persamaan keserupaan (persamaan pembezaan biasa) (3.67) dan (3.69) dapat ditulis semula dalam bentuk yang lebih ringkas seperti berikut:

$$\frac{1}{\text{Pr} C_1} \left[\frac{k_{nf}}{k_f} + \frac{4}{3} Nr \right] \theta'' + \frac{1}{2} f \theta' + Nb \phi' \theta' + Nb (\theta')^2 = 0 \quad \dots(3.71)$$

$$\phi'' + \frac{1}{2} Le f \phi' + \frac{Nt}{Nb} \theta'' = 0 \quad \dots(3.72)$$

tertakluk kepada syarat sempadan

$$\begin{aligned} f(0) = 0, \quad f'(0) = \lambda + \sigma f''(0), \quad \theta(0) = 1, \quad \phi'(0) + \frac{Nt}{Nb} \theta'(0) = 0 \\ f'(\eta) \rightarrow 1 - \lambda, \quad \theta(\eta) \rightarrow 0, \quad \phi(\infty) \rightarrow 0 \quad \text{apabila } \eta \rightarrow \infty \end{aligned} \quad \dots(3.73)$$

dengan Nr ialah parameter radiasi terma, λ ialah parameter nisbah halaju dan σ ialah parameter gelinciran, yang mana masing-masing dinyatakan dalam persamaan (3.53) – (3.56). Manakala, Nb ialah parameter gerakan Brown, Nt ialah parameter termoforesis dan Le ialah nombor Lewis, masing-masing dinyatakan seperti berikut:

$$Nb = \frac{\tau_a D_B}{\nu_f} (C_w - C_\infty), \quad \dots(3.74)$$

$$Nt = \frac{\tau_a D_T}{\nu_f T_\infty} (T_w - T_\infty). \quad \dots(3.75)$$

$$Le = \frac{\nu_f}{D_B} \quad \dots(3.76)$$

3.3.4 Kuantiti Fizikal

Pekali geseran kulit C_f , nombor Nusselt Nu_x dan nombor Sherwood Sh_x adalah kuantiti fizikal yang menarik untuk dikaji. C_f , Nu_x dan Sh_x ditakrifkan sebagai:

$$C_f = \frac{\tau_w}{\rho_f U^2}, Nu_x = \frac{xq_w}{k_f (T_w - T_\infty)}, Sh_x = \frac{xq_m}{D_B (C_w - C_\infty)}, \quad \dots(3.77)$$

dengan pekali geseran kulit pada permukaan τ_w , pekali fluks haba permukaan q_w dan pekali fluks haba jisim q_m ditakrifkan seperti berikut (Ray et al. 2019):

$$\tau_w = \mu_{nf} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}, \quad q_w = -k_{nf} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} + (q_r)_{y=0}, \quad q_m = -D_B \left(\frac{\partial C}{\partial y} \right)_{y=0}. \quad \dots(3.78)$$

Seterusnya, menggunakan persamaan (3.36) dan penjelmaan keserupaan (3.70) terhadap persamaan (3.77) dan (3.78), pekali geseran kulit setempat, nombor Nusselt setempat dan nombor Sherwood setempat diperoleh dan diberikan seperti berikut:

$$\begin{aligned} C_f (Re_x)^{1/2} &= \frac{1}{(1-\phi)^{2.5}} f''(0), \\ Nu_x (Re_x)^{-1/2} &= - \left[\frac{k_{nf}}{k_f} + \frac{4}{3} Nr \right] \theta'(0), \\ Sh_x (Re_x)^{-1/2} &= -\phi'(0). \end{aligned} \quad \dots(3.79)$$

3.3.5 Kaedah Berangka: Penyelesaian Masalah Nilai Sempadan bvp4c

Sistem persamaan keserupaan (persamaan pembezaan biasa) (3.46), (3.71) dan (3.72) diselesaikan dengan kaedah berangka menggunakan atur cara bvp4c dalam MATLAB. Sistem persamaan peringkat tinggi (3.46), (3.71) dan (3.72) tertakluk kepada syarat sempadan (3.73) perlu diturunkan kepada sistem persamaan pembezaan biasa peringkat pertama. Untuk itu, pemboleh ubah baharu diperkenalkan:

$$\begin{aligned}
y_1 &= f, & y_2 &= f', & y_3 &= f'', \\
y_4 &= \theta, & y_5 &= \theta', \\
y_6 &= \phi, & y_7 &= \phi'.
\end{aligned}
\tag{3.80}$$

Seterusnya, persamaan (3.80) digunakan untuk menurunkan sistem persamaan biasa peringkat tinggi (3.46), (3.71) dan (3.72) kepada sistem persamaan pembezaan biasa peringkat pertama dan boleh ditulis seperti berikut:

$$\begin{aligned}
y_3' &= -\varepsilon_1 \left[\frac{1}{2} y_1 y_3 - \varepsilon_2 M y_2 \right], \\
y_5' &= -\frac{3 \text{Pr} \varepsilon_3}{3K_1 + 4Nr} \left(\frac{1}{2} y_1 y_5 + Nb y_7 y_5 + Nt (y_5)^2 \right), \\
y_7' &= -\frac{1}{2} Le y_1 y_7 + \frac{Nt}{Nb} \frac{3 \text{Pr} \varepsilon_3}{3K_1 + 4Nr} \left(\frac{1}{2} y_1 y_5 + Nb y_7 y_5 + Nt (y_5)^2 \right)
\end{aligned}
\tag{3.81}$$

dengan $y_3' = f'''$, $y_5' = \theta''$ dan $y_7' = \phi''$. Selain itu, syarat sempadan (3.73) juga perlu diturunkan kepada syarat sempadan yang mempunyai sebutan pemboleh ubah dalam persamaan (3.80):

$$\begin{aligned}
y_{a1} &= 0, \\
y_{a2} - \lambda - \sigma y_{a3} &= 0, \\
y_{a4} - 1 &= 0, \\
y_{a7} + \frac{Nt}{Nb} y_{a5} &= 0, \\
y_{b2} - 1 + \lambda &= 0, \\
y_{b4} &= 0 \\
y_{b6} &= 0.
\end{aligned}
\tag{3.82}$$

dengan y_{ai} ialah nilai pemboleh ubah y_i pada $\eta = 0$ manakala y_{bi} ialah nilai pemboleh ubah y_i apabila $\eta \rightarrow \infty$ dan $i = 1, 2, \dots, 7$.

3.4 ANALISIS STATISTIK

Persamaan keserupaan dapat memberikan penyelesaian penyelesaian keserupaan yang wujud secara berpasangan iaitu penyelesaian pertama dan kedua yang lebih dikenali sebagai penyelesaian dual. Kesan daripada kewujudan penyelesaian dual ini, timbulnya isu berkaitan kestabilan penyelesaian dual. Oleh itu, perbincangan dalam bahagian ini akan menerangkan dengan lebih mendalam bagaimana proses analisis berstatistik dijalankan dalam menentukan sama ada penyelesaian keserupaan yang diperoleh stabil atau tidak.

3.4.1 Ujian Kenormalan

Pertama sekali, taburan untuk set data yang diperoleh daripada nombor Nusselt setempat dan nombor Sherwood setempat dalam nanobendalir mono dan hibrid bagi parameter-parameter menakluk perlu diteliti. Oleh itu, ujian kenormalan untuk menentukan bahawa penyelesaian pertama dan kedua yang diperoleh adalah bertabur secara taburan normal atau tidak dijalankan ke atas set data. Ujian kenormalan ini adalah sangat penting kerana syarat-syarat yang perlu dipenuhi untuk mencapai andaian asas prosedur statistik ialah memerlukan data yang bertaburan normal, yang mana taburan normal merupakan taburan terpenting dalam statistik. Menurut Nor Aishah et al. (2011), terdapat empat ujian kenormalan yang boleh digunakan iaitu Ujian Kenormalan Shapiro-Wilk (Shapiro & Wilk 1965), Ujian Kenormalan Anderson-Darling (Anderson & Darling 1952), Ujian Kenormalan Kolmogorov-Smirnov (Kolmogorov 1956; Smirnov 1936) dan Ujian Kenormalan Cramer-von Mises (Anderson 1962).

Namun begitu, menurut Nor Aishah et al. (2011), berbanding ujian-ujian kenormalan yang dinyatakan, ujian kenormalan Saphiro-Wilk (S-W) merupakan ujian kenormalan terbaik kerana ia menolak hipotesis nol bagi ujian kenormalan pada saiz sampel terkecil. Sementara itu, Stephens (1974) pula melaporkan ujian kenormalan

Anderson-Darling (A-D) yang merupakan pengubahsuaian terhadap ujian Kolmogorov-Smirnov (K-S) dan memberikan keputusan baik berbanding ujian K-S.

a. Ujian Kenormalan Shapiro-Wilk

Ujian kenormalan Shapiro-Wilk (S-W), yang diusulkan pada tahun 1965 oleh Shapiro dan Wilk digunakan untuk mengira statistik ujian W sama ada set data berasal daripada taburan normal atau tidak. Ia merupakan ujian kenormalan yang paling terkenal dan diadkan untuk set data yang kurang daripada 50 data. Ujian ini adalah yang terbaik dalam kajian perbandingan ujian kenormalan. Statistik W dikira seperti berikut:

Hipotesis untuk ujian kenormalan S-W ditakrifkan sebagai:

H_0 : Data tidak bertaburan secara normal

H_a : Data bertaburan secara normal

Pendekatan asas yang digunakan dalam ujian S-W untuk kenormalan adalah seperti berikut:

i) Susun data dalam urutan menaik; $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$.

ii) Hitung hasil tambah kuasa dua (SS); $SS = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$.

iii) Tentukan nilai m daripada saiz data n . Sekiranya n adalah nilai genap, $m = n/2$, manakala sekiranya n adalah nilai ganjil, maka $m = (n-1)/2$.

iv) Hitung $b = \sum_{i=1}^m a_i (x_{n+1-i} - x_i)$ seperti berikut, dengan a_i adalah pemberat daripada Jadual 1 (berdasarkan nilai n) dalam Shapiro dan Wilk (1965).

v) Hitung statistik ujian $W = b^2/SS$.

- vi) Cari nilai W dalam Jadual 2 (rujuk Shapiro dan Wilk (1965)). Inilah nilai- p untuk ujian kenormalan S-W. Apabila nilai- p besar daripada aras keertian ($\alpha = 0,05$), hipotesis nol ditolak, dan seterusnya menyokong hipotesis alternatif iaitu data bertaburan normal.

b. Ujian Kenormalan Anderson Darling

Ujian kenormalan Anderson-Darling (A-D) merupakan pengubahsuaian terhadap ujian Kolmogorov-Smirnov (K-S) dan memberikan baik berbanding ujian K-S. Selain untuk menguji data bertaburan normal atau tidak, A-D boleh juga menguji adakah data daripada taburan seragam, lognormal, Weibull atau eksponen. Namun begitu, dalam bahagian ini hanya taburan normal dibincangkan secara terperinci.

Hipotesis untuk ujian kenormalan A-D ditakrifkan sebagai:

H_0 : Data tidak bertaburan secara normal

H_a : Data bertaburan secara normal

Ujian kenormalan ini menggunakan pendekatan seperti berikut:

- i) Susun data dalam urutan menaik; $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$.
- ii) Fungsi taburan melonggok untuk taburan normal dikira bagi nilai x_i dan x_{n-i+1} .
- iii) Ujian statistik A-D diberikan dengan formula berikut:

$$AD = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i-1) \left[\ln F(x_i) + \ln(1 - F(x_{n-i+1})) \right], \quad \dots(3.83)$$

dengan n merupakan saiz data, $F(x)$ merupakan fungsi taburan melonggok taburan normal dan i = sampel i th apabila data disusun mengikut urutan menaik.

- iv) Nilai AD^* pula dicari menggunakan formula berikut:

$$AD^* = AD \left(1 + \frac{0.75}{n} + \frac{2.25}{n^2} \right) \quad \dots(3.84)$$

Nilai AD^* akan digunakan untuk mendapatkan nilai- p bagi ujian kenormalan A-D. Apabila nilai- p besar daripada aras keertian ($\alpha = 0,05$), hipotesis nol ditolak, dan seterusnya menyokong hipotesis alternatif iaitu data bertaburan normal.

3.4.2 Perbezaan Min antara Penyelesaian Pertama dan Kedua

Ujian- t adalah kaedah pentaabiran statistik yang melibatkan analisis data dan mempunyai banyak aplikasi dalam bidang sains, kejuruteraan, perniagaan dan banyak lagi. Umumnya, ujian- t digunakan untuk menentukan sama ada min bagi dua kumpulan berbeza secara signifikan. Analisis ujian- t ini memerlukan beberapa andaian dipenuhi. Andaian-andaian berikut adalah:

- i) Andaian utama adalah populasi kedua-dua kumpulan data mestilah daripada taburan normal.
- ii) Dua kumpulan data haruslah tidak bersandar antara satu sama lain.
- iii) Sekurang-kurangnya satu kumpulan mempunyai saiz sampel yang kecil, iaitu kurang daripada 30 sampel.
- iv) Sisihan piawai untuk kedua-dua kumpulan tidak diketahui, dan diandaikan sisihan piawai adalah tidak sama.

Terdapat beberapa langkah dalam ujian- t :

- i) Hipotesis nol: Tiada perbezaan min antara penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua; $H_0 : \mu_1 = \mu_2$.
- ii) Hipotesis alternatif: Terdapat perbezaan min yang signifikan untuk penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua; $H_a : \mu_1 \neq \mu_2$.
- iii) Ujian statistik adalah seperti berikut (Montgomery & Runger 2018):

$$t_0^* = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - 0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}, \quad \dots(3.85)$$

dengan $\bar{x}_1$ dan $\bar{x}_2$ masing-masing merupakan penganggar min untuk penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua. Manakala s_1^2 dan s_2^2 masing-masing merupakan penganggar varians untuk penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua.

- iv) Menggunakan nilai t_0^* , nilai- p diperoleh, dan seterusnya apabila nilai- p kurang daripada aras keertian ($\alpha = 0.05$), hipotesis nol ditolak. Keputusan ini akan menyokong hipotesis alternatif iaitu terdapat perbezaan min antara penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua.

3.4.3 Regresi Linear Berganda dan Regresi Kuadratik

Permasalahan dalam bidang kejuruteraan dan sains melibatkan kajian atau analisis hubungan antara dua atau lebih pemboleh ubah, dan kebanyakan aplikasi analisis regresi melibatkan situasi yang mempunyai lebih daripada satu pemboleh ubah regresi. Model regresi yang mempunyai lebih daripada satu pemboleh ubah tak bersandar dikenali sebagai model regresi berganda dan dapat ditulis seperti berikut (Montgomery & Runger 2018):

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \dots + \hat{\beta}_k x_k \quad \dots(3.86)$$

dengan $\hat{y}$ pemboleh ubah bersandar, $\hat{\beta}_j$ merupakan pekali regresi, $x_1, x_2, \dots, x_k$ merupakan pemboleh ubah tak bersandar yang mana $j = 0, 1, \dots, k$.

Manakala regresi kuadratik pula mencari persamaan paling sesuai untuk sekumpulan data yang tidak linear. Regresi kuadratik model dengan satu pemboleh ubah tak bersandar dapat ditulis seperti berikut (Montgomery & Runger 2018):

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x^2 + \hat{\beta}_2 x, \quad \dots(3.87)$$

dengan $\hat{y}$ pemboleh ubah bersandar, $\hat{\beta}_j$ merupakan pekali regresi yang mana $j = 0$, dan 1, dan x merupakan pemboleh ubah tak bersandar.

Selanjutnya, pekali korelasi (R) adalah pekali yang menunjukkan hubungan antara pemboleh ubah bersandar dan pemboleh ubah tak bersandar. Secara umumnya, nilai pekali penentuan antara adalah $-1 < R < 1$ yang mana:

- i) Apabila $R = 1$ bererti hubungan antara pemboleh ubah bersandar dan pemboleh ubah tak bersandar positif dan sangat baik.
- ii) Apabila $R = -1$, hubungan pemboleh ubah bersandar dan pemboleh ubah tak bersandar negatif dan sangat baik.
- iii) Apabila $R = 0$, maka tidak ada hubungan linear antara pemboleh ubah bersandar dan tak bersandar.

Semakin dekat nilai R dengan 0, semakin lemah hubungan linear. Semakin dekat nilai R ke -1, semakin kuat hubungan linear yang negatif. Manakala, semakin nilai R menghampiri 1, semakin kuat hubungan linear yang positif.

Seterusnya, ralat ketara untuk pekali korelasi $P.E(R)$ dicari. Ralat ketara merupakan perbezaan antara set data dengan nilai jangkaan. Menurut Jedi et al. (2019), ralat ketara pekali korelasi ($P.E(R)$) dapat dicari menggunakan formula berikut:

$$P.E(R) = \frac{0.6745(1 - R^2)}{\sqrt{n}}, \quad \dots(3.88)$$

dengan n adalah bilangan data dan R adalah pekali korelasi. Sekiranya nilai korelasi R kurang daripada $P.E(R)$, ini menunjukkan bahawa tidak ada hubungan antara pemboleh ubah bersandar dan tidak bersandar. Manakala, sekiranya terdapat hubungan antara pemboleh ubah bersandar dan tidak bersandar, nilai R adalah enam kali lebih besar

daripada $P.E(R)$. Seterusnya, hubungan antara pemboleh ubah bersandar dan tak bersandar tidak signifikan apabila R kurang daripada $P.E(R)$.

Seterusnya, ralat kebarangkalian pula diperlukan untuk melihat ketepatan nilai pekali korelasi. Ralat kebarangkalian dapat ditulis seperti berikut:

$$\text{Ralat kebarangkalian} = \frac{R}{P.E(R)}. \quad \dots(3.89)$$

3.4.4 Analisis Komponen Utama

Analisis komponen utama (AKU) adalah satu kaedah statistik yang digunakan untuk menganalisis hubungan antara beberapa pemboleh ubah dan menerangkan pemboleh ubah tersebut dalam bentuk faktor pendam tertentu. Menurut Hair et al. (2010), ia merupakan pendekatan statistik yang digunakan untuk meringkaskan maklumat yang terdapat dalam beberapa pemboleh ubah asal kepada dimensi yang lebih kecil atau bersifat umum.

Dalam tesis ini, pemboleh ubah untuk kaedah AKU adalah penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua. Untuk menentukan sama ada penyelesaian pertama atau penyelesaian kedua mempengaruhi kadar pemindahan haba dalam nanobendalir hibrid, analisis komponen utama (AKU) pula dijalankan. Tujuannya adalah untuk mendapatkan variasi sebanyak mungkin dalam set sub-komponen atau komponen menggunakan bilangan faktor yang sekecil mungkin. Berdasarkan kaedah AKU, pemberat digunakan untuk mengurangkan maklumat yang bertindih antara dua atau lebih komponen yang berkorelasi dan bukannya mengukur kepentingan relatif gabungan komponen.

Sebelum analisis AKU dijalankan, dua ujian penting perlu dilakukan terlebih dahulu, iaitu ujian Keiser-Meyer-Olkin (KMO) dan ujian Bartlett. Untuk menentukan kecukupan persampelan, ujian KMO mestilah sekurang-kurangnya 0.5, manakala ujian Bartlett mestilah kurang daripada 0.05 (Mohd Sahrul Shukri et al. 2019). Seterusnya, nilai *communalities* yang menunjukkan nisbah varians pemboleh ubah yang diterangkan oleh faktor perlu dikaji. Kebiasaannya, nilai ini perlu melebihi daripada

0.50. Nilai *communalities* yang besar menunjukkan terdapat pengaruh yang kuat daripada konstruk yang terumpuk.

Setelah itu, barulah analisis AKU dijalankan. Dalam kaedah ini, faktor yang menerangkan set data perlu dikenal pasti. Setiap faktor bergantung kepada nilai eigen, yang mana nilai eigen akan mengukur korelasi antara penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua. Untuk proses mengenal pasti, nilai eigen mestilah bernilai sekurang-kurangnya satu, barulah penyelesaian tersebut dirumuskan mempengaruhi kadar pemindahan haba. Nilai eigen merupakan jumlah varians yang dijelaskan bagi setiap faktor. Oleh itu, hanya faktor dengan varians lebih besar daripada satu sahaja dapat dipertimbangkan.

Akhir sekali, hasil daripada analisis faktor membolehkan kita menentukan sama ada penyelesaian pertama atau penyelesaian kedua yang boleh diekstrak daripada data yang diperoleh. Oleh yang demikian, analisis AKU ini turut dibuktikan melalui plot skree.

Analisis AKU merupakan kaedah statistik yang boleh membantu dalam mencari maklumat dan menentusahkan penyelesaian mana yang signifikan dan menyumbang kepada kadar pemindahan haba. Prosedur analisis AKU ini telah memenuhi kriteria yang ditentukan oleh Hair et al. (2010)

3.5 KESIMPULAN

Daripada penerangan bab ini, proses penerbitan model matematik, penggunaan kaedah berangka dan proses analisis berstatistik dijelaskan dengan terperinci dan mudah difahami. Seterusnya, penyelesaian masalah bagi nanobendalir mono dan hibrid perlu dijalankan. Oleh itu, Bab IV-VI menerangkan secara terperinci perbincangan mengenai keputusan-keputusan tersebut.

BAB IV

ALIRAN MAGNETOHIDRODINAMIK DENGAN TINDAK BALAS RADIASI TERMA DALAM NANOENDALIR MONO

4.1 PENGENALAN

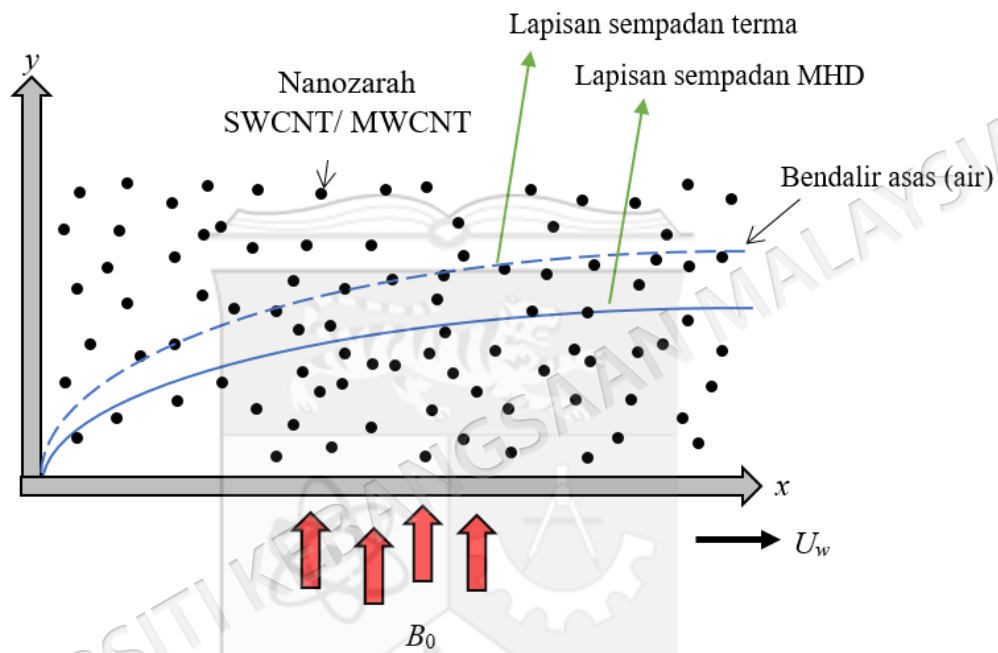
Bab 4 adalah kajian ke atas aliran lapisan sempadan kesan medan magnet dan radiasi terma dalam nanotub karbon merentasi plat bergerak dengan mengambil kira kesan gelinciran. Bab ini membincangkan proses menerbitkan model matematik nanobendalir, penggunaan kaedah berangka iaitu atur cara bvp4c dan penyelesaian model matematik nanobendalir. Bahagian 4.2 akan membincangkan model matematik nanobendalir Tiwari dan Das ke atas aliran nanobendalir mono dua matra. Bahagian 4.3 membincangkan kesan gerakan Brown dan termoforesis ke atas aliran nanobendalir mono. Analisis berangka, hasil dapatan dan perbincangan akan dibentangkan dalam bentuk jadual dan rajah.

4.2 KESAN MHD KE ATAS ALIRAN NANOENDALIR MONO

Diandaikan bahawa plat bergerak dalam arah paksi- x dengan halaju tetap $U_w(x)$ dan terdapat halaju aliran bebas $U_\infty(x)$ yang jauh daripada permukaan plat. Suhu permukaan ialah $T_w(x)$ manakala suhu aliran bebas T_∞ dengan andaian plat dikekalkan pada suhu permukaan $T_w(x)$. Fluks haba radiasi q_r bertindak pada arah paksi- y , yang mana ia bertentangan dengan arah aliran bendalir. Di dalam kajian ini, fluks haba radiasi pada paksi- x diabaikan. Ini adalah kerana ia bertindak dalam arah yang sama dengan aliran bendalir. Model fizikal ditunjukkan dalam Rajah 4.1.

Dalam bab ini, nanobendalir SWCNT-air iaitu bendalir yang mengandungi nanozarah nanotub karbon dinding tunggal (SWCNT) dengan air sebagai bendalir asas,

dipertimbangkan. Manakala, untuk perbandingan nanobendalir MWCNT-air iaitu bendalir yang mengandungi nanozarah nanotub karbon multidinding (MWCNT) dengan air sebagai bendalir asas juga dipertimbangkan. Menurut Xie et al. (2003), Liu et al. (2005) dan Maré et al. (2011), sifat termofizikal nanozarah SWCNT dan MWCNT didapati lebih tinggi berbanding nanozarah yang lain. Oleh itu, nanobendalir yang mengandungi nanozarah SWCNT dan MWCNT dipertimbangkan dalam bab ini.



Rajah 4-1 Gambarajah fizikal model

4.2.1 Formulasi Masalah

Persamaan menakluk iaitu persamaan keselanjaran (3.9), persamaan momentum (3.35) dan persamaan tenaga (3.37) digunakan dalam bab ini. Seterusnya, menggunakan penjelmaan keserupaan (3.44) serta persamaan (3.45), persamaan momentum dan persamaan tenaga dapat diturunkan kepada persamaan pembezaan biasa seperti berikut:

$$f''' + \varepsilon_1 \left[\frac{1}{2} f f'' \right] - \varepsilon_2 M f' = 0, \quad \dots(4.1)$$

$$\frac{1}{\text{Pr}} \theta'' + \left[\frac{3\varepsilon_3}{3K + 4Nr} \right] \left[\frac{1}{2} f \theta' \right] = 0 \quad \dots(4.2)$$

tertakluk kepada syarat sempadan

$$\begin{aligned} f(0) &= 0, \quad f'(0) = \lambda + \sigma f''(0), \quad \theta(0) = 1, \\ f'(\eta) &\rightarrow 1 - \lambda, \quad \theta(\eta) \rightarrow 0 \quad \text{apabila } \eta \rightarrow \infty \end{aligned} \quad \dots(4.3)$$

dengan ε_1 , ε_2 , ε_3 dan K mewakili pekali-pekali yang berkaitan dengan sifat-sifat nanobendalir, dan masing-masing dinyatakan dalam persamaan (3.49) – (3.52).

Selain itu, dalam penyelesaian model matematik, pemalar bagi sifat termofizikal seperti pekali haba tentu C_p , ketumpatan ρ , dan pekali kekonduksian terma k digunakan dalam aturcara bvp4c. Oleh itu, berdasarkan pemalar daripada Khan et al. (2014), sifat termofizikal untuk air, SWCNT dan MWCNT diberikan dalam Jadual 4.1. Manakala, nilai nombor Prandtl untuk bendalir asas berdasarkan Oztop dan Abu-Nada (2008), ialah $Pr = 6.2$.

Jadual 4-1 Pemalar bagi sifat termofizikal untuk air, SWCNT dan MWCNT

Sifat termofizikal	Air	SWCNT	MWCNT
Pekali haba tentu C_p	4179	425	796
Ketumpatan ρ	997	2600	1600
Pekali kekonduksian terma k	0.613	6600	3000

4.2.2 Keputusan dan Perbincangan

Sistem persamaan pembezaan biasa (4.1) dan (4.2) dengan syarat sempadan (4.3) telah diselesaikan secara berangka menggunakan kaedah bvp4c. Kesan parameter nisbah halaju λ , parameter magnet M , parameter gelinciran σ , parameter radiasi terma Nr dan parameter pecahan isi padu nanozarah ϕ dipertimbangkan dalam bahagian ini. Bagi model matematik nanobendalir dalam bab ini, nilai parameter pecahan isi padu nanozarah ϕ dipilih berdasarkan nilai yang dicadangkan oleh Nur Syazana et al. (2018). Mereka mempertimbangkan nilai parameter ϕ dalam julat antara 0 hingga 0.2 ($0 \leq \phi \leq 0.2$).

Penyelesaian yang terhasil bagi ciri-ciri pemindahan haba bagi kes ketiadaan kesan magnet, radiasi terma dan gelinciran ($M = Nr = \sigma = 0$) serta pecahan isi padu

nanozarah ($\varphi = 0.0, 0.1, 0.2$) diguna untuk membandingkan ketepatan kaedah ini. Nilai pekali geseran kulit setempat $f''(0)$ yang diperoleh dibandingkan dengan keputusan yang diperoleh daripada Norfifah et al. (2012) dan Nur Syazana et al. (2018). Keputusan terkini menunjukkan hasil perbandingan adalah selari dengan keputusan lepas dan ia ditunjukkan dalam Jadual 4.2. Oleh itu, dapat disimpulkan bahawa permodelan matematik yang digunakan dapat memberikan keputusan berangka yang tepat.

Jadual 4-2 Perbandingan nilai $f''(0)$ untuk SWCNT dalam bendalir asas dengan ketidakhadiran kesan magnet M , radiasi terma Nr dan gelinciran σ

φ	λ	Norfifah et al. (2012)	Nur Syazana et al. (2018)	Kajian terkini
0	-0.5	0.3979 [0.1710]	0.3978 [0.1710]	0.3978 [0.1710]
	-0.4	0.4357 [0.0834]	0.4356 [0.0834]	0.4356 [0.0834]
	-0.3	0.4339 [0.0367]	0.4339 [0.0367]	0.4339 [0.0367]
	0	0.3321	0.3321	0.3321
	0.5	0	0	0
	1	-0.4438	-0.4438	-0.4439

[] penyelesaian kedua

a. Penyelesaian Pertama dan Kedua

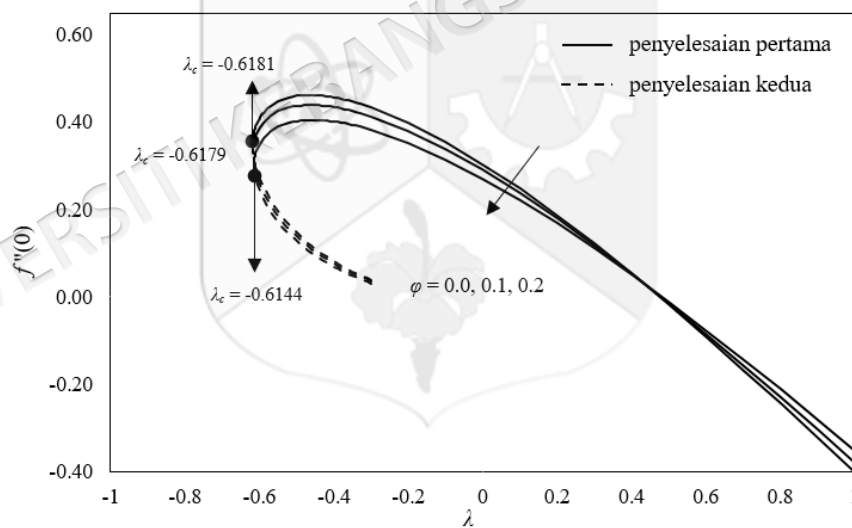
Perubahan pekali geseran kulit setempat $f''(0)$ serta nombor Nusselt setempat $-\theta'(0)$ terhadap parameter halaju λ ditunjukkan dalam Rajah 4.2-4.8, apabila $M = 0.01$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$. Didapati penyelesaian pertama wujud dalam aliran membantu ($\lambda > 0$) dan aliran menentang ($\lambda < 0$). Penyelesaian kedua pula hanya wujud dalam rantau aliran menentang. Selanjutnya, dalam rantau aliran menentang, penyelesaian wujud sehingga nilai kritikal λ_c . Dapat diperhatikan, percabangan penyelesaian dual berlaku apabila $\lambda = \lambda_c$, namun apabila $\lambda < \lambda_c$ tiada penyelesaian diperoleh. Secara fizikal, pemisahan lapisan sempadan daripada permukaan berlaku pada $\lambda = \lambda_c$.

b. Kesan Isi Padu Nanozarah terhadap Nisbah Halaju

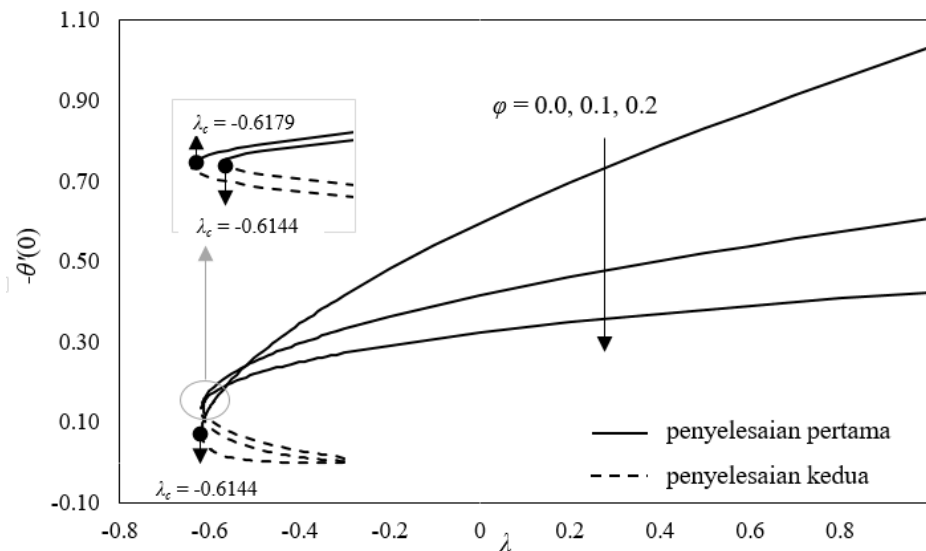
Perubahan pekali geseran kulit setempat $f''(0)$ terhadap parameter nisbah halaju λ untuk beberapa nilai parameter pecahan isi padu nanozarah φ bagi nanobendalir SWCNT-air ditunjukkan dalam Rajah 4.2. Peningkatan nilai parameter φ didapati mengurangkan

nilai pekali geseran kulit setempat. Keputusan yang sama turut dilaporkan oleh Nur Syazana et al. (2018). Berdasarkan kepada pengiraan berangka yang dijalankan, apabila tiada nanozarah di dalam bendalir asas, nilai kritikal untuk λ adalah $|-0.6181|$. Apabila bendalir asas mengandungi 10 peratus nanozarah SWCNT, $|\lambda_c|$ berkurangan menjadi $|-0.6179|$. Malah, apabila 20 peratus nanozarah SWCNT diampaiakan di dalam bendalir asas, $|\lambda_c|$ menjadi $|-0.6144|$. Oleh itu, peningkatan nilai ϕ akan mengurangkan julat nilai λ_c bagi penyelesaian dual dan seterusnya akan melambatkan pemisahan lapisan sempadan.

Seterusnya, kesan peningkatan nilai ϕ terhadap nombor Nusselt setempat $-\theta'(0)$ ditunjukkan dalam Rajah 4.3. Didapati nilai $-\theta'(0)$ berkurangan apabila nilai ϕ meningkat. Justeru itu, ini menunjukkan bahawa kadar pemindahan haba bagi bendalir asas iaitu air lebih baik berbanding dengan nanobendalir SWCNT-air.



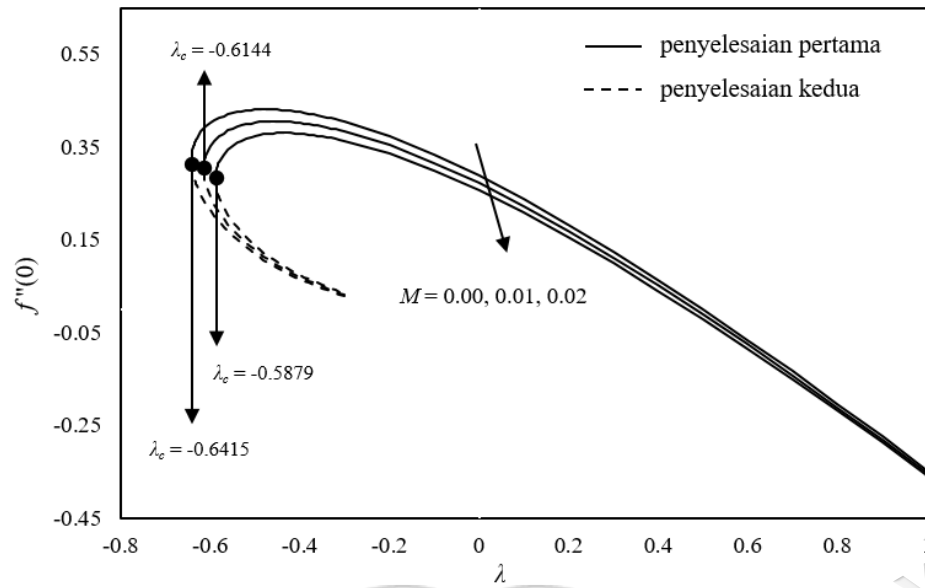
Rajah 4-2 Perubahan $f''(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai ϕ apabila $M = 0.01$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$ bagi nanobendalir SWCNT-air



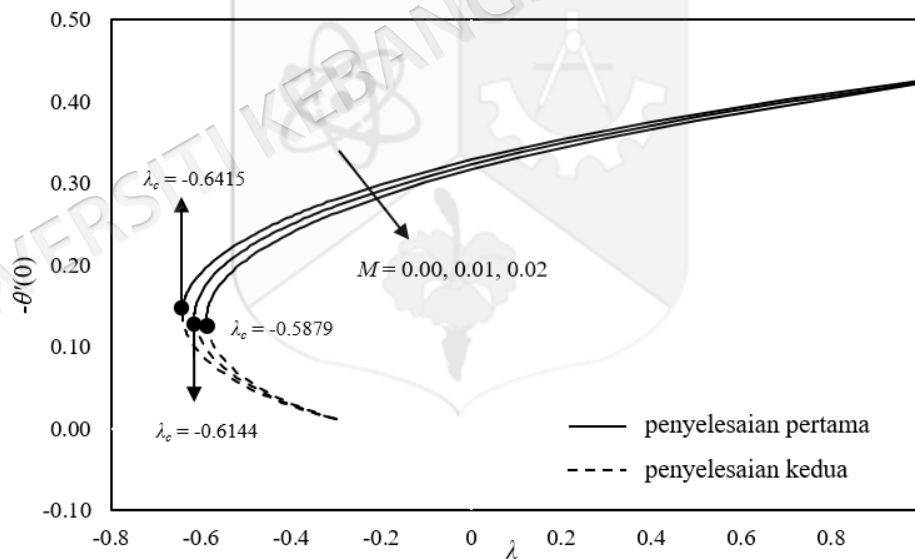
Rajah 4-3 Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai ϕ apabila $M = 0.01$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$ bagi nanobendalir SWCNT-air

c. Kesan Medan Magnet terhadap Nisbah Halaju

Rajah 4.4 dan 4.5 menunjukkan kesan parameter magnet M ke atas pekali geseran kulit dan nombor Nusselt setempat. Diperhatikan bahawa apabila tiada kesan parameter magnet, penyelesaian keserupaan diperoleh apabila $\lambda \geq \lambda_c = |-0.6415|$. Apabila nilai parameter M meningkat, i.e., $M = 0.01$, julat nilai λ yang mana penyelesaian wujud menjadi lebih kecil ($\lambda \geq \lambda_c = |-0.6144|$). Seterusnya, apabila terdapat peningkatan dalam nilai parameter M , i.e., $M = 0.02$, julat nilai $\lambda \geq \lambda_c = |-0.5879|$, maka, kajian ini menunjukkan bahawa dengan terdapatnya peningkatan dalam kesan parameter magnet M , menyebabkan penurunan tegasan ricih permukaan (geseran kulit) dan kadar pemindahan haba. Justeru itu, apabila nilai kritikal yang didapati semakin berkurang apabila nilai M meningkat, ia menunjukkan bahawa kesan medan magnet terhadap aliran lapisan sempadan boleh mempercepatkan pemisahan lapisan sempadan.



Rajah 4-4 Perubahan $f''(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai M apabila $\phi = 0.2$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$ bagi nanobendalir SWCNT-air

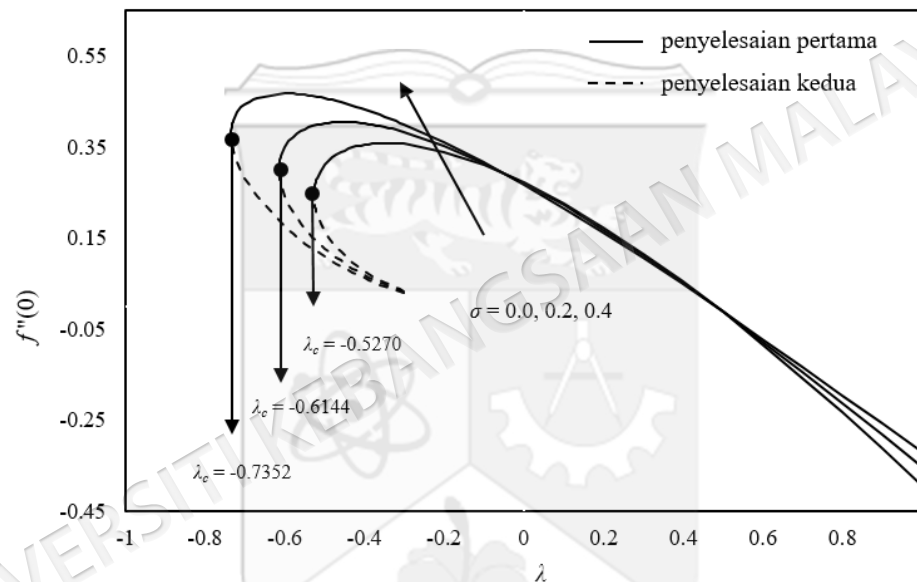


Rajah 4-5 Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai M apabila $\phi = 0.2$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$ bagi nanobendalir SWCNT-air

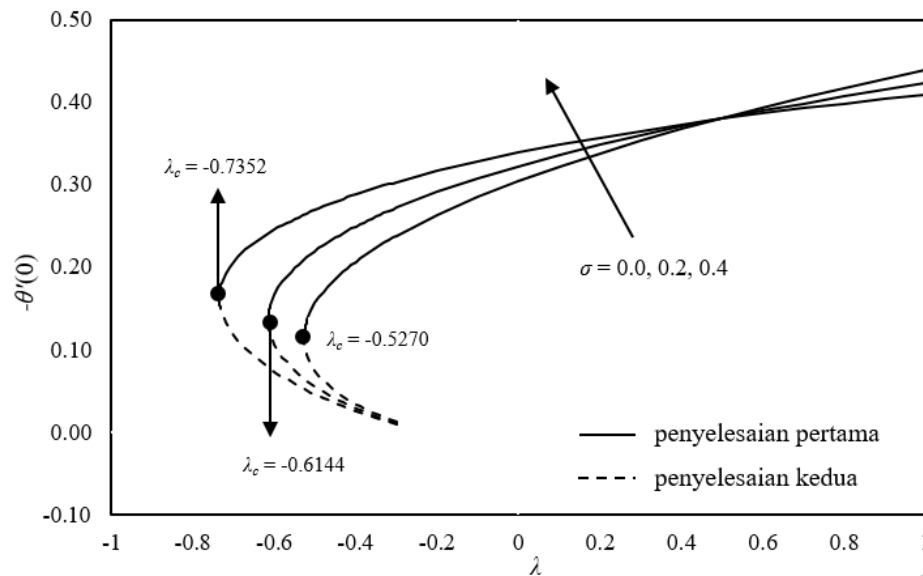
d. Kesan Gelinciran terhadap Nisbah Halaju

Rajah 4.6 dan 4.7 masing-masing menunjukkan perubahan pekali geseran kulit setempat $f''(0)$ dan nombor Nusselt setempat $-\theta'(0)$ terhadap parameter λ bagi beberapa nilai parameter gelinciran σ untuk nanobendalir SWCNT-air. Daripada pemerhatian

rajah-rajah tersebut, didapati nilai kritikal λ_c meningkat apabila nilai parameter σ meningkat. Oleh itu, kesan gelinciran boleh melambatkan pemisahan lapisan sempadan dan meningkatkan julat penyelesaian. Selain itu, Rajah 4.6 menunjukkan peningkatan nilai σ meningkatkan nilai $f''(0)$. Ini bermakna, gelinciran dalam lapisan sempadan boleh meningkatkan geseran antara bendalir dengan permukaan, dan mengakibatkan tegasan ricih permukaan meningkat. Juga, peningkatan nilai parameter σ meningkatkan nilai $-\theta'(0)$ seperti digambarkan dalam Rajah 4.7. Justeru, ini menunjukkan bahawa peningkatan kesan gelinciran dapat menyebabkan pengurangan ketebalan lapisan sempadan terma, dan seterusnya meningkatkan nombor Nusselt setempat.



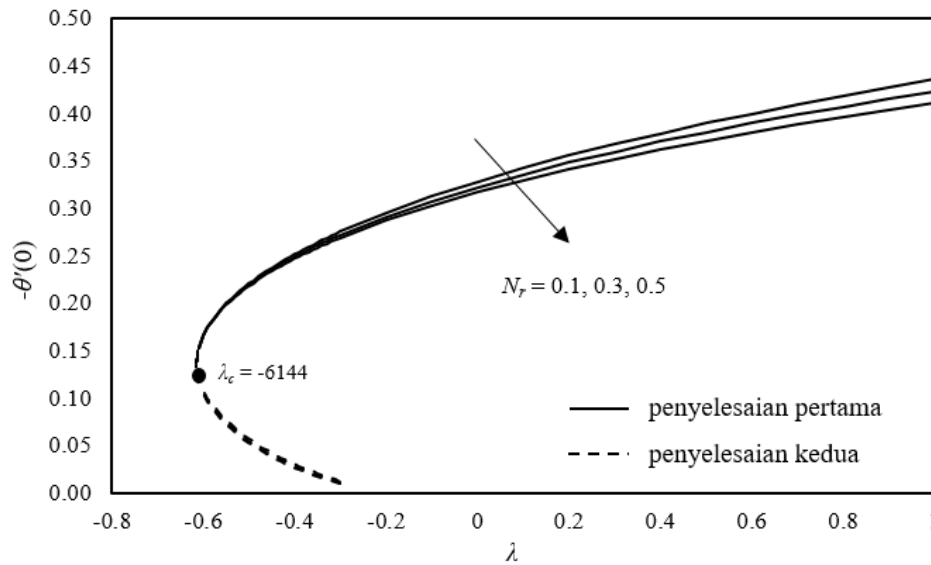
Rajah 4-6 Perubahan $f''(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai σ apabila $\phi = 0.2$, $M = 0.01$ dan $Nr = 0.3$ bagi nanobendalir SWCNT-air



Rajah 4-7 Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai σ apabila $\phi = 0.2$, $M = 0.01$ dan $Nr = 0.3$ bagi nanobendalir SWCNT-air

e. Kesan Radiasi Terma terhadap Nisbah Halaju

Perubahan pekali pemindahan haba ke atas parameter radiasi terma Nr untuk SWCNT berasaskan air ditunjukkan dalam Rajah 4.8. Daripada rajah tersebut, didapati penyelesaian keserupaan wujud apabila $\lambda \geq \lambda_c = -0.6144$ untuk ketiga-tiga nilai Nr . Di sini, parameter radiasi terma Nr tidak mempunyai sebarang impak ke atas pekali geseran kulit memandangkan persamaan momentum lapisan sempadan tidak bergantung kepada θ . Selain itu, nilai $-\theta'(0)$ didapati menurun dengan peningkatan nilai Nr . Kesannya, fluks haba di permukaan akan menurun dengan peningkatan nilai Nr .

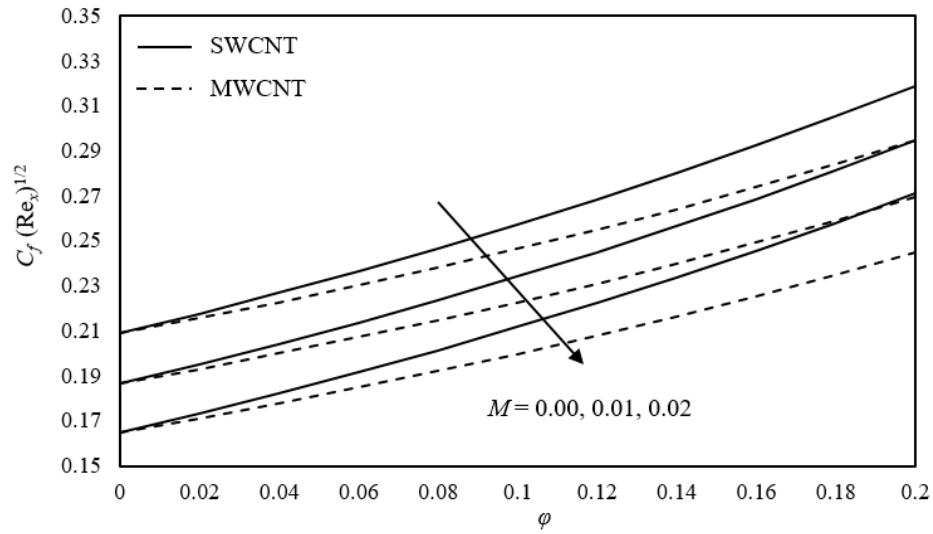


Rajah 4-8 Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nr apabila $\phi = 0.2$, $M = 0.01$ dan $\sigma = 0.2$ bagi nanobendalir SWCNT-air

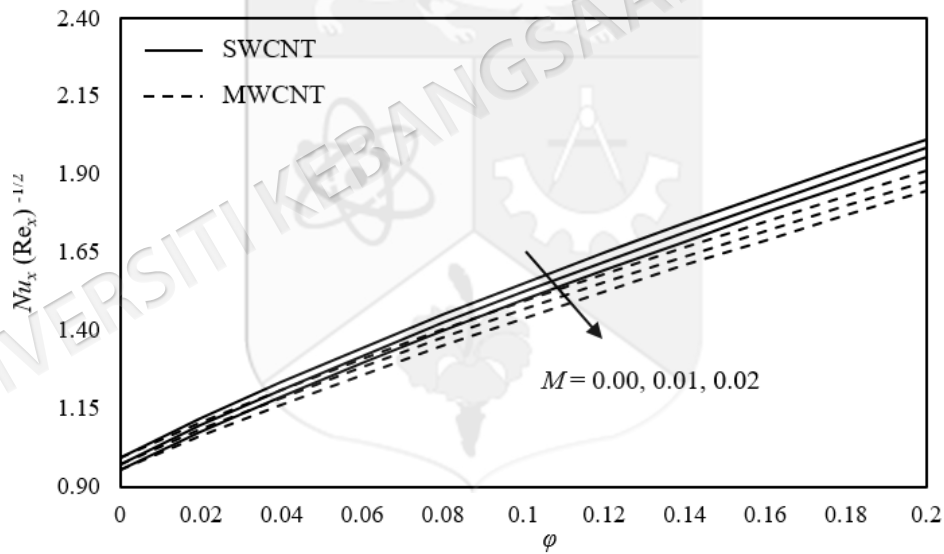
f. Perbandingan Nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air

Rajah 4.9 – 4.14 masing-masing menunjukkan perbandingan nilai pekali geseran kulit setempat $C_f (Re_x)^{\frac{1}{2}}$ dan nombor Nusselt $Nu_x (Re_x)^{-1/2}$ terhadap parameter ϕ antara nanobendalir SWCNT-air dengan MWCNT-air apabila dalam rantau aliran membantu ($\lambda = 2$). Berdasarkan rajah, dapat dilihat dengan jelas bahawa nilai pekali ini meningkat hampir secara linear terhadap pecahan isi padu nanozarah.

Selain itu, pekali geseran kulit setempat dan nombor Nusselt setempat menunjukkan SWCNT-air didapati lebih tinggi berbanding dengan MWCNT-air. Berdasarkan Rajah 4.9 SWCNT mempunyai ketumpatan nanozarah yang lebih tinggi daripada MWCNT. Ketumpatan yang tinggi akan menyebabkan aliran bendalir menjadi semakin cepat dan seterusnya tegasan ricih permukaan akan meningkat. Juga, berdasarkan Rajah 4.10, SWCNT mempunyai kekonduksian terma yang lebih tinggi berbanding MWCNT. Secara fizikal, nanozarah yang mempunyai kekonduksian terma yang tinggi menyebabkan pemindahan haba berlaku pada kadar yang lebih tinggi. Seterusnya, keputusan ini mencadangkan bahawa SWCNT-air mempunyai kadar pemindahan haba yang lebih baik berbanding MWCNT-air.



Rajah 4-9 Kesan parameter M ke atas $C_f(Re_x)^{1/2}$ terhadap ϕ bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air apabila $\lambda = 0.2$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$



Rajah 4-10 Kesan parameter M ke atas $Nu_x(Re_x)^{-1/2}$ terhadap ϕ bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air apabila $\lambda = 0.2$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$

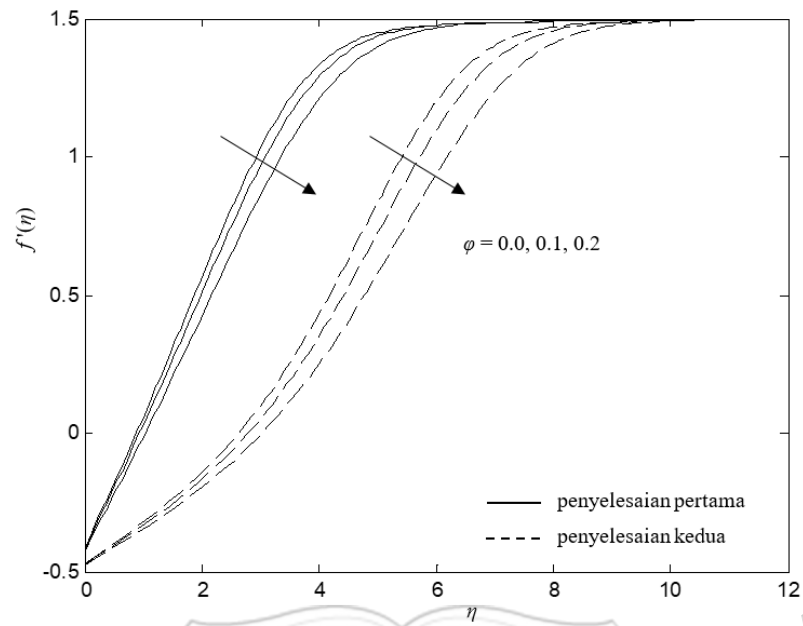
g. Profil Halaju dan Suhu

Profil halaju $f'(\eta)$ dan profil suhu $\theta(\eta)$ untuk parameter pecahan isi padu nanozarah ϕ , kesan medan magnet M , kesan gelinciran σ dan kesan radiasi termal Nr apabila $\lambda = -0.5$ (aliran menentang) bagi nanobendalir SWCNT-air ditunjukkan dalam Rajah 4.11 – 4.19. Didapati profil halaju dan profil suhu memenuhi syarat sempadan (4.3) dan

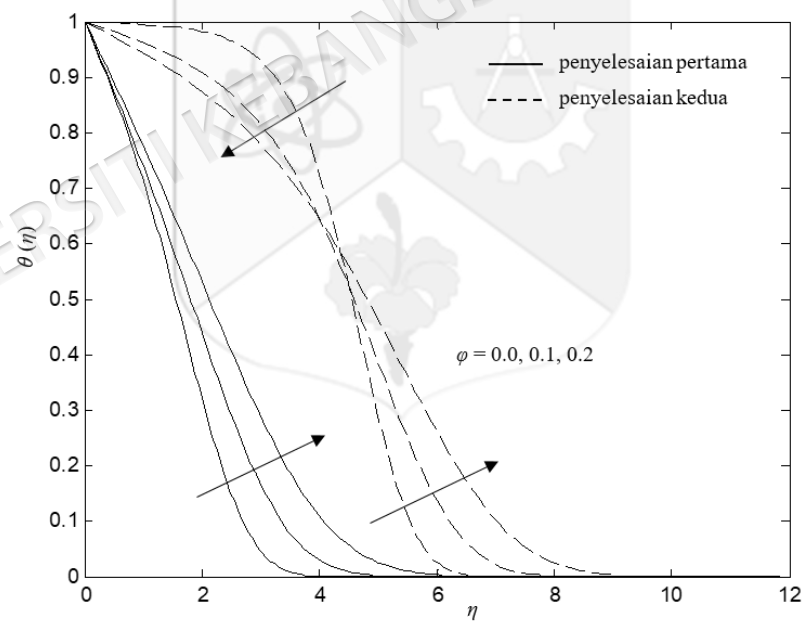
menumpu secara asimptot. Malah, penyelesaian dual jelas wujud dalam aliran menentang dan ini disokong dalam rajah-rajah tersebut.

Profil halaju untuk parameter pecahan isi padu nanozarah dan kesan medan magnet untuk SWCNT-air masing-masing ditunjukkan dalam Rajah 4.11 dan Rajah 4.13. Didapati bahawa halaju nanobendalir berkurangan untuk penyelesaian pertama apabila nilai ϕ dan M meningkat. Selain itu, daripada rajah-rajah tersebut, apabila nilai ϕ dan M meningkat, ketebalan lapisan momentum turut didapati meningkat, dan ini seterusnya akan menyebabkan penurunan kecerunan halaju aliran bendalir. Oleh itu, ini akan mengakibatkan aliran bendalir menjadi semakin perlahan, sekaligus mengakibatkan tegasan ricih permukaan berkurangan.

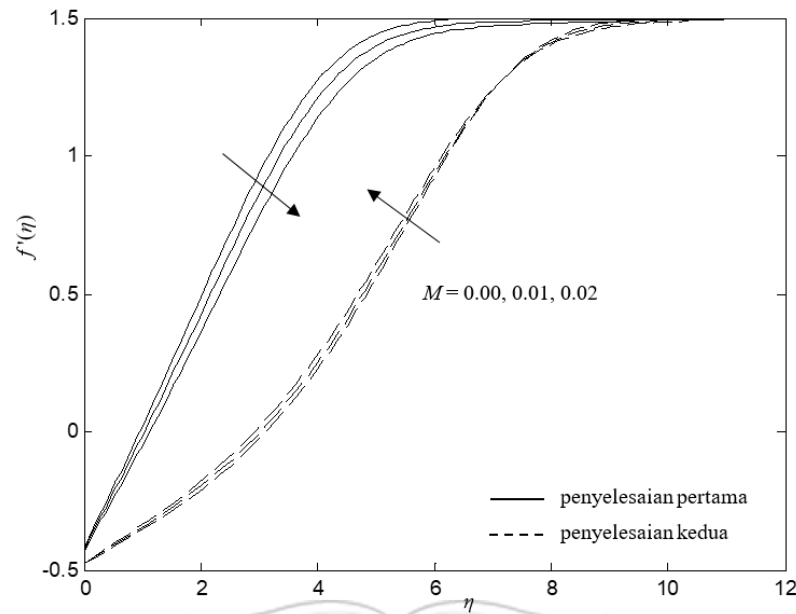
Juga, didapati profil suhu dalam Rajah 4.12 dan 4.14 meningkat apabila terdapat peningkatan dalam nilai-nilai ϕ dan M . Ini menunjukkan bahawa ketebalan lapisan sempadan terma semakin meningkat apabila nilai ϕ dan M meningkat. Apabila ketebalan lapisan sempadan terma meningkat, kecerunan suhu pada permukaan akan berkurang. Ini akan menyebabkan berlakunya penyusutan fluks haba pada permukaan. Oleh itu, profil suhu ini konsisten dengan keputusan yang yang diperoleh dalam Rajah 4.3 dan 4.5, yang mana nombor Nusselt setempat berkurang apabila nilai-nilai ϕ dan M meningkat.



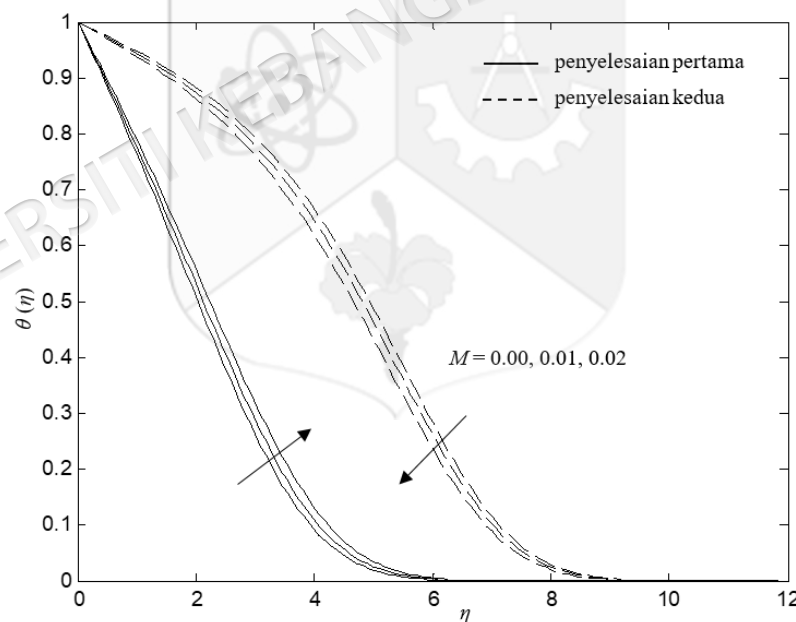
Rajah 4-11 Profil halaju $f'(\eta)$ untuk beberapa nilai ϕ apabila $\lambda = -0.5$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$ bagi nanobendalir SWCNT-air



Rajah 4-12 Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai ϕ apabila $\lambda = -0.5$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$ bagi nanobendalir SWCNT-air



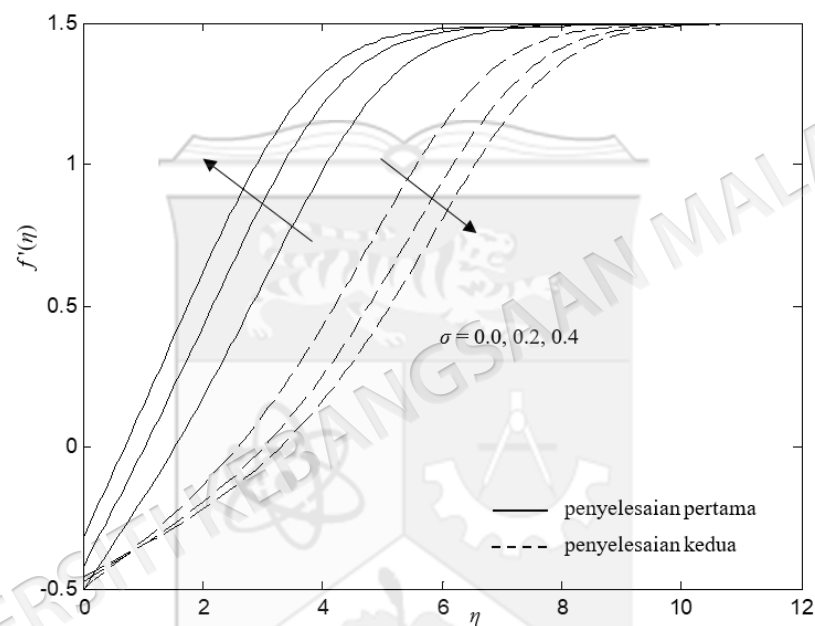
Rajah 4-13 Profil halaju $f'(\eta)$ untuk beberapa nilai M apabila $\lambda = -0.5$, $\phi = 0.2$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$ bagi nanobendalir SWCNT-air



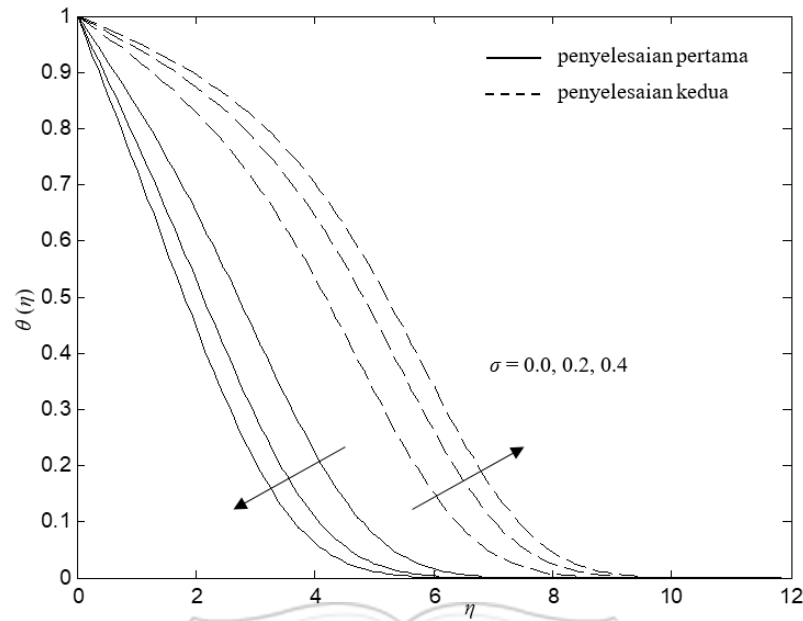
Rajah 4-14 Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai M apabila $\lambda = -0.5$, $\phi = 0.2$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$ bagi nanobendalir SWCNT-air

Profil halaju $f'(\eta)$ dan profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai σ ditunjukkan dalam Rajah 4.15 dan 4.16. Daripada Rajah 4.15 menunjukkan profil halaju meningkat dengan peningkatan nilai σ . Berdasarkan rajah tersebut, apabila nilai σ bertambah, ketebalan lapisan sempadan momentum berkurang, yang mana ini akan menyebabkan tegasan

ricih permukaan meningkat. Oleh itu, keputusan ini konsisten dengan perbincangan sebelum ini, iaitu pekali geseran kulit setempat meningkat dengan peningkatan nilai σ . Selain itu, berdasarkan Rajah 4.16, profil suhu berkurang dengan peningkatan nilai σ . Rajah ini turut menunjukkan ketebalan lapisan sempadan terma semakin menurun apabila nilai σ meningkat, dan kecerunan suhu pada permukaan turut meningkat. Oleh yang demikian, fluks haba akan meningkat pada permukaan. Maka, keputusan ini konsisten dengan keputusan dalam Rajah 4.7 iaitu nombor Nusselt setempat meningkat dengan peningkatan nilai σ .

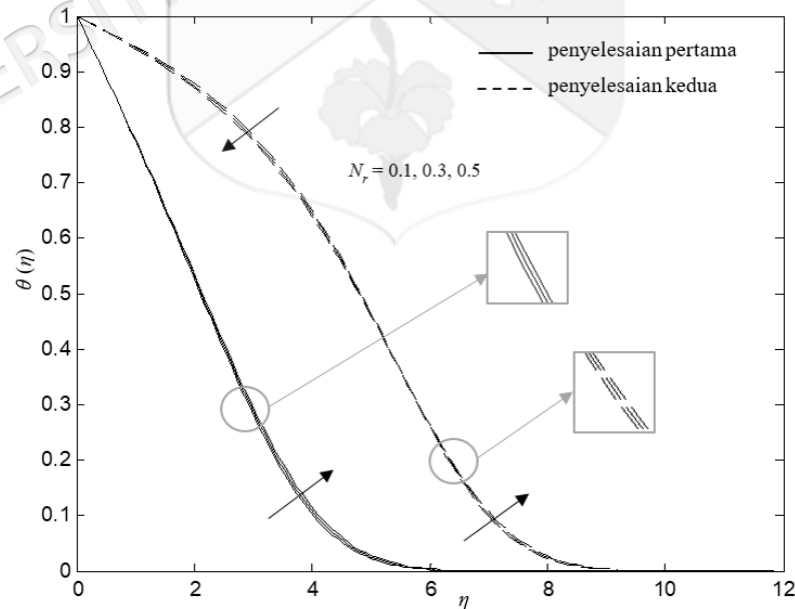


Rajah 4-15 Profil halaju $f'(\eta)$ untuk beberapa nilai σ apabila $\lambda = -0.5$, $\phi = 0.2$, $M = 0.01$ dan $Nr = 0.3$ bagi nanobendalir SWCNT-air



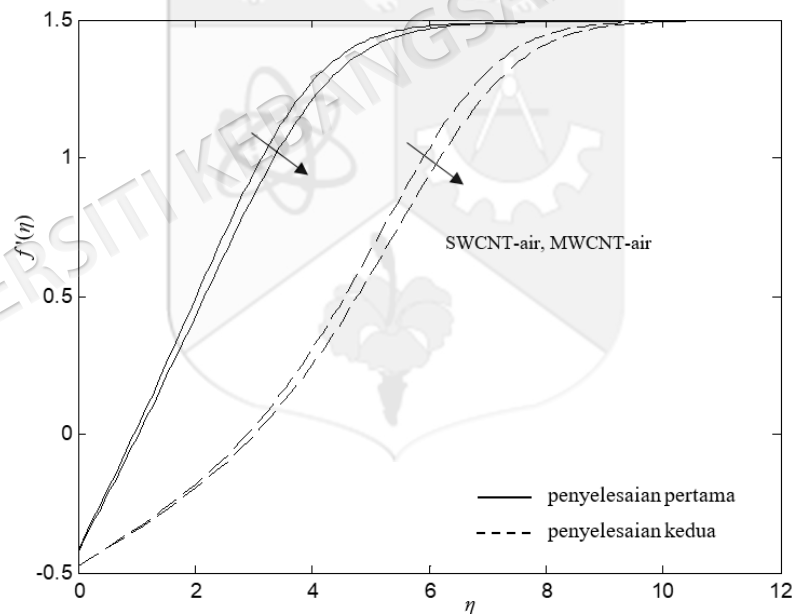
Rajah 4-16 Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai σ apabila $\lambda = -0.5$, $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$ dan $Nr = 0.3$ bagi nanobendalir SWCNT-air

Selain itu, profil suhu untuk beberapa nilai Nr turut ditunjukkan dalam Rajah 4.17. Selari dengan keputusan Rajah 4.8, didapati terdapatnya peningkatan dalam profil suhu apabila nilai Nr meningkat. Sekaligus, mengakibatkan peningkatan dalam ketebalan lapisan sempadan terma.

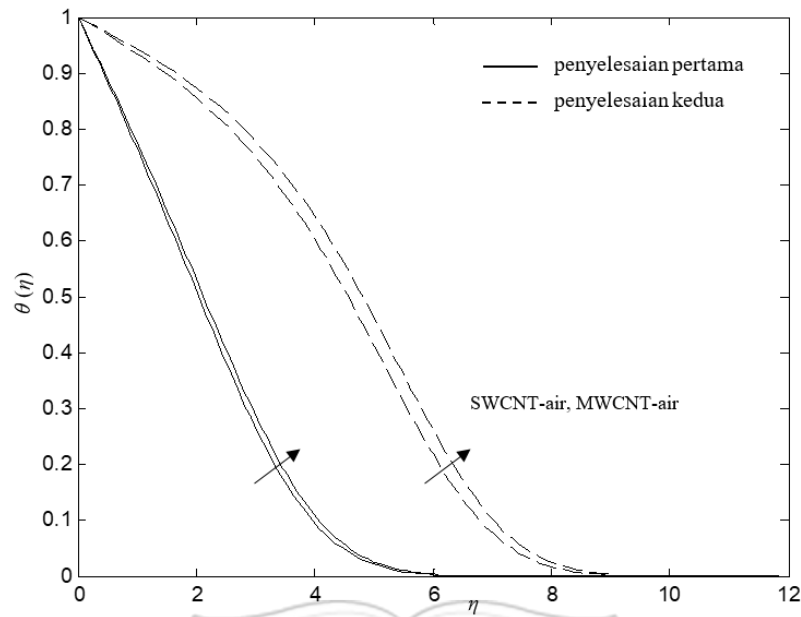


Rajah 4-17 Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai Nr apabila $\lambda = -0.5$, $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$ dan $\sigma = 0.2$ bagi nanobendalir SWCNT-air

Profil halaju $f'(\eta)$ dan profil suhu $\theta(\eta)$ bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air dalam aliran menentang ($\lambda = -0.5$) ditunjukkan dalam Rajah 4.18 dan 4.19. Didapati, profil halaju bagi SWCNT-air lebih tinggi berbanding MWCNT-air seperti dalam Rajah 4.18. Selain itu, rajah turut menunjukkan ketebalan lapisan sempadan momentum bagi SWCNT-air lebih nipis daripada MWCNT-air. Oleh itu, kecerunan halaju aliran bendalir bagi SWCNT-air adalah lebih tinggi berbanding dengan MWCNT-air. Selanjutnya, profil suhu bagi SWCNT-air didapati lebih rendah berbanding dengan MWCNT-air seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 4.19. Juga, dapat dilihat ketebalan lapisan sempadan terma bagi SWCNT-air lebih nipis daripada MWCNT-air, serta kecerunan suhu pada permukaan bagi SWCNT-air lebih tinggi berbanding MWCNT-air. Maka, ini menyebabkan fluks haba bagi SWCNT-air adalah lebih tinggi berbanding MWCNT-air. Dengan itu, keputusan ini konsisten dengan keputusan sebelum ini bahawa kadar pemindahan haba bagi SWCNT-air lebih tinggi daripada MWCNT-air.



Rajah 4-18 Profil halaju $f'(\eta)$ bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air apabila $\lambda = -0.5$, $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$

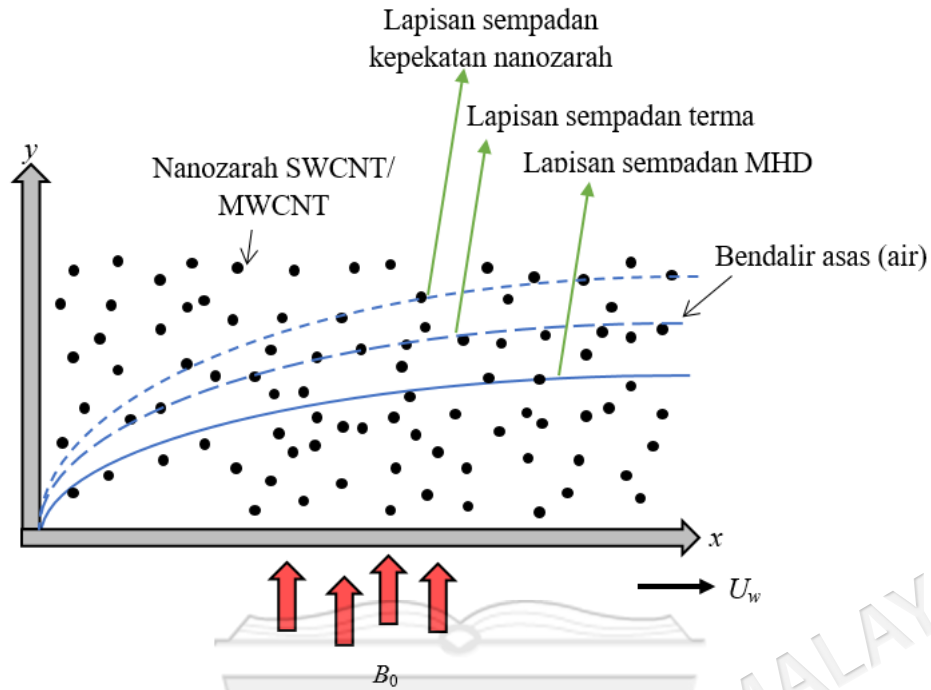


Rajah 4-19 Profil suhu $\theta(\eta)$ bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air apabila $\lambda = -0.5$, $\phi = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$

4.3 KESAN GERAKAN BROWN DAN TERMOFORESIS

Diandaikan terdapat halaju aliran bebas $U_\infty(x)$ yang mengalir di sepanjang permukaan plat bergerak. Selain itu, halaju permukaan dalam arah paksi- x ialah $U_w(x)$. Pertimbangkan pemindahan haba dan jisim dua matra yang stabil di sepanjang permukaan plat dalam nanobendalir dengan T_∞ dan C_∞ sebagai suhu dan kepekatan nanozarah masing-masing dalam medium aliran bebas. Medan magnet B_0 bertindak selari dengan paksi- y . Suhu permukaan plat diandaikan $T_w(x)$ manakala kepekatan nanozarah di dinding permukaan ialah $C_w(x)$.

Fluks radiasi q_r pula bertindak pada arah positif paksi- y , manakala fluks radiasi haba dalam arah paksi- x diabaikan. Model fizikal ditunjukkan dalam Rajah 5.1.



Rajah 4-20 Gambarajah fizikal model

4.3.1 Formulasi Masalah

Persamaan menakluk yang mengandungi persamaan keselantaran (3.9), persamaan momentum (3.35) serta persamaan tenaga (3.69) dan persamaan kepekatan nanozarah (3.67) digunakan dalam bab ini. Seterusnya, menggunakan penjelmaan keserupaan (3.70), persamaan momentum, tenaga dan kepekatan nanozarah dapat diturunkan kepada persamaan pembezaan biasa seperti berikut:

$$f''' + \varepsilon_1 \left[\frac{1}{2} f f'' \right] - \varepsilon_2 M f' = 0, \quad \dots(4.4)$$

$$\frac{1}{\text{Pr} C_1} \left[\frac{k_{nf}}{k_f} + \frac{4}{3} Nr \right] \theta'' + \frac{1}{2} f \theta' + Nb \phi' \theta' + Nb (\theta')^2 = 0 \quad \dots(4.5)$$

$$\phi'' + \frac{1}{2} Le f \phi' + \frac{Nt}{Nb} \theta'' = 0 \quad \dots(4.6)$$

tertakluk kepada syarat sempadan

$$\begin{aligned} f(0) = 0, \quad f'(0) = \lambda + \sigma f''(0), \quad \theta(0) = 1, \quad \phi'(0) + \frac{Nt}{Nb} \theta'(0) = 0 \\ f'(\eta) \rightarrow 1 - \lambda, \quad \theta(\eta) \rightarrow 0, \quad \phi(\infty) \rightarrow 0 \quad \text{apabila } \eta \rightarrow \infty \end{aligned} \quad \dots(4.7)$$

dengan ε_1 , ε_2 , ε_3 dan K mewakili pekali-pekali yang berkaitan dengan sifat-sifat nanobendalir, dan masing-masing dinyatakan dalam persamaan (3.49) – (3.52). Selain itu, M ialah parameter medan magnet, Nr ialah parameter radiasi terma, λ ialah parameter nisbah halaju dan σ ialah parameter gelinciran, yang mana masing-masing dinyatakan dalam persamaan (3.53) – (3.56). Manakala, Nb ialah parameter gerakan Brown, Nt ialah parameter termoforesis dan Le ialah nombor Lewis, masing-masing dinyatakan dalam persamaan (3.74) – (3.76).

Untuk sifat termofizikal seperti ketumpatan nanobendalir ρ_{nf} , kelikatan dinamik nanobendalir μ_{nf} , pekali muatan haba nanobendalir $(\rho C_p)_{nf}$, pekali kekonduksian terma nanobendalir k_{nf} dan pekali resapan terma nanobendalir α_{nf} telah diberikan dalam persamaan (3.39) – (3.43).

Kuantiti fizikal yang dikaji ialah pekali geseran kulit setempat C_f , nombor Nusselt setempat Nu_x dan nombor Sherwood setempat Sh_x yang ditakrifkan dalam persamaan (3.77). Seterusnya, pekali geseran ricih permukaan τ_w , pekali fluks haba permukaan q_w dan pekali fluks haba jisim q_m ditakrifkan dalam persamaan (3.78). Dengan menggunakan persamaan (3.36) dan penjelmaan keserupaan (3.70), pekali geseran kulit setempat, nombor Nusselt setempat dan nombor Sherwood setempat diperoleh dan diberikan seperti berikut:

$$C_f (Re_x)^{1/2} = \frac{1}{(1-\phi)^{2.5}} f''(0), \quad \dots(4.8)$$

$$Nu_x (Re_x)^{-1/2} = - \left[\frac{k_{nf}}{k_f} + \frac{4}{3} Nr \right] \theta'(0), \quad \dots(4.9)$$

$$Sh_x (Re_x)^{-1/2} = -\phi'(0). \quad \dots(4.10)$$

4.3.2 Keputusan dan Perbincangan

Sistem persamaan pembezaan biasa (4.4) – (4.6) tertakluk kepada syarat sempadan (4.7) diselesaikan secara berangka menggunakan atur cara bvp4c dalam perisian MATLAB. Parameter menakluk yang dipertimbangkan dalam penyelesaian model matematik nanobendalir ialah kesan parameter nisbah halaju λ , parameter isi padu nanozarah ϕ , parameter kesan magnet M , parameter kesan gelinciran σ , parameter kesan radiasi terma Nr , parameter kesan gerakan Brown Nb dan parameter kesan termoforesis Nt . Dalam bahagian ini, nilai parameter ϕ dipilih antara 0 dan 0.2, dengan $\phi = 0$ mewakili bendalir asas iaitu air, manakala nilai parameter M , σ , Nr , Nb dan Nt dipilih sehingga penyelesaian menumpu diperoleh dan syarat sempadan dipenuhi.

Nanobendalir SWCNT-air iaitu bendalir yang mengandungi nanozarah nanotub karbon dengan air sebagai bendalir asas turut dipertimbangkan dalam bahagian ini. Manakala, nanobendalir MWCNT-air juga dipertimbangkan bagi tujuan perbandingan. Sifat termofizikal seperti pekali haba tentu C_p , ketumpatan ρ , pekali kekonduksian terma k digunakan. Berdasarkan Oztop dan Abu-Nada (2008) dan Nur Syazana et al. (2018), pekali termofizikal untuk air, SWCNT dan MWCNT ditunjukkan dalam Jadual 4.1. Selain itu, $Pr = 6.2$ digunakan dalam kajian ini sebagai nilai Prandtl bagi air.

Jadual 4.3 menunjukkan perbandingan untuk pekali geseran kulit dengan ketiadaan kesan magnet, radiasi terma, gelinciran, gerakan Brown dan termoforesis untuk keputusan berangka yang diperoleh. Perbandingan dilakukan dengan keputusan Anuar et al. (2009) dan Norfifah et al. (2012), dan dari Jadual 4.3 menunjukkan keputusan kajian terkini selari dengan keputusan kajian lepas.

Jadual 4-3 Perbandingan nilai $f'(0)$ untuk SWCNT-air dengan ketidakhadiran kesan magnet M , radiasi terma Nr , gelinciran σ , Gerakan Brown Nb dan termoforesis Nt

φ	λ	Anuar et al. (2009)	Norfifah et al. (2012)	Kajian terkini
0	-0.5	0.3990 [0.1710]	0.3979 [0.1710]	0.3979 [0.1710]
	-0.4	0.4357 [0.0834]	0.4357 [0.0834]	0.4357 [0.0834]
	-0.3	0.4339 [0.0367]	0.4339 [0.0367]	0.4339 [0.0367]
	-0.2	0.4124 [0.0114]	0.4124 [0.0114]	0.4124 [0.0114]
	-0.1	0.3774 [0.0010]	0.3774 [0.0010]	0.3774 [0.0011]
	0	0.3321	0.3321	0.3321
	0.5	0	0	0

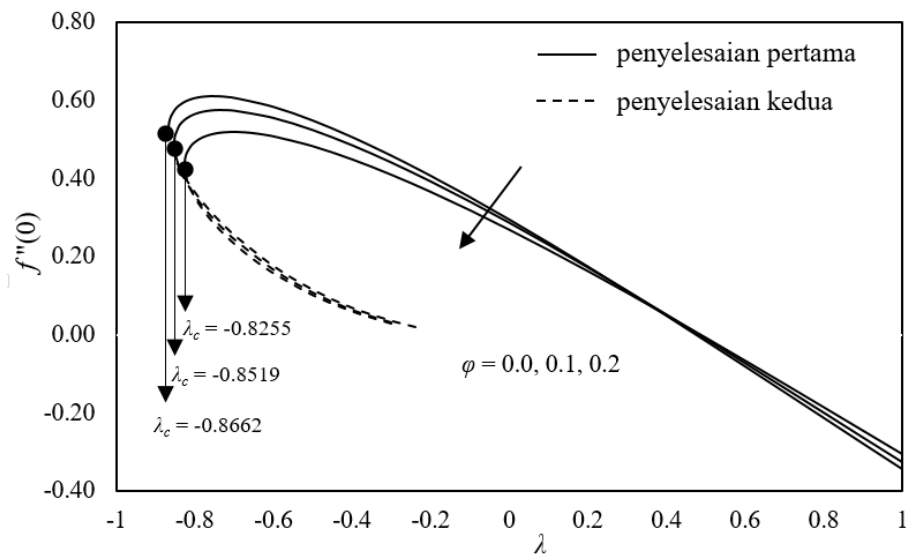
Berdasarkan Rajah 4.21, 4.24 dan 4.27, didapati nilai $f''(0)$ bagi penyelesaian pertama lebih tinggi dalam rantau menentang berbanding dengan nilai $f''(0)$ dalam rantau membantu. Manakala, Rajah 4.22, 4.25, 4.28, 4.30, 4.32 dan 4.34 menunjukkan penyelesaian pertama bagi nilai $-\theta'(0)$ lebih tinggi dalam rantau membantu berbanding nilai $-\theta'(0)$ dalam aliran menentang. Ini kerana menurut Chen (1998) dan Nur Syazana et al. (2020a), daya keapungan telah menghasilkan kecerunan tekanan yang mempercepatkan aliran dan seterusnya meningkatkan kadar pemindahan haba di permukaan. Akan tetapi, dalam rantau menentang, kecerunan tekanan yang dihasilkan oleh daya keapungan akan bertindak dalam arah bertentangan dengan aliran bendalir. Ini akan menyebabkan aliran bendalir menjadi perlahan dan seterusnya mengurangkan kadar pemindahan haba.

Selanjutnya, Rajah 4.23, 4.26, 4.29, 4.31, 4.33 dan 4.35, nilai $-\phi'(0)$ bagi penyelesaian pertama turut didapati lebih tinggi dalam rantau aliran membantu ($\lambda > 0$) berbanding nilai $-\phi'(0)$ dalam rantau aliran menentang ($\lambda < 0$). Ini adalah kerana wujudnya kecerunan tekanan yang dihasilkan oleh daya keapungan yang mana akan mempercepatkan aliran bendalir. Ini akan menyebabkan peningkatan nilai kadar pemindahan jisim. Sebaliknya, dalam rantau aliran menentang, kecerunan tekanan bertindak dalam arah yang bertentangan dengan aliran bendalir, menyebabkan aliran bendalir menjadi perlahan, dan seterusnya mengurangkan kadar pemindahan jisim.

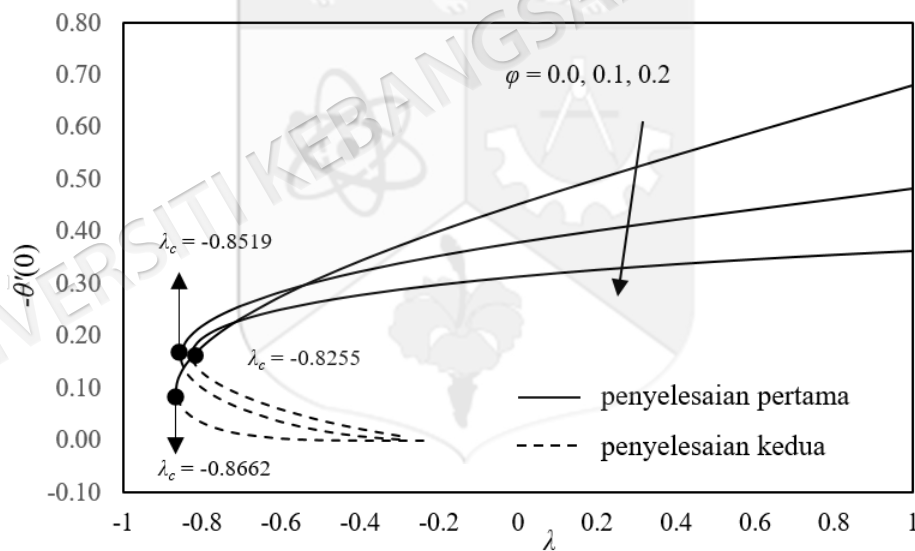
Di samping itu, seperti yang dibincangkan oleh Anuar dan Nazar (2020), nilai $f''(0) > 0$ bagi penyelesaian pertama menunjukkan bendalir memberi daya seretan dengan kuat pada permukaan. Seterusnya nilai $-\theta'(0) > 0$ bagi penyelesaian pertama menandakan haba dipindahkan daripada permukaan yang panas ke bendalir yang lebih sejuk. Manakala nilai $-\phi'(0) > 0$ bagi penyelesaian pertama pula menunjukkan nanozarah dipindahkan dari kawasan yang berkepekatan tinggi ke kawasan yang berkepekatan rendah.

a. Kesan Isi Padu Nanozarah terhadap Nisbah Halaju

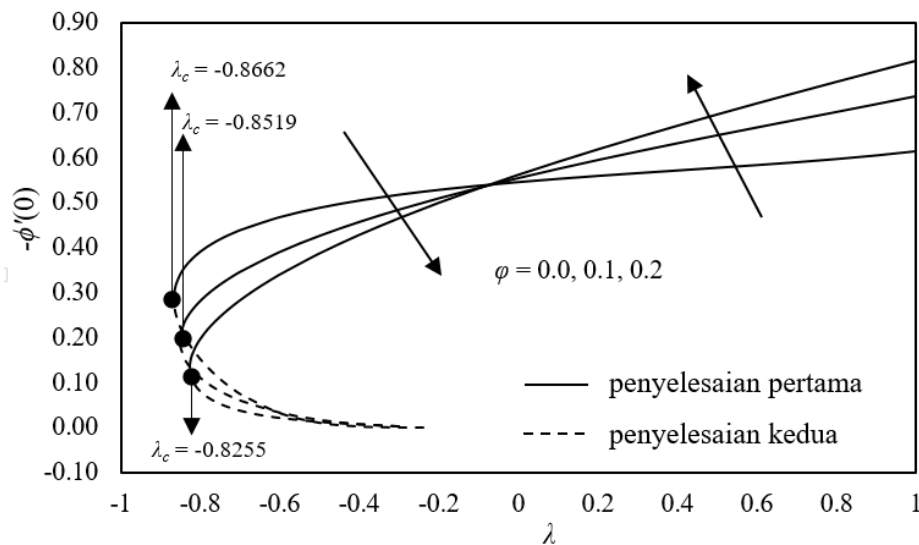
Perubahan $f''(0)$ terhadap λ bagi beberapa nilai ϕ ditunjukkan dalam Rajah 4.21. Daripada rajah tersebut, didapati peningkatan nilai ϕ akan mengurangkan nilai pekali geseran kulit setempat. Oleh itu, keputusan ini menunjukkan bendalir asas iaitu air memberikan nilai $f''(0)$ yang lebih tinggi berbanding dengan SWCNT-air. Seterusnya, Rajah 4.22 menunjukkan penyusutan nilai $-\theta'(0)$ apabila nilai ϕ meningkat. Dengan itu, kadar pemindahan haba bagi bendalir asas adalah lebih baik berbanding SWCNT-air. Manakala, Rajah 4.23 pula menunjukkan dalam rantau membantu, peningkatan nilai ϕ meningkatkan nilai nombor Sherwood setempat. Sebaliknya, bagi aliran menentang, peningkatan nilai ϕ didapati mengurangkan nilai $-\phi'(0)$. Selain itu, peningkatan nilai ϕ menyebabkan penurunan nilai $|\lambda_c|$. Keputusan ini menunjukkan peningkatan ϕ mempercepatkan pemisahan lapisan sempadan, dan mengurangkan julat penyelesaian. Oleh itu, ini memcadangkan bahawa julat penyelesaian bagi air adalah lebih baik berbanding dengan SWCNT-air.



Rajah 4-21 Perubahan $f''(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai ϕ apabila $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air



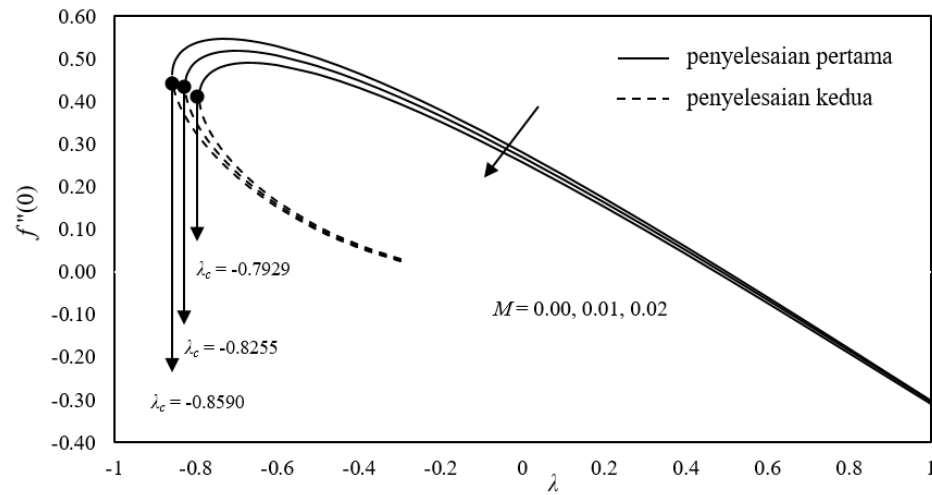
Rajah 4-22 Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai ϕ apabila $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air



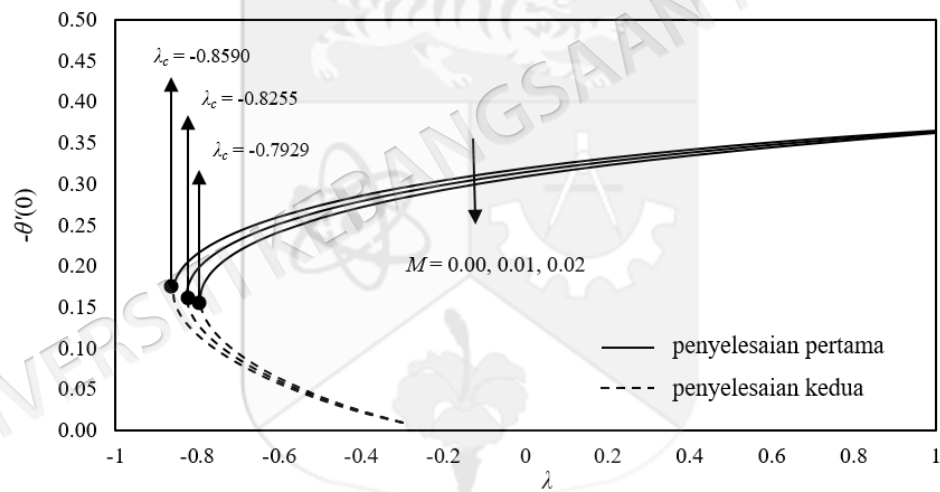
Rajah 4-23 Perubahan $-\phi'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai ϕ apabila $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air

b. Kesan Medan Magnet terhadap Nisbah Halaju

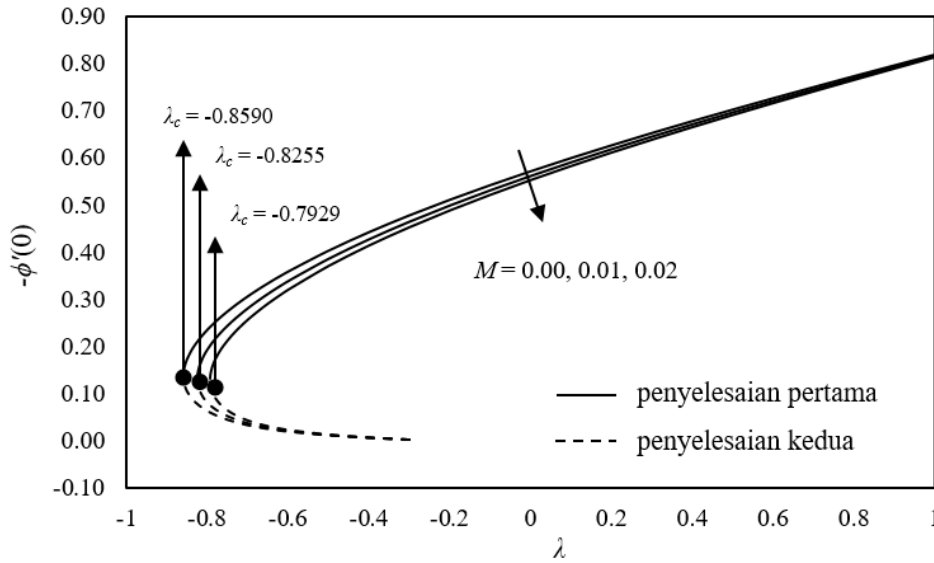
Seterusnya, perubahan nilai pekali geseran kulit $f''(0)$, nombor Nusselt setempat $-\theta'(0)$ dan nombor Sherwood setempat $-\phi'(0)$ terhadap parameter λ diberikan dalam Rajah 4.24 – 4.26, untuk beberapa nilai parameter kesan magnet M bagi nanobendalir SWCNT-air. Berdasarkan rajah tersebut, dalam kedua-dua rantau aliran membantu dan menentang, peningkatan nilai M mengurangkan nilai $f''(0)$, $-\theta'(0)$ dan $-\phi'(0)$. Ini menunjukkan bahawa peningkatan kesan medan magnet mengurangkan daya Lorentz dan seterusnya memberi kesan kepada penurunan momentum. Kesan penurunan momentum memperlahankan aliran bendalir pada permukaan dan seterusnya tegasan ricih permukaan, kadar pemindahan haba dan kadar pemindahan jisim menurun. Selain itu, daripada pemerhatian terhadap Rajah 4.24 – 4.26, didapati peningkatan nilai M mengurangkan nilai $|\lambda_c|$. Oleh itu, kesan medan magnet mempercepatkan pemisahan lapisan sempadan, dan seterusnya mengurangkan julat penyelesaian.



Rajah 4-24 Perubahan $f''(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai M apabila $\phi = 0.2$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $e = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air



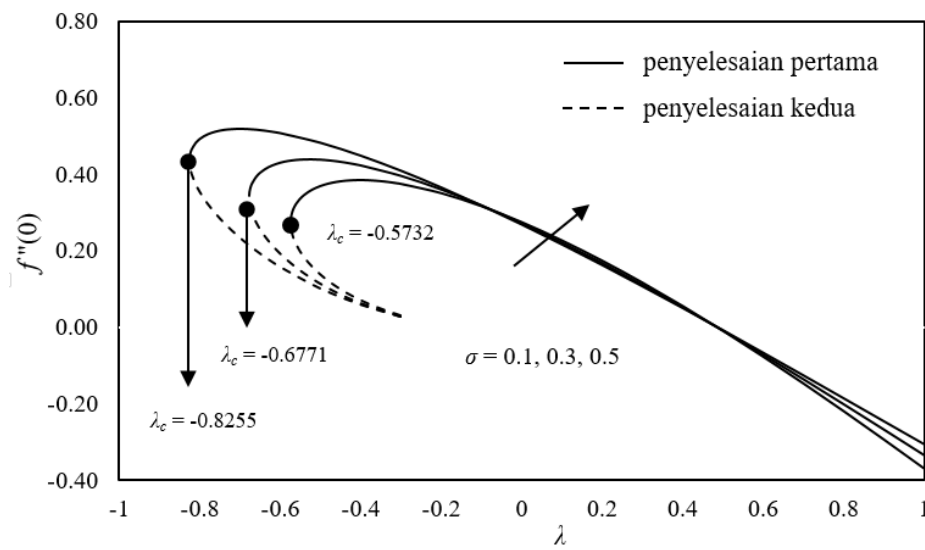
Rajah 4-25 Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai M apabila $\phi = 0.2$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air



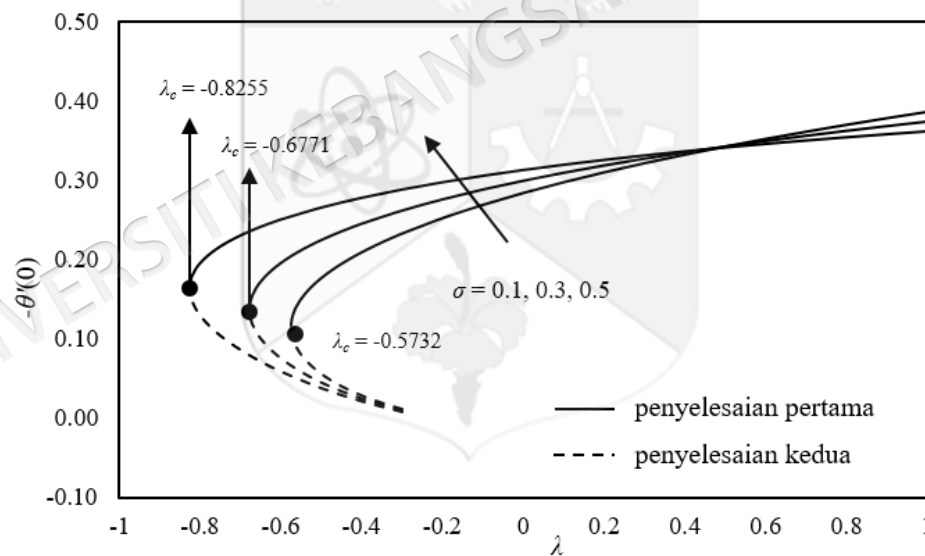
Rajah 4-26 Perubahan $-\phi'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai M apabila $\phi = 0.2$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air

c. Kesan Gelinciran terhadap Nisbah Halaju

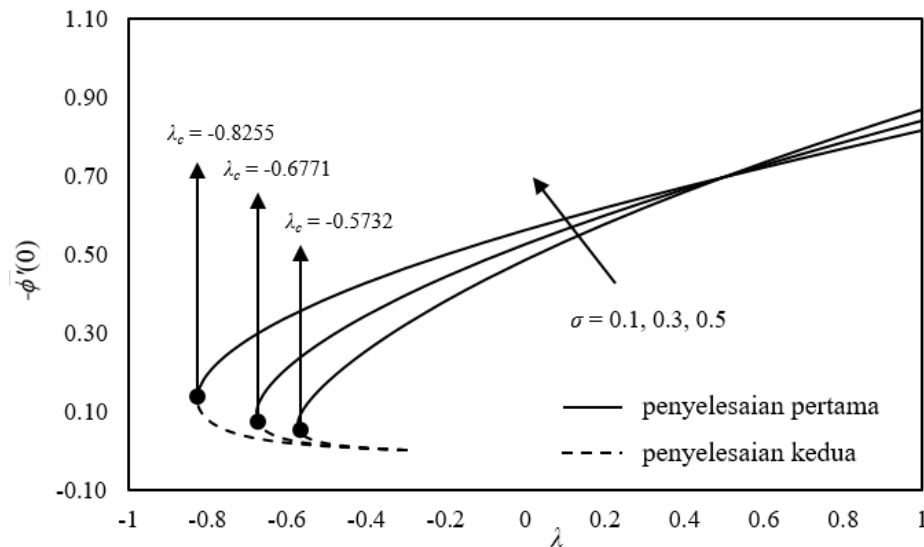
Perubahan nilai pekali geseran kulit $f''(0)$, nombor Nusselt setempat $-\theta'(0)$ dan nombor Sherwood setempat $-\phi'(0)$ terhadap λ masing-masing diberikan dalam Rajah 4.27 – 4.29, untuk beberapa nilai parameter gelinciran σ bagi nanobendalir SWCNT-air. Berdasarkan daripada rajah-rajah tersebut, peningkatan nilai σ dapat meningkatkan nilai $f''(0)$, $-\theta'(0)$ dan $-\phi'(0)$. Secara fizikal, kesan gelinciran mengakibatkan aliran bendalir menjadi lebih cepat dan mengurangkan ketebalan lapisan sempadan. Selain daripada itu, rajah-rajah turut menunjukkan peningkatan nilai $|\lambda_c|$ berlaku dengan peningkatan nilai σ . Keputusan ini mencadangkan kesan gelinciran melambatkan pemisahan lapisan sempadan dan meningkatkan julat penyelesaian.



Rajah 4-27 Perubahan $f''(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai σ apabila $\phi = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air



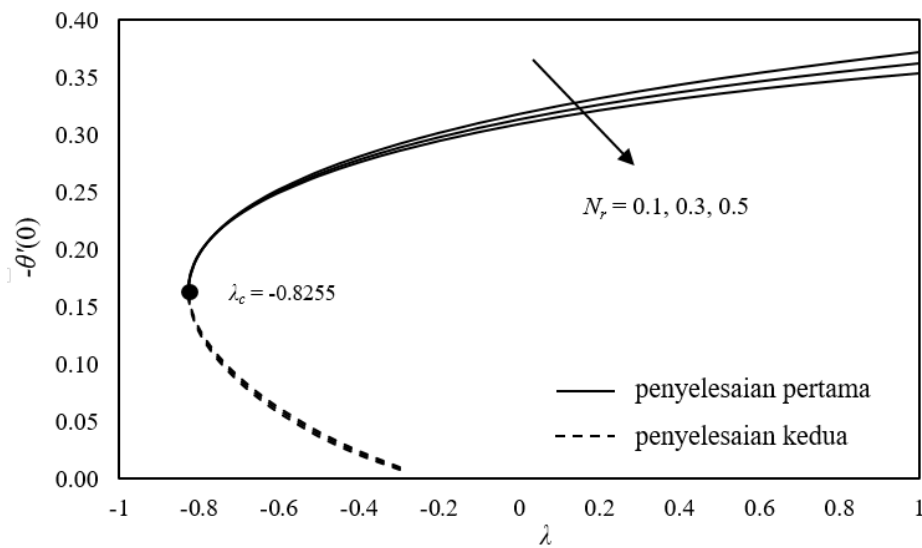
Rajah 4-28 Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai σ apabila $\phi = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air



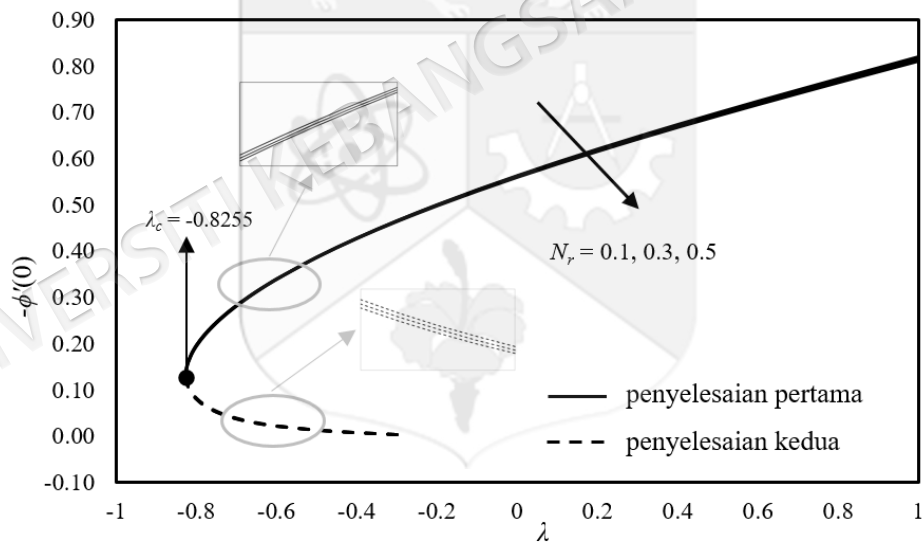
Rajah 4-29 Perubahan $-\phi'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai σ apabila $\phi = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air

d. Kesan Radiasi Terma terhadap Nisbah Halaju

Seterusnya, Rajah 4.30 dan 4.31 masing-masing menunjukkan perubahan nombor Nusselt setempat $-\theta'(0)$ dan nombor Sherwood setempat $-\phi'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai parameter radiasi terma Nr bagi nanobendalir SWCNT-air. Berdasarkan rajah-rajah tersebut, didapati dalam kedua-dua rantau menentang dan membantu, peningkatan nilai Nr telah mengurangkan nilai $-\theta'(0)$ dan $-\phi'(0)$. Ini menyebabkan ketebalan lapisan sempadan terma dan kepekatan meningkat, dan seterusnya menyebabkan fluks haba permukaan dan fluks jisim permukaan menurun.



Rajah 4-30 Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nr apabila $\phi = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air



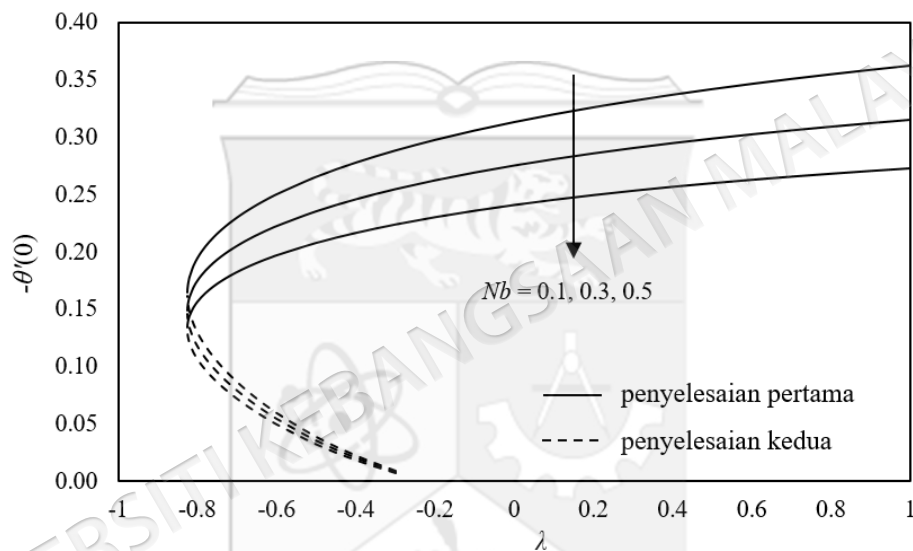
Rajah 4-31 Perubahan $-\phi'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nr apabila $\phi = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air

e. Kesan Gerakan Brown terhadap Nisbah Halaju

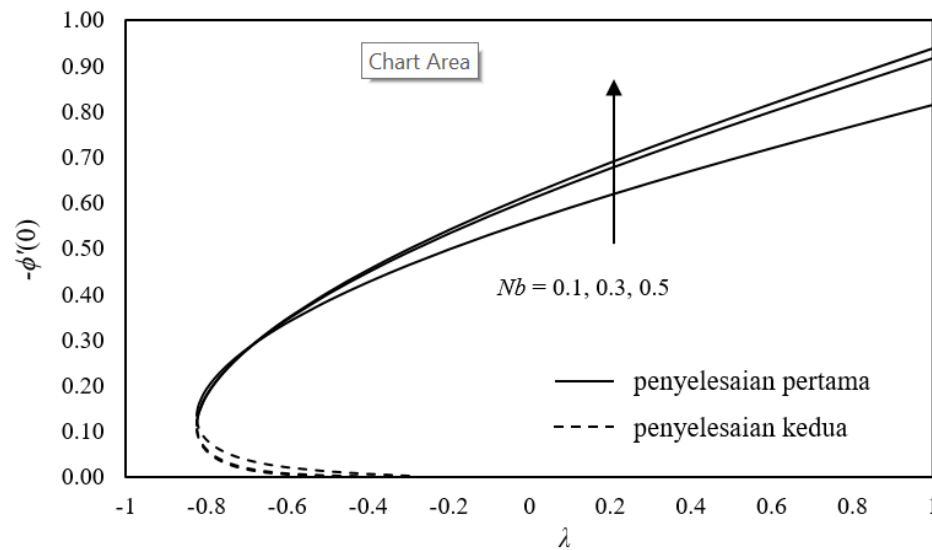
Rajah 4.32 pula menunjukkan perubahan nombor Nusselt setempat $-\theta'(0)$ terhadap parameter λ untuk beberapa nilai parameter gerakan Brown Nb bagi nanobendalir SWCNT-air. Dalam rajah ini, peningkatan nilai parameter Nb didapati mengurangkan

nilai $-\theta'(0)$. Ini kerana gerakan Brown menyebabkan kecerunan suhu pada permukaan berkurang dan seterusnya menyebabkan kadar pemindahan haba berkurang.

Manakala, Rajah 4.33 pula menunjukkan perubahan nombor Sherwood setempat $-\phi'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai parameter Nb . Berdasarkan rajah ini, peningkatan nilai parameter Nb meningkatkan nilai $-\phi'(0)$. Ini kerana, kecerunan jisim pada permukaan meningkat seterusnya menyebabkan kadar pemindahan jisim meningkat. Secara fizikal, apabila nilai Nb meningkat, ia menghalang pemindahan nanozarah daripada rantau ini dan seterusnya meningkatkan kadar pemindahan jisim.



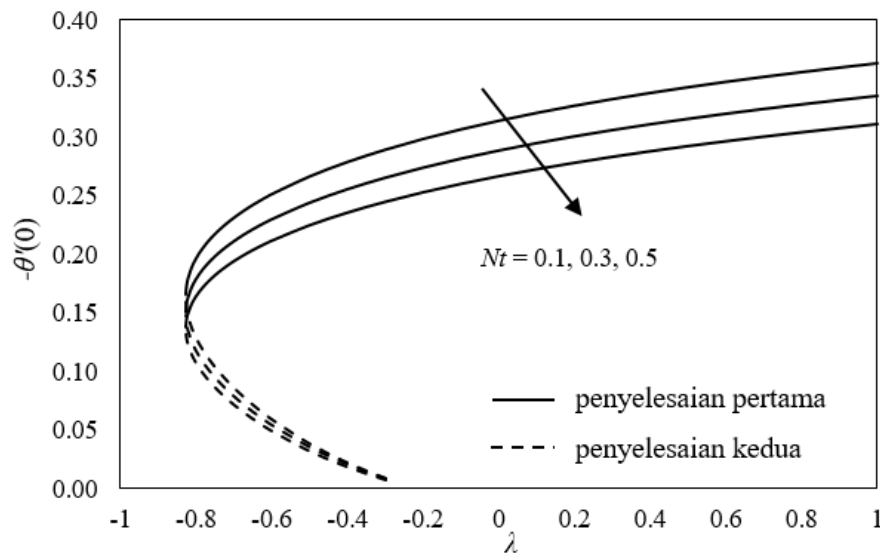
Rajah 4-32 Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nb apabila $\phi = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$, $Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air



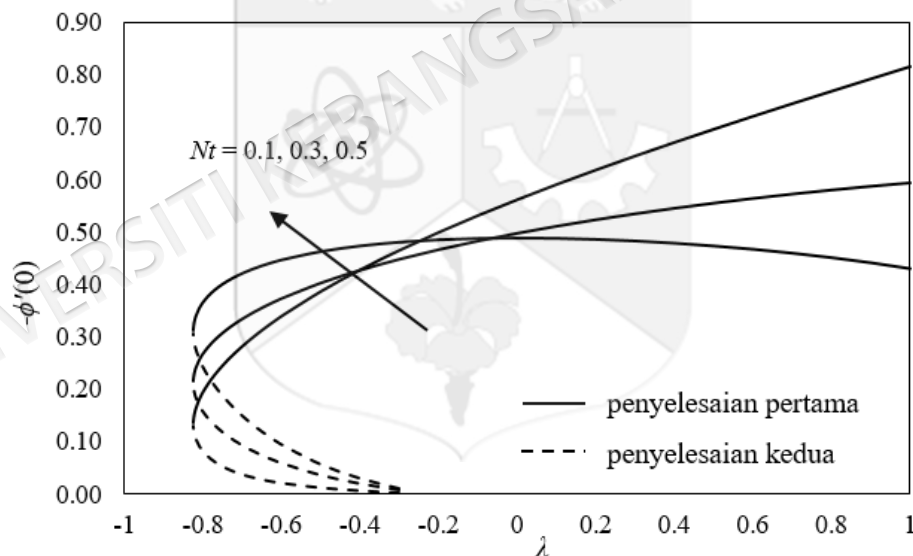
Rajah 4-33 Perubahan $-\phi'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nb apabila $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$, $Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air

f. Kesan Termoforesis terhadap Nisbah Halaju

Selanjutnya, Rajah 4.34 menunjukkan perubahan nombor Nusselt setempat terhadap λ untuk beberapa nilai parameter termoforesis Nt bagi nanobendalir SWCNT-air. Dalam rajah ini, didapati peningkatan nilai Nt telah mengurangkan nilai $-\theta'(0)$. Ini menyebabkan kecerunan suhu pada permukaan berkurangan dan seterusnya mengurangkan kadar pemindahan haba. Rajah 4.35 pula menunjukkan perubahan nombor Sherwood setempat terhadap λ untuk beberapa nilai parameter Nt . Didapati dalam rantau menentang, peningkatan nilai parameter Nt didapati telah meningkatkan nilai $-\phi'(0)$. Disebabkan peningkatan nilai dalam parameter termoforesis, kepekatan nanozarah akan meningkat dan seterusnya kadar pemindahan jisim meningkat.



Rajah 4-34 Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nt apabila $\phi = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air



Rajah 4-35 Perubahan $-\phi'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nt apabila $\phi = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air

g. Perbandingan Nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air

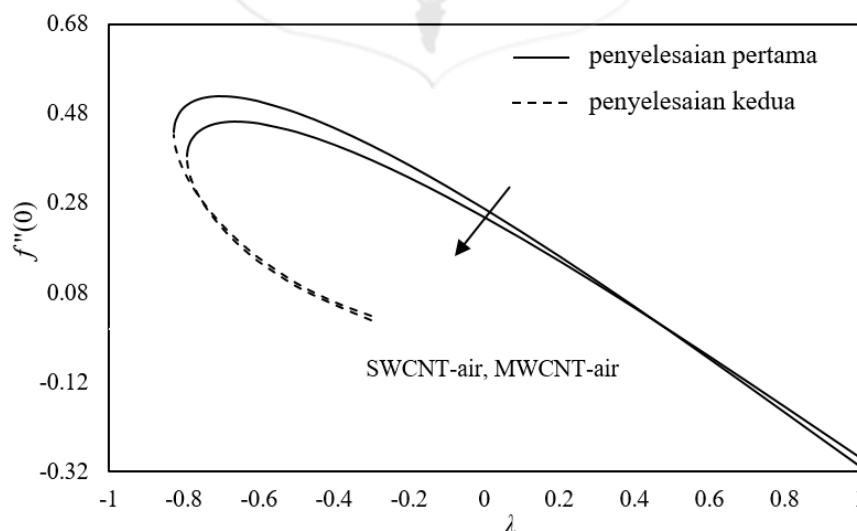
Perbandingan nilai pekali geseran setempat $f''(0)$ terhadap parameter λ antara nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air ditunjukkan dalam Rajah 4.36 daripada rajah ini, didapati SWCNT-air mempunyai nilai $f''(0)$ yang lebih tinggi berbanding MWCNT-air. Ini adalah kerana SWCNT mempunyai kepadatan (ketumpatan) zarah

yang lebih tinggi daripada MWCNT (rujuk Jadual 4.1). Oleh yang demikian, aliran bendalir menjadi semakin cepat dan seterusnya meningkatkan tegasan ricih permukaan.

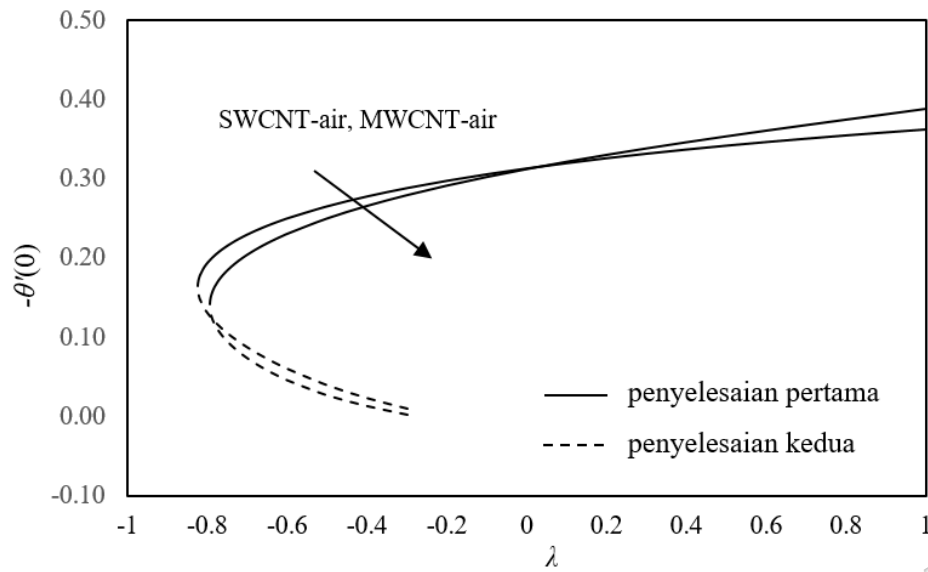
Perubahan nombor Nusselt setempat ditunjukkan dalam Rajah 4.37. Berdasarkan rajah, SWCNT-air mempunyai nilai $-\theta'(0)$ yang lebih tinggi berbanding MWCNT-air. Ini kerana kekonduksian terma SWCNT lebih tinggi berbanding MWCNT (rujuk Jadual 4.1). Disebabkan sifat ini, kadar pemindahan haba berlaku pada kadar yang lebih tinggi bagi SWCNT berbanding MWCNT. Keputusan ini mencadangkan nanobendalir SWCNT-air mempunyai kadar pemindahan haba yang lebih baik daripada MWCNT-air.

Seterusnya, perubahan nombor Sherwood setempat $-\phi'(0)$ terhadap parameter λ antara nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air ditunjukkan dalam Rajah 4.38. Bagi setiap nilai λ , SWCNT-air mempunyai nilai $-\phi'(0)$ yang lebih tinggi berbanding MWCNT-air. Ini adalah kerana SWCNT-air mempunyai kadar pemindahan jisim yang lebih baik daripada MWCNT-air.

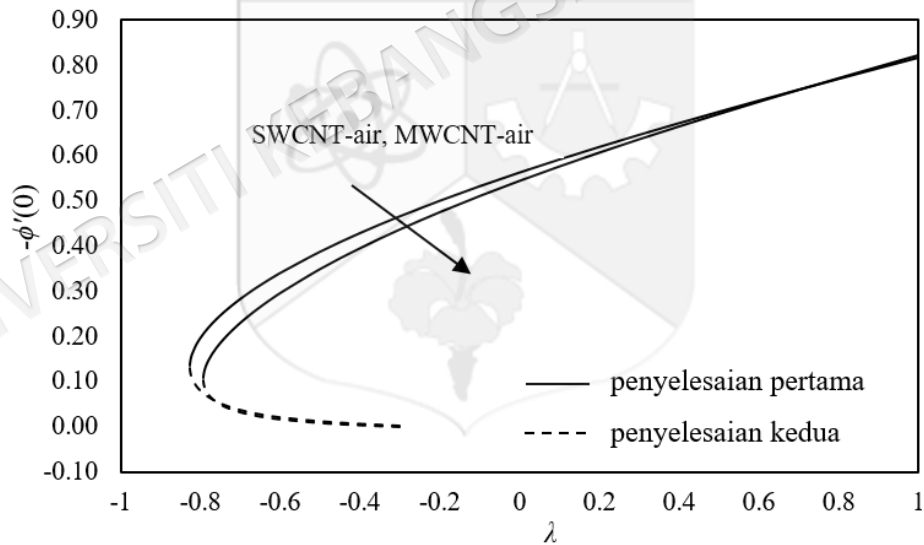
Selain itu, berdasarkan Rajah 4.36 – 4.38, nilai λ_c bagi SWCNT-air dan MWCNT-air masing-masing ialah -0.8519 dan -0.7927. Dengan itu, SWCNT-air melambatkan pemisahan lapisan sempadan dan memberikan julat penyelesaian yang lebih baik berbanding MWCNT-air.



Rajah 4-36 Perubahan $f''(0)$ terhadap λ bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air apabila $\phi = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$



Rajah 4-37 Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air apabila $\phi = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$

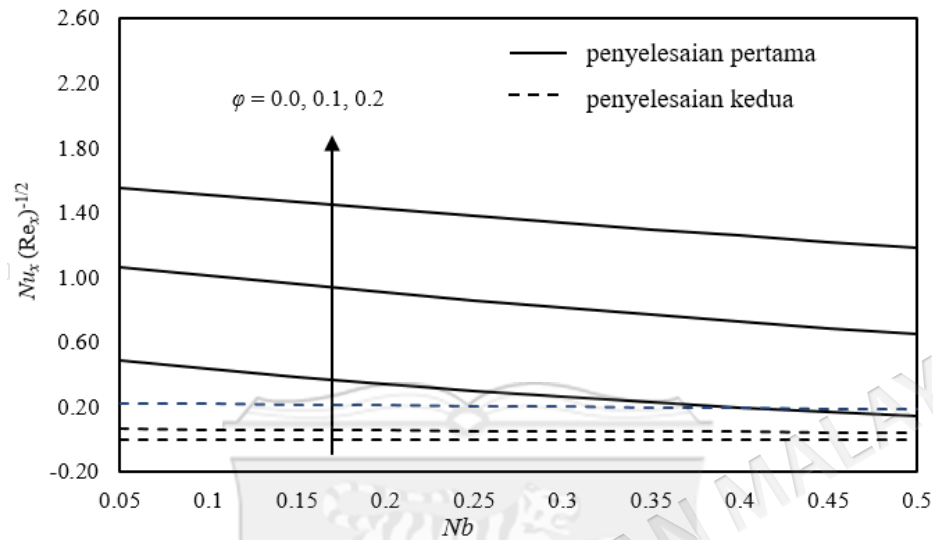


Rajah 4-38 Perubahan $-\phi'(0)$ terhadap λ bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air apabila $\phi = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$

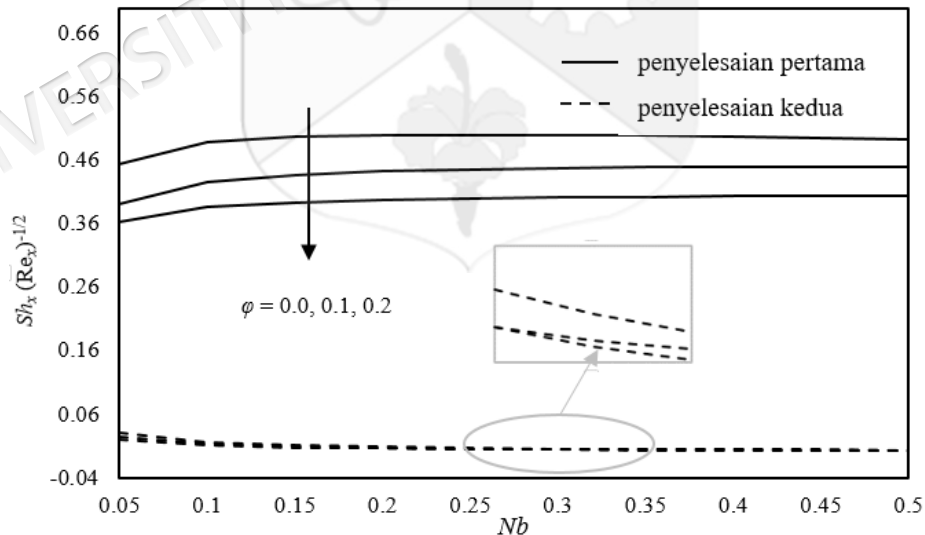
h. Kesan Gerakan Brown dan Termoforesis dalam Rantau Menentang

Seterusnya, Rajah 4.39 dan Rajah 4.40 masing-masing menunjukkan perubahan $Nu_x(Re_x)^{-1/2}$ dan $Sh_x(Re_x)^{-1/2}$ terhadap Nb untuk beberapa nilai ϕ dalam rantau aliran menentang ($\lambda = -0.5$). Berdasarkan rajah-rajah tersebut, didapati nilai Nb meningkat

nilai $Nu_x(Re_x)^{-1/2}$ menurun secara signifikan, manakala nilai $Sh_x(Re_x)^{-1/2}$ berkadar secara malar. Selanjutnya, dengan peningkatan nilai ϕ , nilai $Nu_x(Re_x)^{-1/2}$ meningkat namun nilai $Sh_x(Re_x)^{-1/2}$ didapati berkurangan.



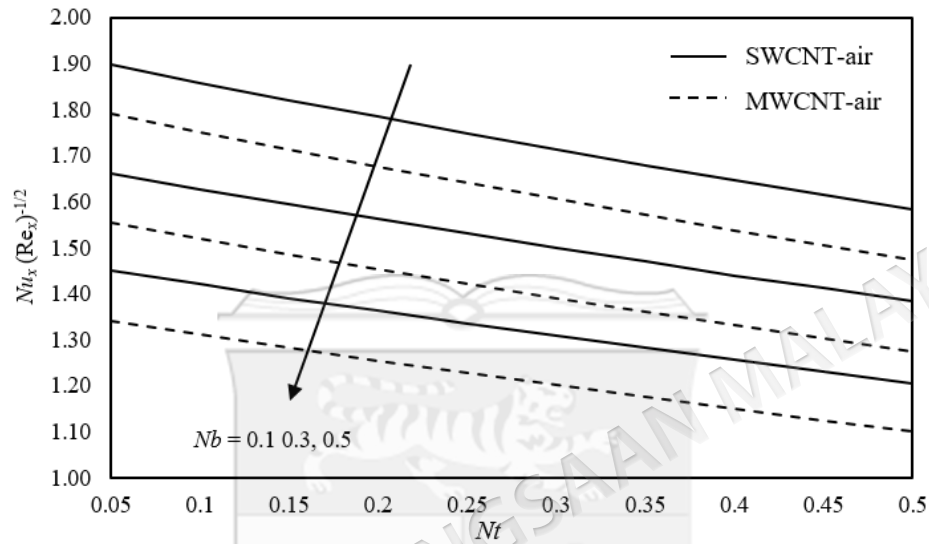
Rajah 4-39 Perubahan $Nu_x(Re_x)^{-1/2}$ terhadap Nb bagi nanobendalir SWCNT-air apabila $\lambda = -0.5$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$



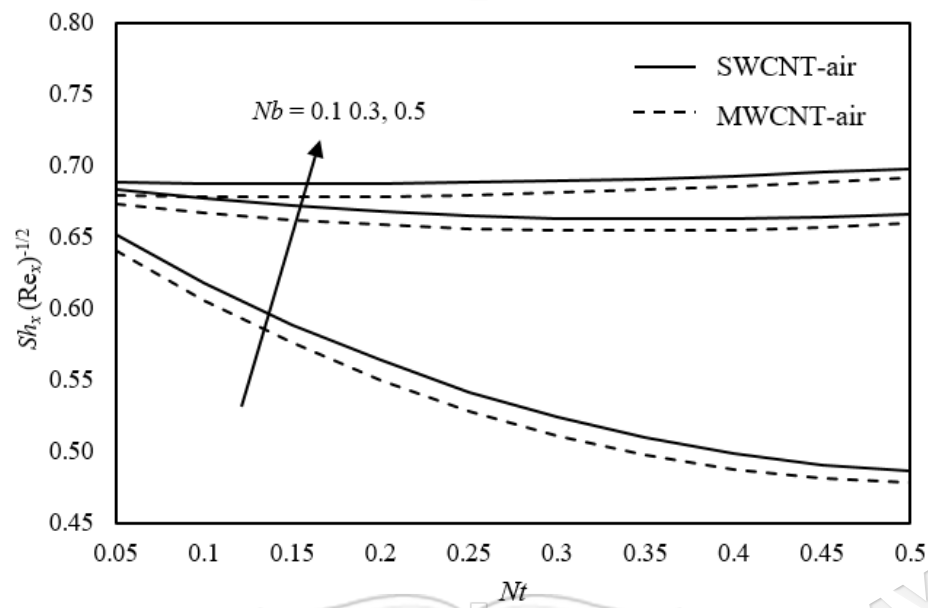
Rajah 4-40 Perubahan $Sh_x(Re_x)^{-1/2}$ terhadap Nb bagi nanobendalir SWCNT-air apabila $\lambda = -0.5$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$

Rajah 4.41 dan 4.42 masing-masing menunjukkan perubahan $Nu_x(Re_x)^{-1/2}$ dan $Sh_x(Re_x)^{-1/2}$ terhadap Nt untuk beberapa nilai Nb dalam rantau aliran menentang bagi

nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air. daripada rajah-rajah tersebut, apabila nilai Nt meningkat nilai $Nu_x(Re_x)^{-1/2}$ akan menurun secara linear. Seterusnya, dengan peningkatan nilai parameter Nb , nilai $Nu_x(Re_x)^{-1/2}$ akan berkurang manakala nilai $Sh_x(Re_x)^{-1/2}$ pula meningkat. Selain itu, daripada rajah-rajah tersebut, didapati SWCNT-air mempunyai nilai $Nu_x(Re_x)^{-1/2}$ dan $Sh_x(Re_x)^{-1/2}$ lebih tinggi berbanding MWCNT-air.



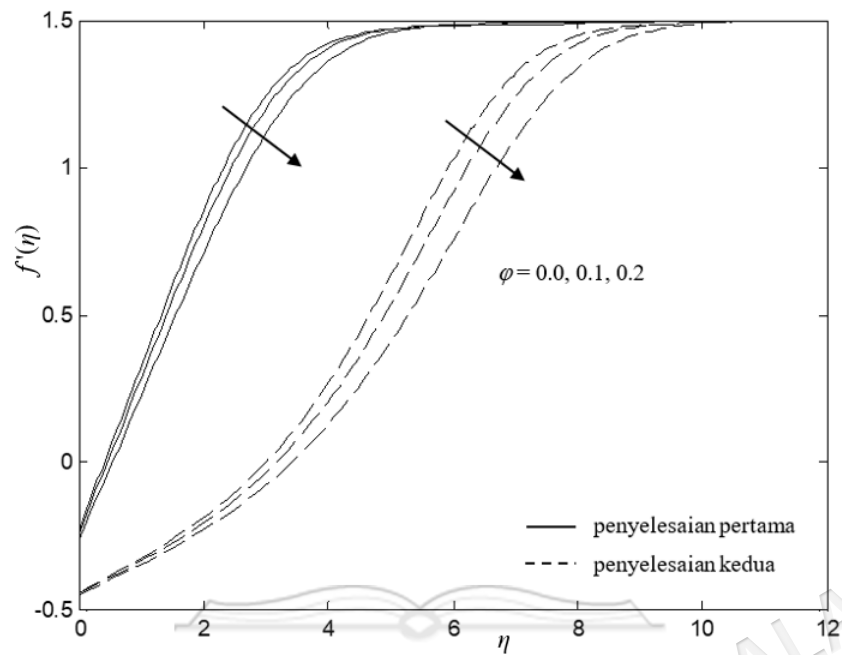
Rajah 4-41 Perubahan $Nu_x(Re_x)^{-1/2}$ terhadap Nt bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air apabila apabila $\lambda = -0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$



Rajah 4-42 Perubahan $Sh_x(Re_x)^{-1/2}$ terhadap Nt bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air apabila apabila $\lambda = -0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$

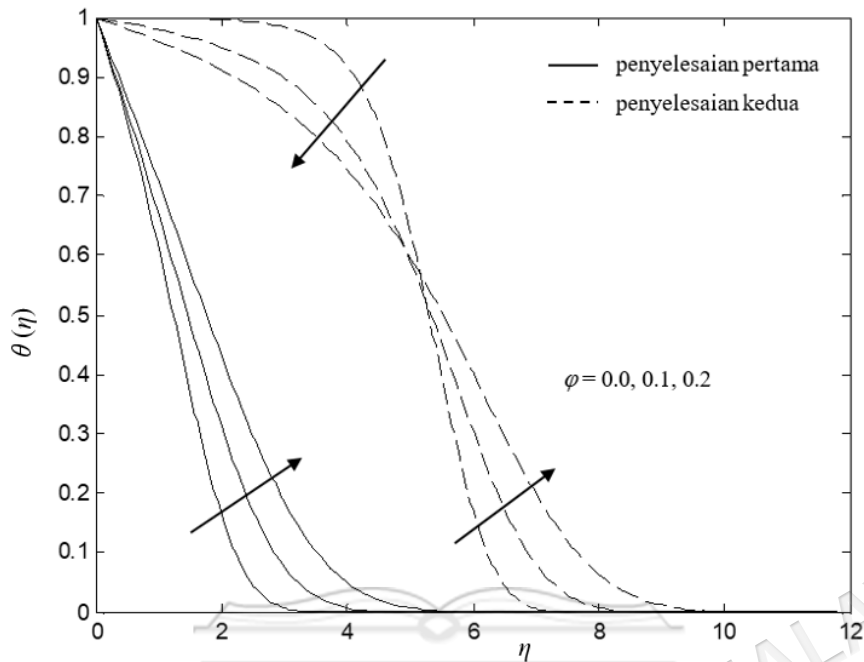
i. Profil Halaju, Suhu dan Kepekatan

Profil halaju $f'(\eta)$, profil suhu $\theta(\eta)$ dan profil kepekatan $\phi(\eta)$ untuk beberapa nilai parameter isi padu nanozarah ϕ dalam rantau aliran menentang ($\lambda = -0.5$) bagi nanobendalir SWCNT-air masing-masing ditunjukkan dalam Rajah 4.43 – 4.45. Berdasarkan Rajah 4.21 – 4.23, penyelesaian dual wujud dalam rantau aliran menentang ($\lambda < 0$) dan ini dapat dilihat pada profil halaju, profil suhu dan profil kepekatan nanozarah dalam Rajah 4.43 – 4.45. Profil halaju didapati menurun dengan peningkatan nilai parameter ϕ . Turut dapat diperhatikan dalam Rajah 4.43, ketebalan lapisan sempadan momentum meningkat dengan peningkatan nilai ϕ . Ini memberi kesan kepada kecerunan halaju yang mana kecerunan halaju aliran bendalir akan berkurangan dan seterusnya menyebabkan aliran bendalir menjadi perlahan. Implikasinya, tegasan ricih permukaan akan berkurangan. Keputusan ini konsisten dengan Rajah 4.21, yang mana nilai $f''(0)$ menurun dengan peningkatan nilai ϕ pada $\lambda = -0.5$.



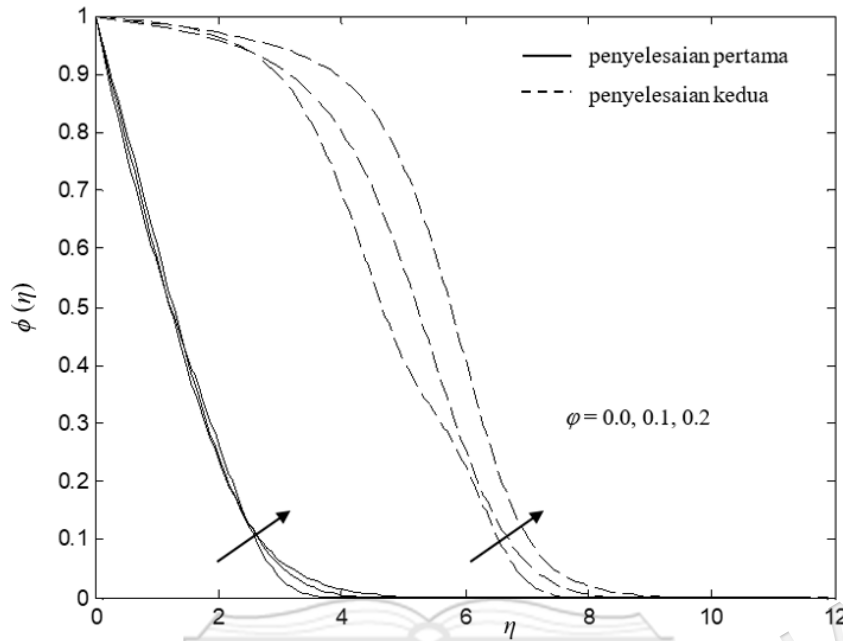
Rajah 4-43 Profil halaju $f'(\eta)$ untuk beberapa nilai ϕ apabila $\lambda = -0.5$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nt$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air

Rajah 4.44 pula menunjukkan profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai ϕ . Berdasarkan rajah, profil suhu dan ketebalan lapisan sempadan terma meningkat dengan peningkatan nilai ϕ , dan ini menyebabkan kecerunan suhu pada permukaan menurun. Implikasinya, fluks haba pada permukaan menurun dan keputusan ini konsisten dengan keputusan dalam Rajah 5.3, yang mana nilai $-\theta'(0)$ berkurang apabila nilai ϕ meningkat pada $\lambda = -0.5$.



Rajah 4-44 Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai ϕ apabila $\lambda = -0.5$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1 = Nr$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air

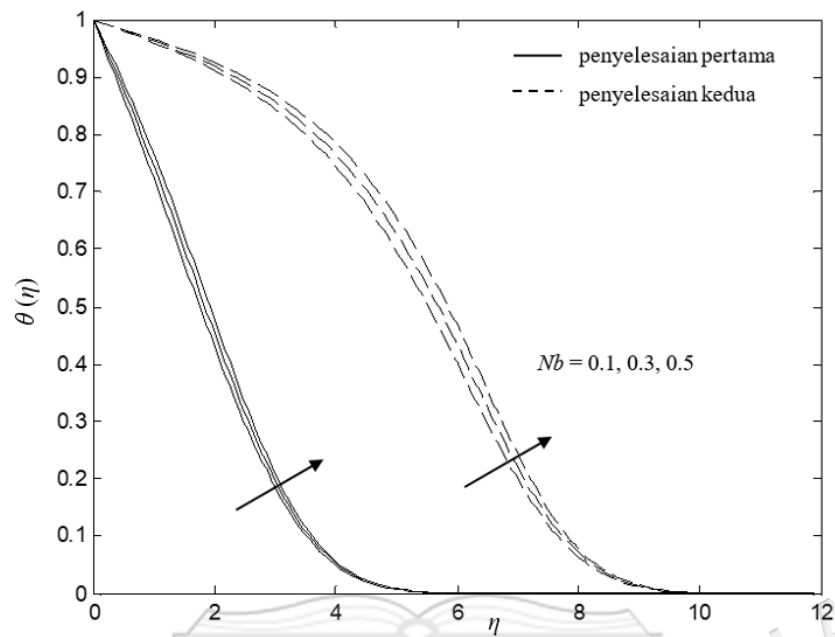
Selanjutnya, Rajah 4.45 menunjukkan profil kepekatan $\phi(\eta)$ untuk beberapa nilai ϕ . Rajah menunjukkan profil kepekatan nanozarah dan lapisan sempadan kepekatan meningkat apabila nilai ϕ meningkat. Ini akan meningkatkan kecerunan kepekatan pada permukaan dan menyebabkan fluks jisim pada permukaan menurun. Keputusan ini konsisten dengan keputusan pada Rajah 4.23 yang mana nilai $-\phi'(0)$ berkurang dengan peningkatan nilai ϕ pada $\lambda = -0.5$.



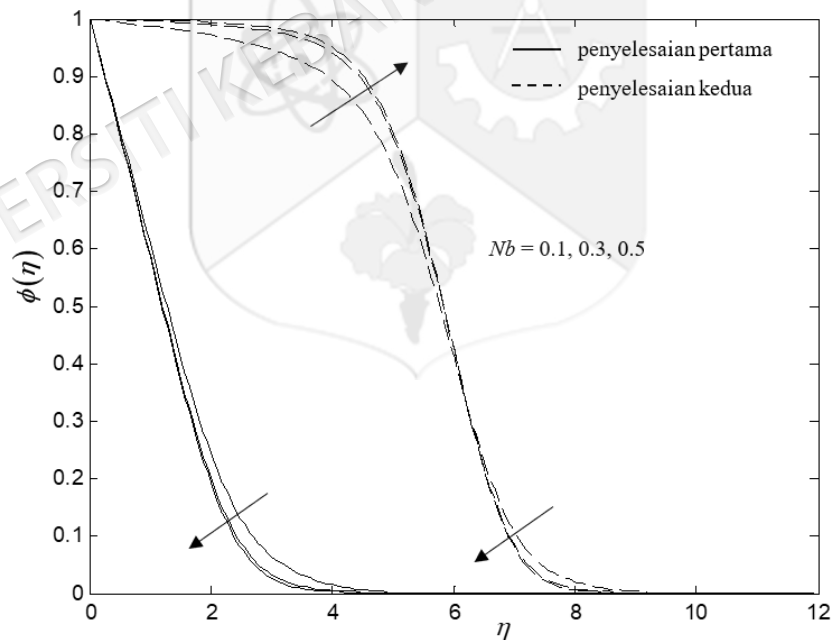
Rajah 4-45 Profil kepekatan nanozarah $\phi(\eta)$ untuk beberapa nilai ϕ apabila $\lambda = -0.5$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$, $\sigma = 0.5$, $Nb = 0.1$, $Nt = 1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air

Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai Nb bagi nanobendalir SWCNT-air dalam rantau menentang $\lambda = -0.5$ ditunjukkan dalam Rajah 4.46. Berdasarkan rajah, profil suhu dan lapisan sempadan terma meningkat dengan peningkatan nilai Nb , manakala kecerunan suhu pada permukaan berkurang. Implikasinya, fluks haba permukaan akan menurun dan keputusan ini didapati tidak bercanggah dengan keputusan dalam Rajah 4.32; nilai $-\theta'(0)$ berkurang apabila nilai Nb meningkat pada $\lambda = -0.5$.

Selanjutnya, profil kepekatan $\phi(\eta)$ bagi nanobendalir SWCNT-air untuk beberapa nilai Nb dalam rantau menentang pada $\lambda = -0.5$ dapat dilihat dalam Rajah 4.47. Daripada rajah itu, didapati profil kepekatan dan lapisan sempadan kepekatan menurun dengan peningkatan nilai Nb . Selain itu, didapati kecerunan jisim pada permukaan meningkat, sekaligus menyebabkan fluks jisim permukaan meningkat. Keputusan ini didapati konsisten dengan keputusan yang diperoleh dalam Rajah 4.33 nilai $-\phi'(0)$ meningkat dengan peningkatan nilai Nb dalam rantau menentang.



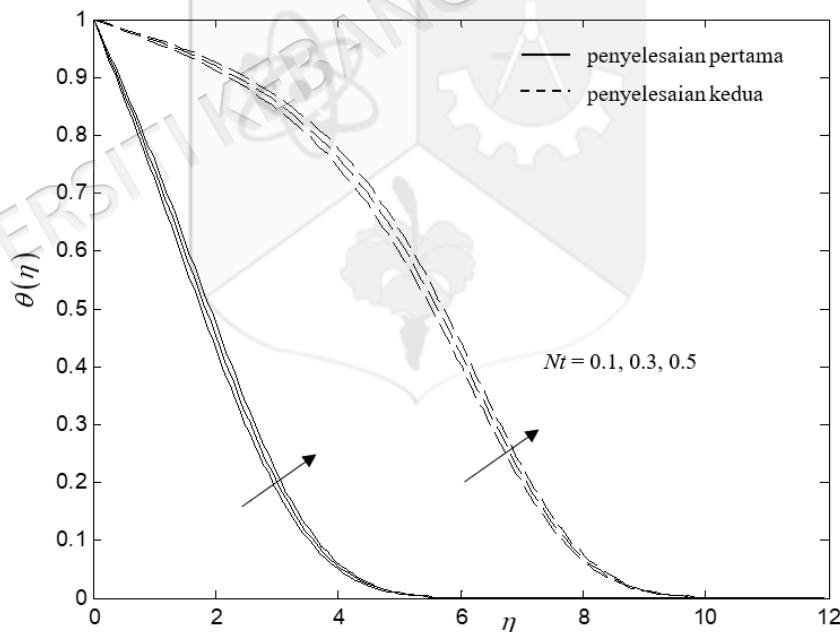
Rajah 4-46 Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai Nb apabila $\lambda = -0.5$, $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$, $Nr = 0.3$, $Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air



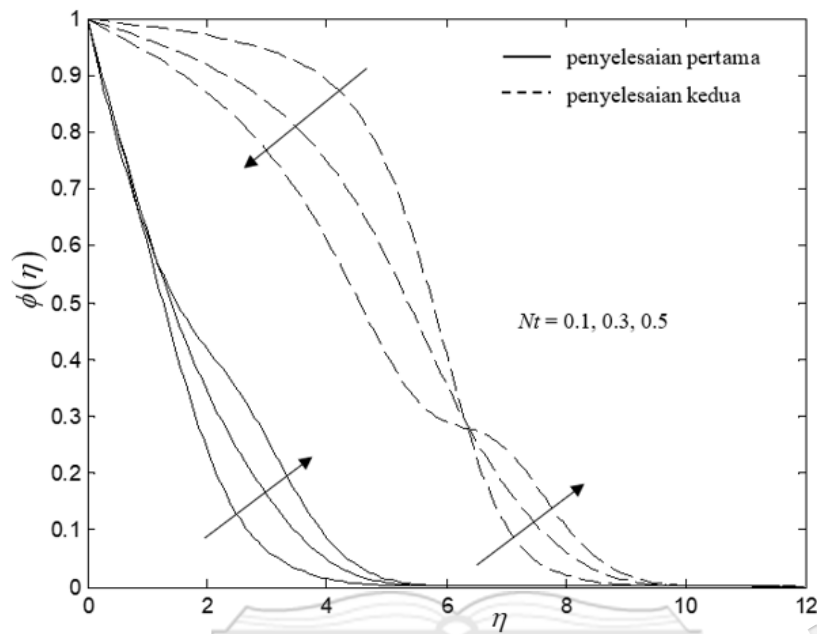
Rajah 4-47 Profil kepekatan $\phi(\eta)$ untuk beberapa nilai Nb apabila $\lambda = -0.5$, $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$, $Nr = 0.3$, $Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air

Seterusnya, profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai Nt bagi nanobendalir SWCNT-air pada $\lambda = -0.5$ ditunjukkan dalam Rajah 4.48. Dapat diperhatikan, profil suhu dan lapisan sempadan terma meningkat apabila nilai Nt meningkat. Manakala, kecerunan suhu pada permukaan didapati berkurang dan ini mengakibatkan fluks haba permukaan menurun. Keputusan ini didapati selaras dengan keputusan dalam Rajah 4.34; nilai $-\theta'(0)$ berkurang dengan peningkatan nilai Nt pada $\lambda = -0.5$.

Seterusnya, profil kepekatan $\phi(\eta)$ untuk beberapa nilai Nt bagi nanobendalir SWCNT-air dalam rantau menentang pada $\lambda = -0.5$ ditunjukkan dalam Rajah 4.49. Berdasarkan rajah tersebut, profil kepekatan dan lapisan sempadan kepekatan didapati meningkat. Manakala, kecerunan jisim pada permukaan didapati berkurang. Dengan itu, fluks jisim permukaan akan menurun dan keputusan ini konsisten dengan keputusan yang diperoleh dalam Rajah 4.35; nilai $-\phi'(0)$ berkurang apabila nilai Nt meningkat pada $\lambda = -0.5$.



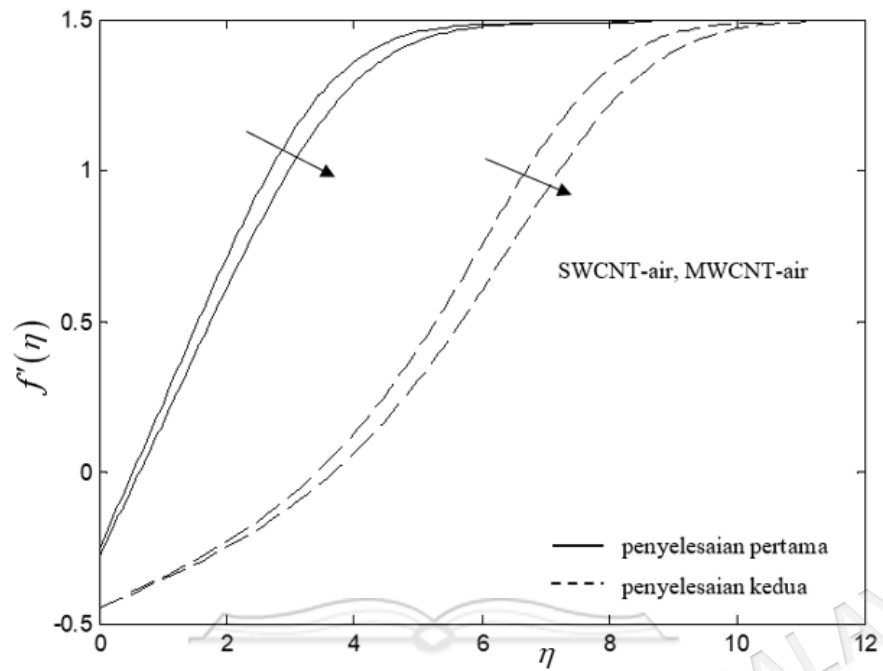
Rajah 4-48 Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai Nt apabila $\lambda = -0.5$, $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$, $Nr = 0.3$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air



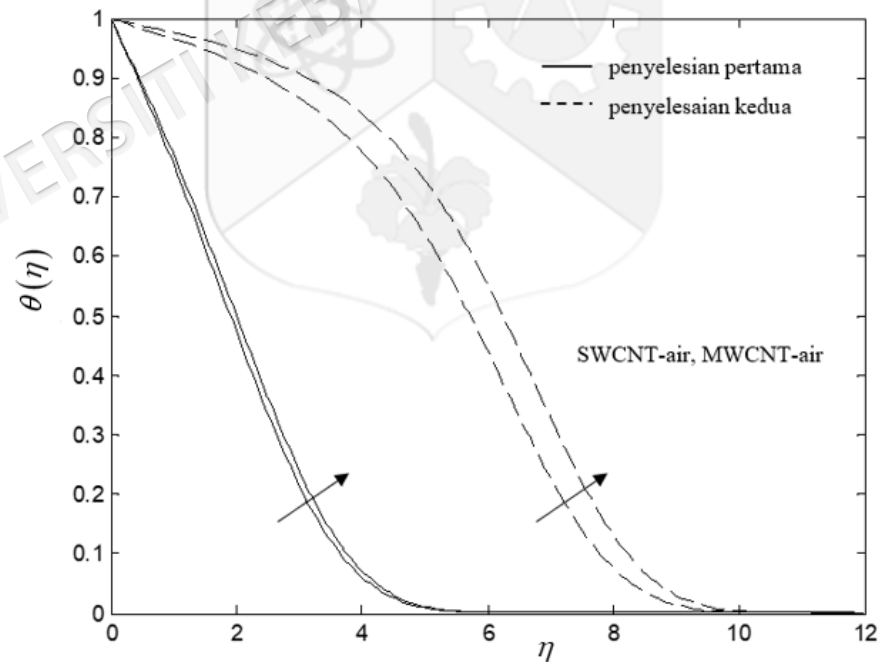
Rajah 4-49 Profil kepekatan $\phi'(\eta)$ untuk beberapa nilai Nr apabila $\lambda = -0.5$, $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$, $Nr = 0.3$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir SWCNT-air

Perbandingan profil halaju $f'(\eta)$, profil suhu $\theta(\eta)$ dan profil kepekatan $\phi(\eta)$ antara nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air diberikan dalam Rajah 4.50 dan 4.51. Rajah 4.50 menunjukkan profil halaju bagi SWCNT-air didapati lebih tinggi berbanding dengan MWCNT-air. Daripada rajah ini juga dapat diperhatikan lapisan sempadan momentum bagi SWCNT-air lebih nipis berbanding dengan MWCNT-air. Dengan itu, kecerunan halaju aliran bendalir bagi SWCNT-air lebih tinggi daripada MWCNT-air. Maka, aliran bendalir bagi SWCNT-air lebih cepat berbanding MWCNT-air. Dengan itu, tegasan ricih permukaan bagi SWCNT-air lebih tinggi berbanding MWCNT-air dan keputusan ini turut disokong dengan Rajah 4.36; nilai pekali geseran kulit setempat bagi SWCNT-air adalah lebih tinggi berbanding dengan MWCNT-air.

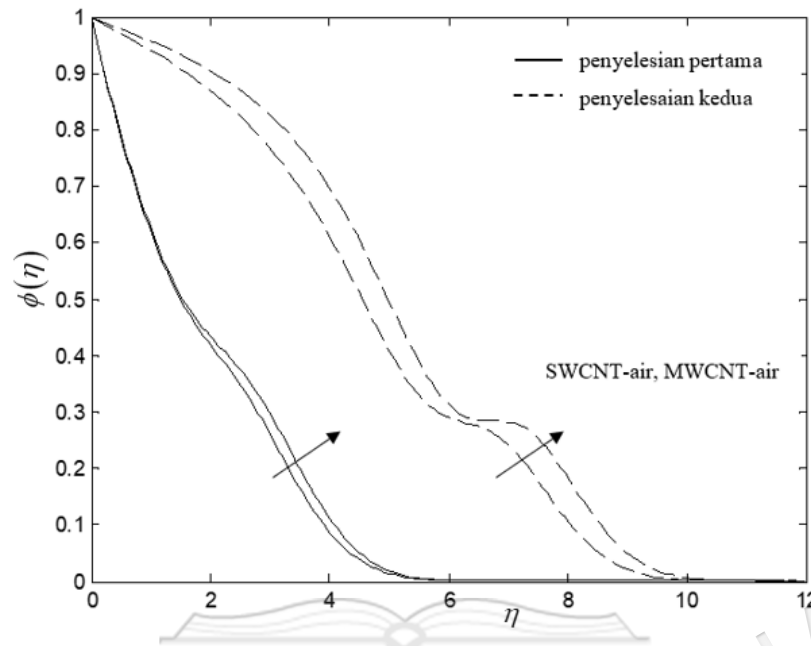
Selanjutnya, profil suhu bagi SWCNT-air didapati lebih tinggi berbanding dengan MWCNT-air seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 4.51. Dapat dilihat daripada rajah ini, ketebalan lapisan sempadan terma bagi SWCNT-air lebih nipis berbanding MWCNT-air. Malah, kecerunan suhu pada permukaan bagi SWCNT-air juga lebih tinggi. Dengan itu, fluks haba bagi SWCNT-air lebih tinggi daripada MWCNT-air dan keputusan ini turut disokong dengan keputusan dalam Rajah 4.37, iaitu nombor Nusselt setempat bagi SWCNT-air yang tinggi berbanding MWCNT-air.



Rajah 4-50 Profil halaju $f'(\eta)$ bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air apabila $\lambda = -0.5$, $\phi = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$, $Nr = 0.3$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$



Rajah 4-51 Profil suhu $\theta(\eta)$ bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air apabila $\lambda = -0.5$, $\phi = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$, $Nr = 0.3$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$



Rajah 4-52 Profil kepekatan $\phi(\eta)$ bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air apabila $\lambda = -0.5$, $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$, $Nr = 0.3$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$

Seterusnya, berdasarkan profil kepekatan dalam Rajah 4.52, didapati profil kepekatan bagi SWCNT-air lebih tinggi berbanding MWCNT-air. Malah, lapisan sempadan kepekatan bagi SWCNT-air turut dilihat lebih nipis berbanding MWCNT-air. Dengan itu, kecerunan jisim pada permukaan bagi SWCNT-air adalah lebih tinggi. Oleh itu, fluks jisim bagi SWCNT-air lebih tinggi daripada MWCNT-air. Keputusan ini didapati tidak bercanggah dengan keputusan dalam Rajah 4.38; nombor Sherwood setempat bagi SWCNT-air lebih tinggi berbanding MWCNT-air.

Daripada Rajah 4.44 – 4.52, kesemua profil halaju, suhu dan kepekatan bagi penyelesaian pertama dan kedua didapati memenuhi syarat sempadan (3.64) dan profil-profil ini turut menyokong kewujudan penyelesaian dual dalam Rajah 4.21 – 4.42.

4.4 KESIMPULAN

Dapat disimpulkan dalam bab ini, berdasarkan daripada 4.2 dan 4.3, didapati:

- i) Peningkatan nilai parameter-parameter menakluk dalam nanobendalir mono mengurangkan pekali geseran kulit dan nombor Nusselt setempat. Ketebalan

lapisan sempadan momentum dan terma dalam profil halaju dan suhu turut meningkat.

- ii) Peningkatan nilai gerakan Brown berupaya meningkatkan kadar pemindahan jisim pada permukaan plat, manakala peningkatan nilai termoforesis mengurangkan kadar pemindahan haba dan jisim pada permukaan plat.

Selain daripada itu, didapati model aliran bersama lebih baik dalam mengkaji aliran magnetohidrodinamik dan pemindahan haba dalam nanobendalir mono. Ini adalah kerana, model aliran bersama turut menerangkan kesan parameter-parameter menakluk seperti pecahan isi padu nanozarah, gerakan Brown dan termoforesis. Manakala, model Tiwari dan Das hanya menerangkan kesan parameter pecahan isi padu nanozarah sahaja.



BAB V

KESAN MAGNETOHIDRODINAMIK PADA ALIRAN DUA MATRA DENGAN KEHADIRAN RADIASI TERMA DALAM NANOENDALIR HIBRID

5.1 PENGENALAN

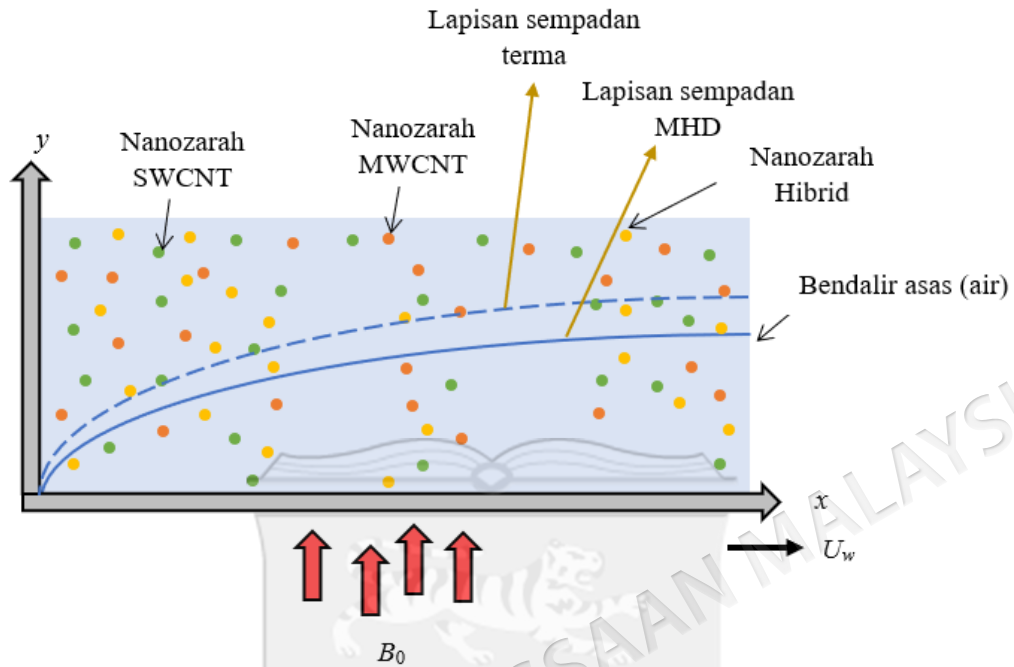
Bab 5 adalah kajian ke atas aliran lapisan sempadan kesan medan magnet dan radiasi terma dalam nanotub karbon merentasi plat bergerak dengan mengambil kira kesan gelinciran dalam nanobendalir hibrid. Dalam Bahagian 5.2, kesan parameter-parameter menakluk menggunakan model matematik nanobendalir Tiwari dan Das ke atas aliran nanobendalir hibrid dua matra dibincangkan. Manakala Bahagian 5.3 pula membincangkan kesan gerakan Brown dan termoforesis ke atas aliran nanobendalir hibrid menggunakan model aliran bersama. Analisis berangka, hasil dapatan dan perbincangan akan dibentangkan dalam bentuk jadual dan rajah.

5.2 KESAN MHD KE ATAS ALIRAN NANOENDALIR HIBRID

Pertimbangkan aliran bendalir dua matra, magnetohidrodinamik, mantap dan tak mampat merentasi plat bergerak. Diandaikan bahawa halaju permukaan plat dalam arah paksi- x ialah U_w dan terdapat halaju aliran bebas U_∞ yang mengalir di sepanjang permukaan plat. Seterusnya, plat dikekalkan pada suhu seragam T_w manakala suhu aliran bebas adalah T_∞ . Fluks radiasi haba q_r diandaikan bertindak daripada arah positif paksi- y . Manakala, fluks radiasi haba dalam arah paksi- x diabaikan.

Dalam kajian ini, nanobendalir hibrid diperoleh dengan mempertimbangkan campuran MWCNT ke dalam SWCNT-air. Pertama sekali, sebanyak 0.2 isi padu nanozarah SWCNT ϕ_1 diserakkan ke dalam air untuk memperoleh SWCNT/air. Kemudian, nanozarah MWCNT ϕ_2 daripada pecahan yang berbeza diserakkan ke dalam campuran nanobendalir untuk mencapai campuran homogen nanobendalir hibrid

SWCNT-MWCNT/air. Model fizikal untuk permasalahan nanobendalir hibrid ditunjukkan dalam Rajah 5.1.



Rajah 5-1 Model fizikal bagi nanobendalir SWCNT-MWCNT/air

5.2.1 Formulasi Masalah

Menggunakan andaian-andaian di atas, persamaan keselanjaran adalah seperti dalam persamaan (3.9), persamaan momentum dan persamaan tenaga dinyatakan seperti berikut:

Persamaan momentum:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\mu_{hnf}}{\rho_{hnf}} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\sigma_f B_0^2}{\rho_{hnf}} u, \quad \dots(5.1)$$

Persamaan tenaga:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k_{hnf}}{(\rho C_p)_{hnf}} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \frac{1}{(\rho C_p)_{hnf}} \frac{\partial q_r}{\partial y}. \quad \dots(5.2)$$

tertakluk kepada syarat sempadan (3.38) Menggunakan pendekatan Rosseland untuk radiasi termal, persamaan tenaga (5.2) dipermudahkan seperti berikut:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k_{hnf}}{(\rho C_p)_{hnf}} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{16\sigma^*}{3k^* (\rho C_p)_{hnf}} \left(T_\infty^3 \frac{\partial T}{\partial y} \right). \quad \dots(5.3)$$

Terdapat pekali-peka penting dalam pengukuran sifat termofizikal sesuatu nanobendalir. Menurut Abu-Nada (2008), pekali-peka tersebut hanya terhad kepada nanozarah-nanozarah yang berbentuk sfera. Sifat termofizikal seperti ketumpatan nanobendalir hibrid ρ_{hnf} , kelikatan dinamik nanobendalir hibrid μ_{hnf} , pekali resapan termal nanobendalir hibrid α_{hnf} , pekali muatan haba nanobendalir hibrid $(\rho C_p)_{hnf}$, dan pekali kekonduksian termal nanobendalir hibrid k_{hnf} dinyatakan dalam persamaan seperti berikut (Devi & Devi 2017; Hayat et al. 2020):

Pekali ketumpatan nanobendalir hibrid:

$$\rho_{hnf} = \left\{ (1 - \varphi_2) \left[(1 - \varphi_1) (\rho C_p)_f + \varphi_1 \rho_{SWCNT} \right] \right\} + \varphi_2 \rho_{MWCNT}, \quad \dots(5.4)$$

dengan φ_1 ialah pecahan isi padu nanozarah SWCNT dan φ_2 ialah pecahan isi padu nanozarah MWCNT.

Model kelikatan nanobendalir hibrid:

$$\mu_{hnf} = \frac{\mu_f}{(1 - \varphi_1)^{2.5} (1 - \varphi_2)^{2.5}}. \quad \dots(5.5)$$

Seterusnya, dalam mengkaji potensi nanobendalir hibrid mengalirkan haba, pekali kekonduksian termal nanobendalir hibrid merupakan pekali yang penting untuk dipertimbangkan. Pekali tersebut diberikan seperti berikut:

$$\frac{k_{hnf}}{k_{nf}} = \frac{1 - \varphi_2 + 2\varphi_2 \left(\frac{k_{MWCNT}}{k_{MWCNT} - k_{nf}} \right) \ln \left(\frac{k_{MWCNT} + k_{nf}}{2k_{nf}} \right)}{1 - \varphi_2 + 2\varphi_2 \left(\frac{k_{nf}}{k_{MWCNT} - k_{nf}} \right) \ln \left(\frac{k_{MWCNT} + k_{nf}}{2k_{nf}} \right)} \quad \dots(5.6)$$

yang mana

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{1 - \varphi_1 + 2\varphi_1 \left(\frac{k_{SWCNT}}{k_{SWCNT} - k_f} \right) \ln \left(\frac{k_{SWCNT} + k_f}{2k_f} \right)}{1 - \varphi_1 + 2\varphi_1 \left(\frac{k_f}{k_{SWCNT} - k_{nf}} \right) \ln \left(\frac{k_{SWCNT} + k_f}{2k_f} \right)}. \quad \dots(5.7)$$

Berikutnya, pekali muatan haba nanobendalir hibrid dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$\begin{aligned} & (\rho C_p)_{hnf} \\ &= \left\{ (1 - \varphi_2) \left[(1 - \varphi_1) (\rho C_p)_f + \varphi_1 (\rho C_p)_{SWCNT} \right] \right\} + \varphi_2 (\rho C_p)_{MWCNT}, \end{aligned} \quad \dots(5.8)$$

dengan C_p ialah pekali haba tentu pada tekanan malar.

Seterusnya, Tiwari dan Das (2007) memperkenalkan pekali resapan terma nanobendalir dan disuaikan dengan model nanobendalir hibrid:

$$\alpha_{hnf} = \frac{k_{hnf}}{(\rho C_p)_{hnf}}, \quad \dots(5.9)$$

dengan sebutan k_{hnf} dan $(\rho C_p)_{hnf}$ masing-masing seperti dalam persamaan (5.7) dan (5.8). Di sini, subskrip hnf merujuk kepada nanobendalir hibrid, subskrip nf untuk nanobendalir, subskrip f untuk bendalir asas, subskrip $SWCNT$ untuk nanozarah nanotub karbon berdinding tunggal, manakala subskrip $MWCNT$ merujuk kepada nanozarah nanotub karbon berdinding pelbagai.

Dalam bab ini, penjelmaan keserupaan (3.70) digunakan untuk memperoleh persamaan keserupaan (persamaan pembezaan biasa). Dengan bantuan penjelmaan keserupaan ini, persamaan pembezaan biasa tidak linear diperoleh sebagai:

$$f''' + \frac{1}{2} \varepsilon_1 \varepsilon_2 f f'' - \varepsilon_1 M f' = 0, \quad \dots(5.10)$$

$$\frac{1}{\text{Pr} C_1} \left[K + \frac{4}{3} Nr \right] \theta'' + \frac{1}{2} f \theta' = 0, \quad \dots(5.11)$$

tertakluk kepada syarat sempadan

$$\begin{aligned} f(0) &= 0, \quad f'(0) = \lambda + \sigma f''(0), \quad \theta(0) = 1, \\ f'(\eta) &\rightarrow 1 - \lambda, \quad \theta(\eta) \rightarrow 0 \quad \text{apabila } \eta \rightarrow \infty \end{aligned} \quad \dots(5.12)$$

Selain itu, M ialah parameter kesan magnet, Nr ialah parameter radiasi terma, manakala $\varepsilon_1, \varepsilon_2, C_1$ dan K masing-masing adalah seperti berikut:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{(1 - \varphi_1)^{2.5} (1 - \varphi_2)^{2.5}}, \quad \dots(5.13)$$

$$\varepsilon_2 = (1 - \varphi_2) \left[(1 - \varphi_1) + \varphi_1 \frac{\rho_{SWCNT}}{\rho_f} \right] + \varphi_2 \frac{\rho_{MWCNT}}{\rho_f}, \quad \dots(5.14)$$

$$C_1 = \left\{ (1 - \varphi_2) \left[(1 - \varphi_1) + \varphi_1 \frac{(\rho C_p)_{SWCNT}}{(\rho C_p)_f} \right] \right\} + \varphi_2 \frac{(\rho C_p)_{MWCNT}}{(\rho C_p)_f}, \quad \dots(5.15)$$

dan

$$K = \frac{k_{hmf}}{k_f}. \quad \dots(5.16)$$

Seterusnya, kuantiti fizikal yang dikaji ialah pekali geseran kulit setempat, C_f , dan nombor Nusselt setempat, Nu_x didefinisikan dalam persamaan (3.57). Pekali tegasan ricih τ_w dan pekali fluks haba permukaan q_w ditakrifkan dalam persamaan berikut:

$$\tau_w = \mu_{hmf} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}, \quad q_w = -k_{hmf} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} + (q_r)_{y=0}. \quad \dots(5.17)$$

Dengan menggunakan persamaan (3.9) dan (5.17), berserta penjelmaan keserupaan (3.70), pekali geseran kulit setempat dan nombor Nusselt setempat diberikan seperti berikut:

$$C_f (\text{Re}_x)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{(1-\varphi_1)^{2.5} (1-\varphi_2)^{2.5}} f''(0), \quad \dots(5.18)$$

$$\text{Nu}_x (\text{Re}_x)^{-\frac{1}{2}} = - \left[K + \frac{4}{3} Nr \right] \theta'(0). \quad \dots(5.19)$$

5.2.2 Keputusan dan Perbincangan

Persamaan pembezaan biasa (5.10) dan (5.11) bagi aliran nanobendalir hibrid (SWCNT-MWCNT/air) dan pemindahan haba merentasi plat bergerak dianalisis menggunakan atur cara bvp4c dalam MATLAB. Parameter menakluk iaitu parameter nisbah halaju λ , parameter magnet M , parameter radiasi terma Nr , parameter gelinciran σ dan parameter pecahan isi padu zarah φ_1 dan φ_2 dipertimbangkan. Nilai parameter-parameter M , Nr dan σ diperoleh apabila penyelesaian dual menumpu dan memenuhi syarat sempadan.

Bagi model matematik nanobendalir hibrid dalam bab ini, nanotub karbon multidinding (MWCNT) diserakkan ke dalam bendalir yang mengandungi nanotub karbon dinding tunggal (SWCNT) dengan air sebagai bendalir asas. Pertama sekali, sebanyak 0.2 pecahan isi padu nanozarah SWCNT (φ_1) ditambahkan ke dalam air untuk memperoleh nanobendalir SWCNT/air. Kemudian, nanozarah MWCNT (φ_2) daripada pecahan yang berbeza ditambahkan ke dalam campuran nanobendalir untuk mencapai campuran homogen nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air (Nur Adilah Liyana et al. 2020; Waini et al. 2019b).

Pekali haba tentu C_p , ketumpatan ρ , dan pekali kekonduksian terma k adalah pemalar bagi sifat termofizikal yang digunakan dalam bvp4c. Untuk itu, Jadual 4.1 yang menunjukkan pemalar bagi sifat termofizikal untuk air, SWCNT dan MWCNT digunakan dalam bahagian ini. Nilai nombor Prandtl bagi bendalir asas iaitu air ialah $\text{Pr} = 6.2$.

Bagi model matematik nanobendalir hibrid dalam bab ini, nilai parameter pecahan isi padu nanozarah φ_1 dan φ_2 yang sesuai harus digunakan. Julat parameter φ_2 dipertimbangkan daripada 0 hingga 0.2 (Nur Syazana et al. 2018). Sekiranya nilai $\varphi_2 =$

0 digunakan, tiada penambahan nanozarah MWCNT dan hanya nanobendalir SWCNT-air dipertimbangkan dan tidak bersifat hibrid.

Seterusnya, Jadual 5.1 menunjukkan perbandingan untuk pekali geseran kulit dengan keputusan yang diperoleh daripada Anuar et al. (2009) dengan ketiadaan kesan magnet, kesan radiasi dan kesan gelincir halaju. Didapati daripada jadual tersebut, keputusan perbandingan adalah baik dan dijadikan sebagai penanda aras bahawa kaedah yang digunakan memberikan keputusan nilai berangka yang baik.

Jadual 5-1 Perbandingan nilai pekali geseran kulit setempat $f''(0)$ untuk beberapa nilai parameter λ apabila $\phi_2 = M = Nr = \sigma = 0$

Parameter nisbah halaju, λ	Anuar et al. (2009)	Keputusan kajian
-0.3	0.4339 [0.0367]	0.43387 [0.03673]
-0.2	0.4124 [0.0114]	0.41237 [0.0114]
-0.1	0.3774 [0.0010]	0.37739 [0.00105]
0	0.3321	0.33206
0.5	0	0.00000
1	-0.4438	-0.44375

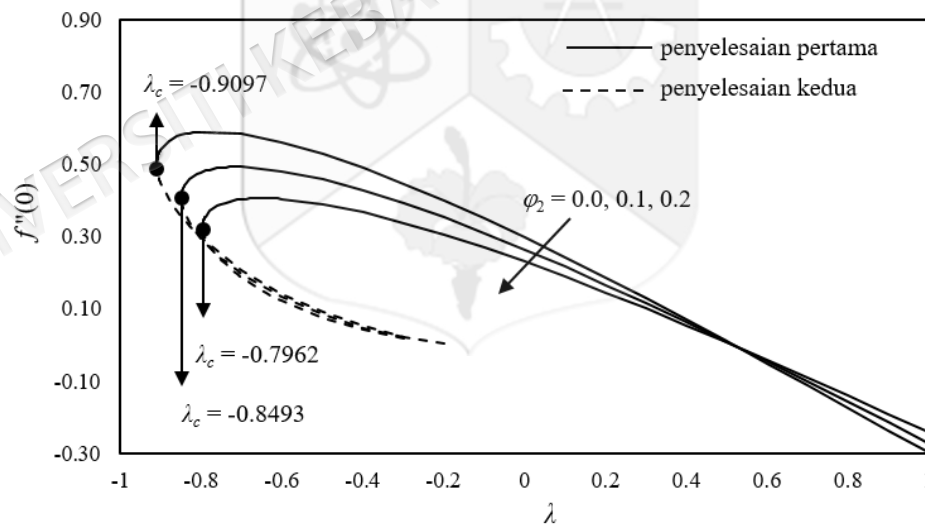
Nilai [] merupakan nilai bagi penyelesaian kedua

a. Penyelesaian Pertama dan Kedua

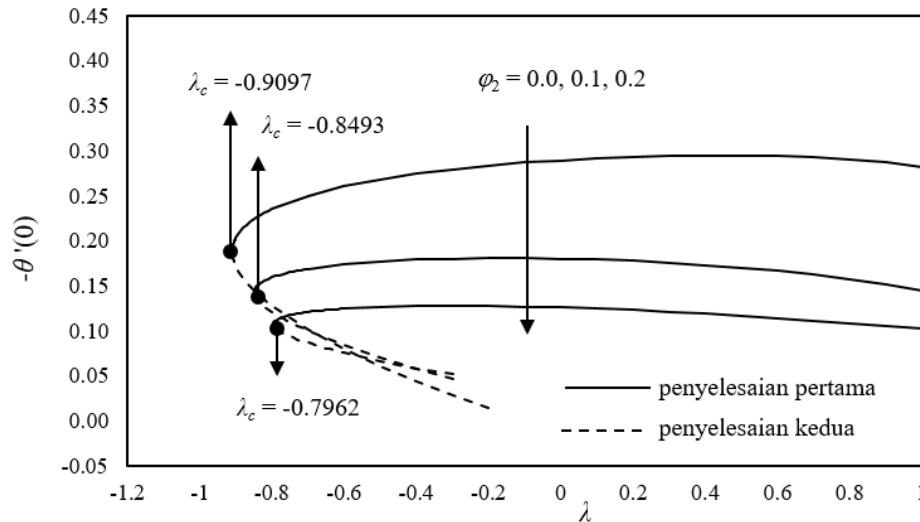
Perubahan pekali geseran kulit setempat $f''(0)$ dan Nusselt setempat $-\theta'(0)$ terhadap parameter nisbah halaju λ untuk beberapa nilai parameter pecahan isi padu MWCNT ditunjukkan dalam Rajah 5.2 – 5.8. Penyelesaian pertama didapati wujud dalam aliran membantu ($\lambda > 0$) manakala penyelesaian dual hanya wujud dalam aliran menentang ($\lambda < 0$). Seterusnya, dalam aliran menentang, penyelesaian dual didapati wujud dalam julat $\lambda > \lambda_c$ yang mana λ_c adalah nilai kritikal bagi parameter λ . Pada $\lambda = \lambda_c$, berlakunya percabangan penyelesaian dual, manakala apabila $\lambda < \lambda_c$, tiada penyelesaian diperoleh. Secara fizikal, pemisahan lapisan sempadan daripada permukaan terjadi pada $\lambda = \lambda_c$.

b. Kesan Isi Padu Nanozarah MWCNT

Berdasarkan Rajah 5.2 dan 5.3, nilai kritikal didapati semakin kecil apabila pecahan isi padu MWCNT ditambah ke dalam nanobendalir. Diperhatikan juga, pemisahan lapisan sempadan juga menjadi semakin pendek apabila pecahan isi padu MWCNT ditambahkan ke dalam nanobendalir. Ia dapat dilihat daripada Rajah 6.2 dan 6.3, apabila tiada MWCNT dalam nanobendalir, nilai kritikal adalah $|-0.9097|$, namun apabila pecahan isi padu MWCNT ditambah sebanyak 0.1 ke dalam nanobendalir, nilai kritikal menjadi $|-0.8493|$. Apabila 0.2 pecahan isi padu MWCNT ditambah ke dalam nanobendalir, nilai kritikalnya menjadi semakin kecil iaitu $|-0.7962|$. Daripada rajah-rajah tersebut, dapat disimpulkan bahawa peningkatan pecahan isi padu MWCNT φ_2 menyebabkan pengurangan daya geseran kulit dan kadar pemindahan haba pada permukaan. Oleh itu, keputusan ini menunjukkan kadar pemindahan haba bagi nanobendalir SWCNT-air adalah lebih baik berbanding dengan nanobendalir SWCNT-MWCNT/air.



Rajah 5-2 Perubahan $f''(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai φ_2 apabila $\varphi_1 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air



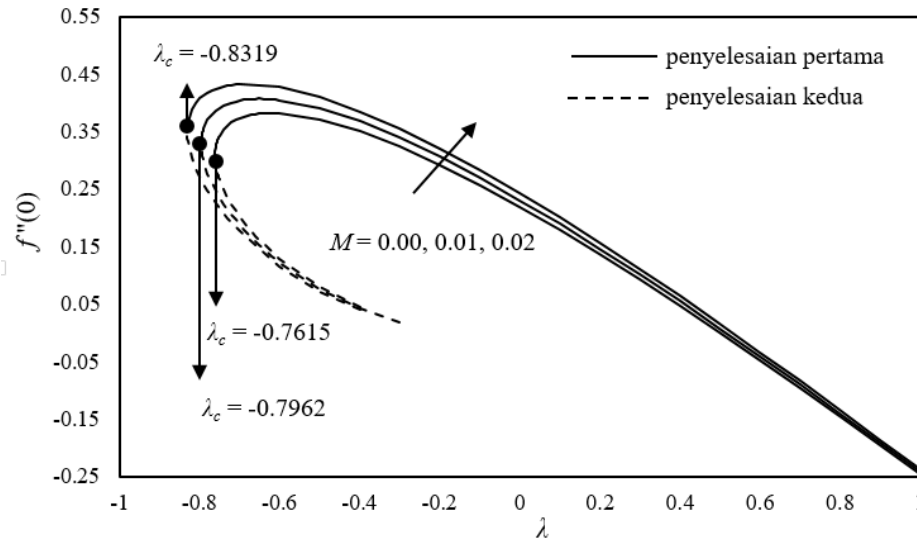
Rajah 5-3 Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai φ_2 apabila $\varphi_1 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

c. Kesan Medan Magnet

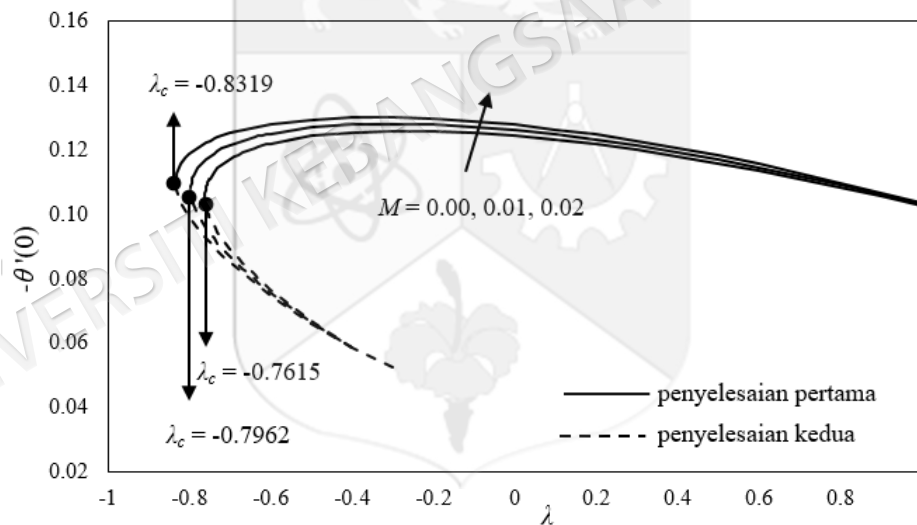
Rajah 5.4 dan 5.5 menunjukkan kesan magnet terhadap pekali geseran kulit setempat dan nombor Nusselt setempat terhadap parameter λ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air untuk beberapa nilai parameter M .

Dapat diperhatikan, apabila nilai parameter M (kesan medan magnet) meningkat, nilai $f''(0)$ dan $-\theta'(0)$ juga meningkat. Ini adalah kerana wujudnya peningkatan daya Lorentz, iaitu gabungan daya elektrik dan magnet yang disebabkan oleh medan elektromagnet, apabila kesan medan magnet meningkat dalam nanobendalir. Dengan itu, ini akan meningkatkan daya geseran pada permukaan dan kadar pemindahan haba.

Seperti yang ditunjukkan dalam rajah-rajah itu, kesan magnet melambatkan pemisahan lapisan sempadan berbanding dengan apabila tiada kesan magnet dalam nanobendalir hibrid. Juga, dapat dilihat pada rajah bahawa julat penyelesaian dual meningkat apabila kesan magnet meningkat. Berdasarkan keputusan yang diperoleh, nilai λ_c untuk $M = 0.00, 0.01$ dan 0.02 masing-masing adalah $-0.7615, -0.7962$ dan -0.8319 .



Rajah 5-4 Perubahan $f''(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai M apabila $\phi_1 = \phi_2 = 0.2$, $Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air



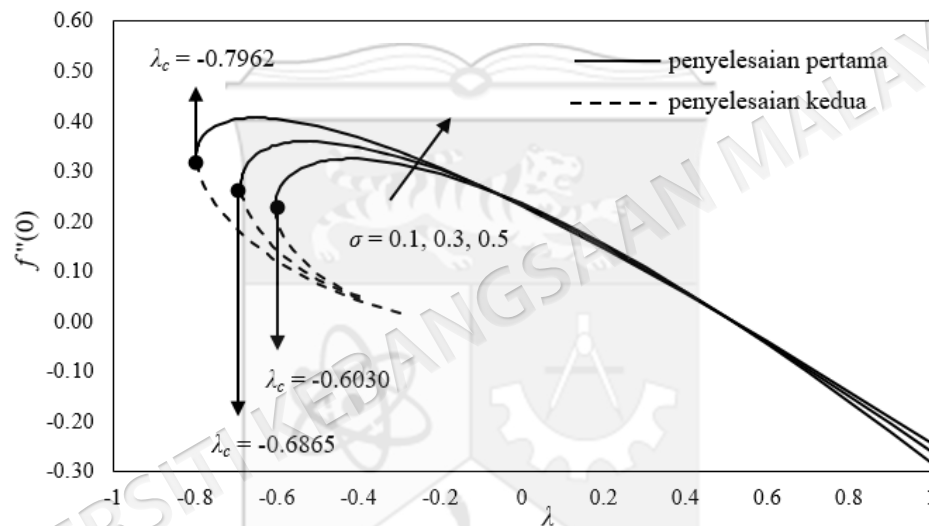
Rajah 5-5 Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai M apabila $\phi_1 = \phi_2 = 0.2$, 0.01 , $Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

d. Kesan Gelinciran

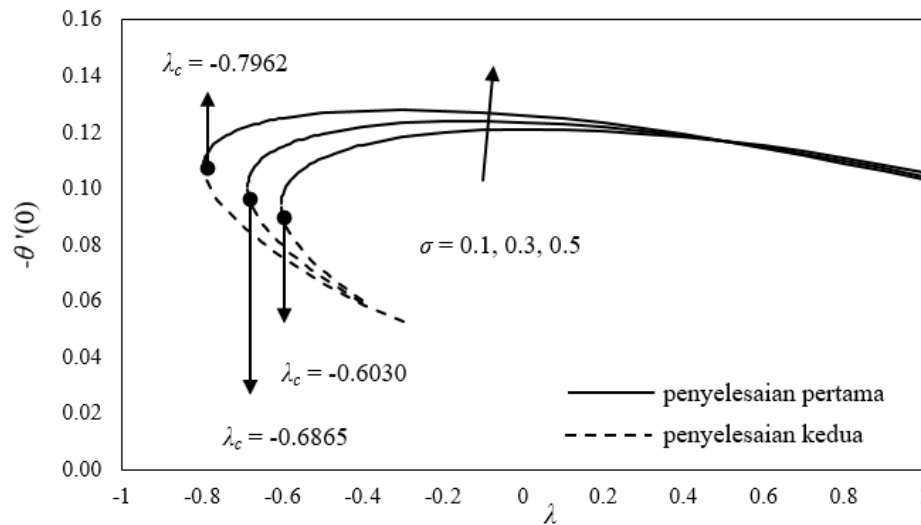
Kesan gelinciran σ pada pekali geseran kulit setempat dan nombor Nusselt setempat ditunjukkan dalam Rajah 5.6 dan 5.7. Dapat diperhatikan pada rajah, dengan peningkatan nilai σ , nilai $f''(0)$ dan $-\theta'(0)$ akan meningkat. daripada aspek fizikal, gelinciran dalam lapisan sempadan akan meningkatkan kesan geseran antara bendalir dengan permukaan, dan seterusnya menyebabkan meningkatkan tegasan ricih di

permukaan. Selain itu, peningkatan kesan gelinciran juga meningkatkan kadar pemindahan haba, sekaligus mengurangkan ketebalan lapisan sempadan. Oleh itu, kesan gelinciran akan membuatkan aliran nanobendalir hibrid menjadi semakin cepat, menyebabkan berlakunya peningkatan pekali geseran kulit setempat dan kadar pemindahan haba.

Seperti yang dilihat dalam Rajah 5.6 dan 5.7, julat nilai kritikal λ_c didapati meningkat dengan peningkatan nilai σ . Ini menunjukkan bahawa kesan gelinciran terhadap aliran lapisan sempadan boleh melambatkan pemisahan lapisan sempadan.



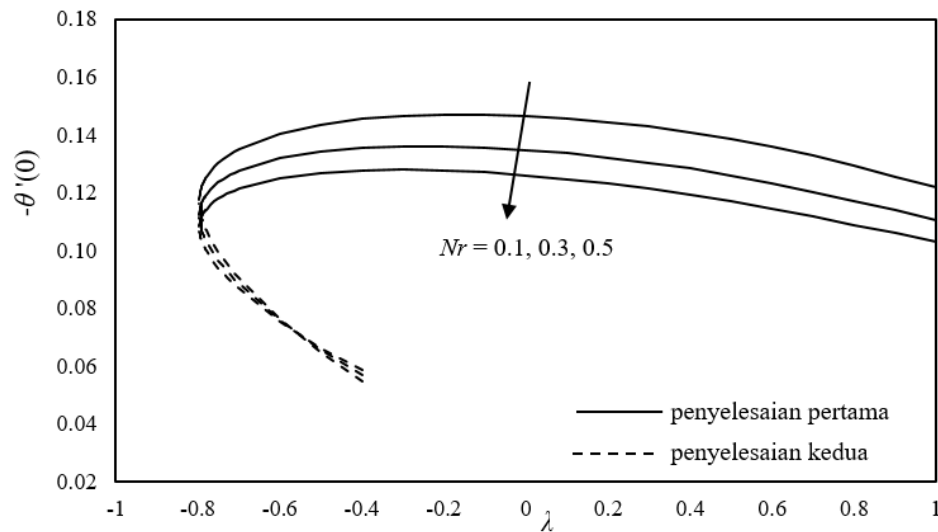
Rajah 5-6 Perubahan $f''(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai σ apabila $\phi_1 = \phi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air



Rajah 5-7 Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai σ apabila $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

e. Kesan Radiasi Terma

Seterusnya, perubahan nombor Nusselt setempat $-\theta'(0)$ terhadap parameter nisbah halaju untuk beberapa nilai Nr bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air diberikan dalam Rajah 5.8. Dapat diperhatikan dalam rajah, peningkatan nilai Nr telah mengurangkan nilai $-\theta'(0)$. Ini bermakna, kesan radiasi terma dalam lapisan sempadan telah meningkatkan ketebalan lapisan sempadan terma. Keadaan ini disebabkan oleh kelikatan bendalir pada permukaan berkurang dan merendahkan kadar pemindahan haba. Oleh itu, peningkatan nilai Nr menyebabkan fluks haba permukaan menurun.

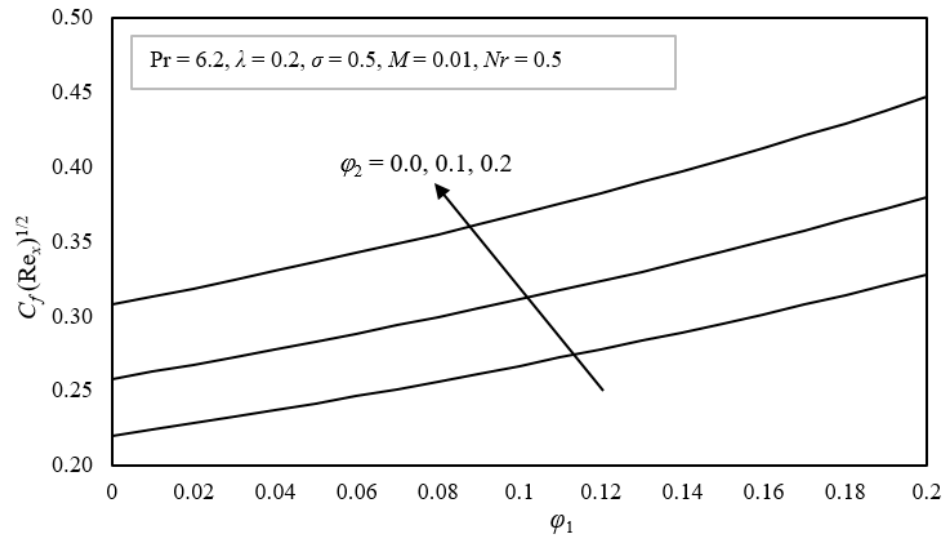


Rajah 5-8 Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nr apabila $\phi_1 = \phi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

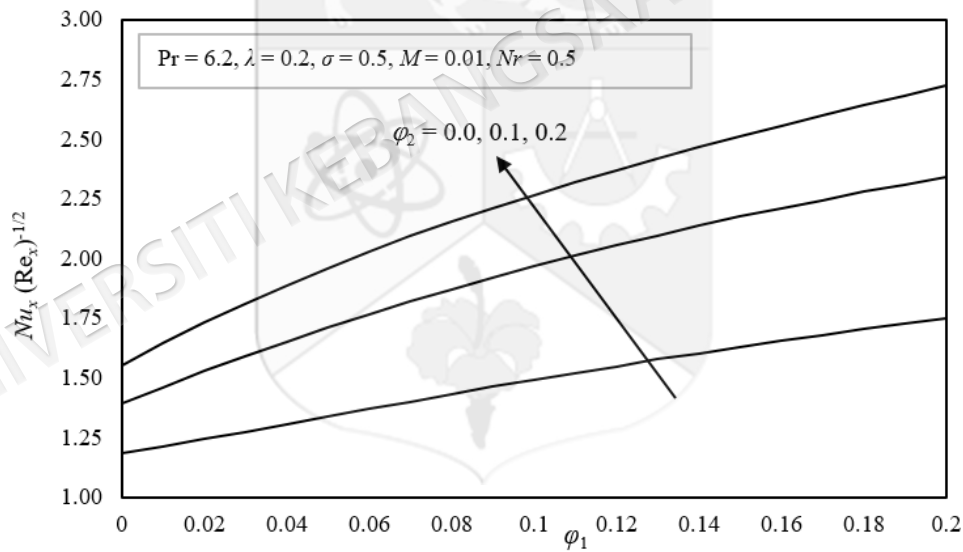
f. Perubahan Pekali Geseran Kulit dan Nombor Nusselt Setempat

Seterusnya, perubahan pekali geseran kulit $C_f (Re_x)^{\frac{1}{2}}$ dan nombor Nusselt setempat $Nu_x (Re_x)^{-\frac{1}{2}}$ terhadap parameter pecahan isi padu SWCNT ϕ_1 untuk beberapa nilai parameter pecahan isi padu MWCNT ϕ_2 , kesan medan magnet M , kesan gelinciran σ dan kesan radiasi terma dalam rantau aliran membantu ($\lambda = 0.2$) ditunjukkan dalam Rajah 5.9 – 5.15.

Dapat diperhatikan daripada Rajah 5.9 dan 5.10, didapati tegasan ricih dan kadar pemindahan haba di permukaan meningkat apabila terdapat peningkatan dalam parameter ϕ_2 . Ini menunjukkan bahawa campuran SWCNT-MWCNT dalam bendalir asas menyebabkan berlakunya perlanggaran antara nanozarah, yang mana akan memperlambatkan halaju aliran dan seterusnya meningkatkan daya geseran di permukaan dalam aliran membantu. Juga, kadar pemindahan haba turut meningkat yang mana akan mempercepatkan kadar pemanasan haba di permukaan.

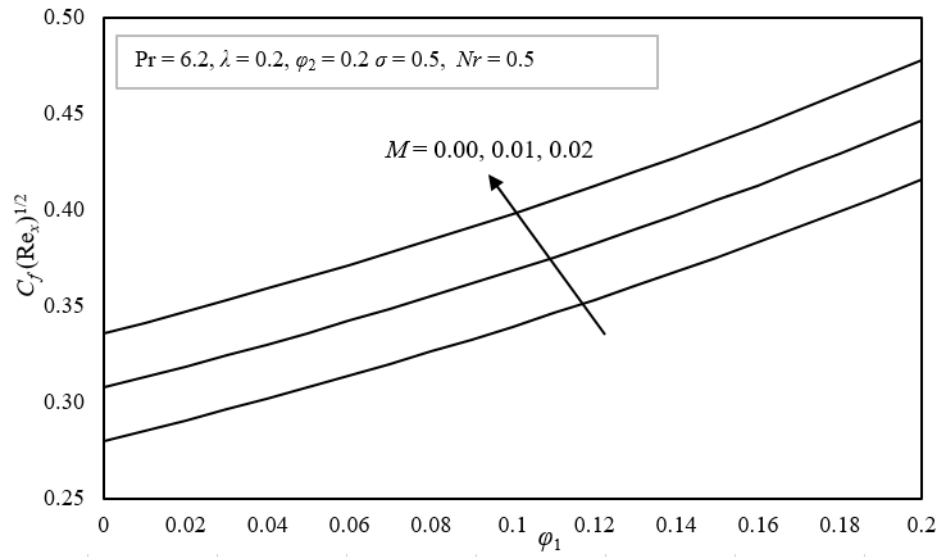


Rajah 5-9 Perubahan $C_f(Re_x)^{1/2}$ terhadap ϕ_1 untuk beberapa nilai ϕ_2 apabila $\lambda = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

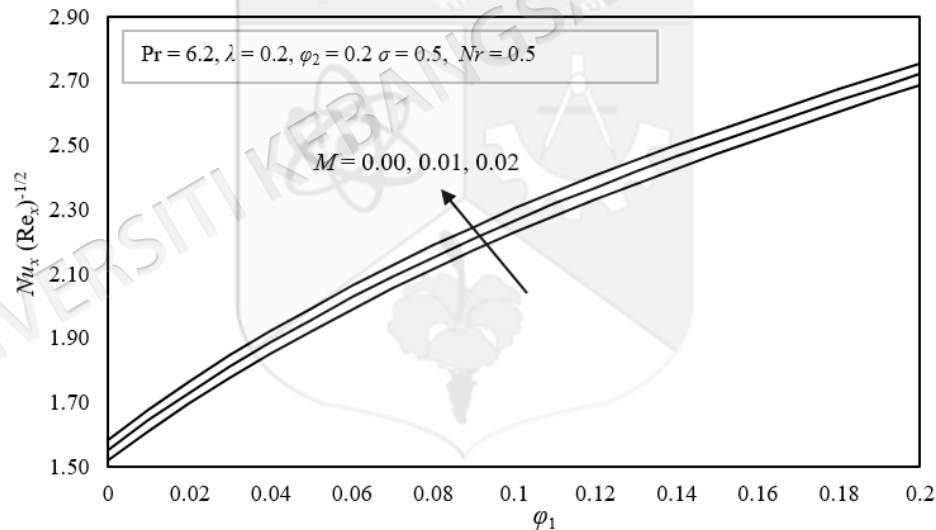


Rajah 5-10 Perubahan $Nu_x(Re_x)^{-1/2}$ terhadap ϕ_1 untuk beberapa nilai ϕ_2 apabila $\lambda = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

Rajah 5.11 dan 5.12 juga menunjukkan tegasan ricih dan kadar pemindahan haba di permukaan meningkat seiring dengan peningkatan nilai parameter M dalam rantau aliran membantu untuk nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air. Keadaan ini berlaku kerana kesan medan magnet akan menyebabkan berlakunya peningkatan daya Lorentz yang mana akan meningkatkan tegasan ricih di permukaan dan kadar pemindahan haba.



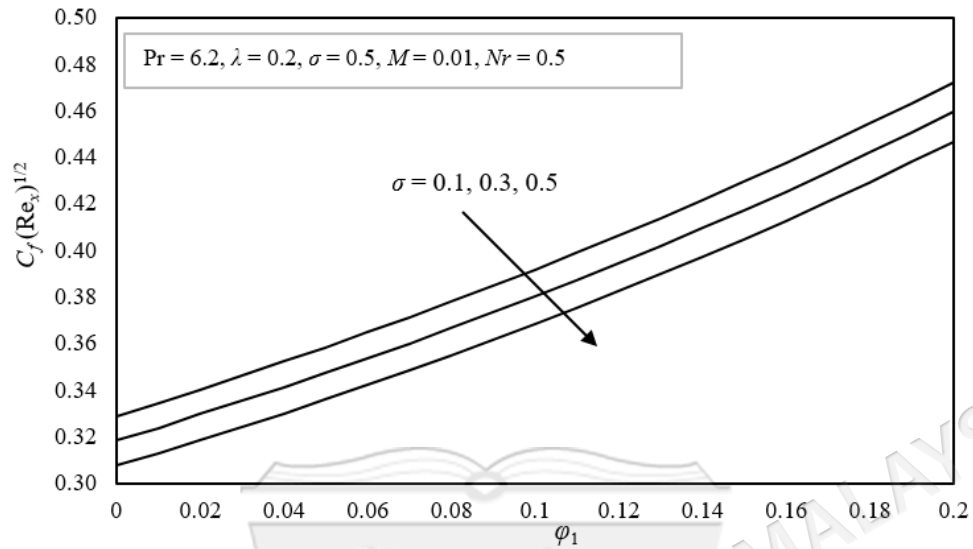
Rajah 5-11 Perubahan $C_f(Re_x)^{1/2}$ terhadap ϕ_1 untuk beberapa nilai M apabila $\lambda = 0.2, \varphi_2 = 0.2, Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air



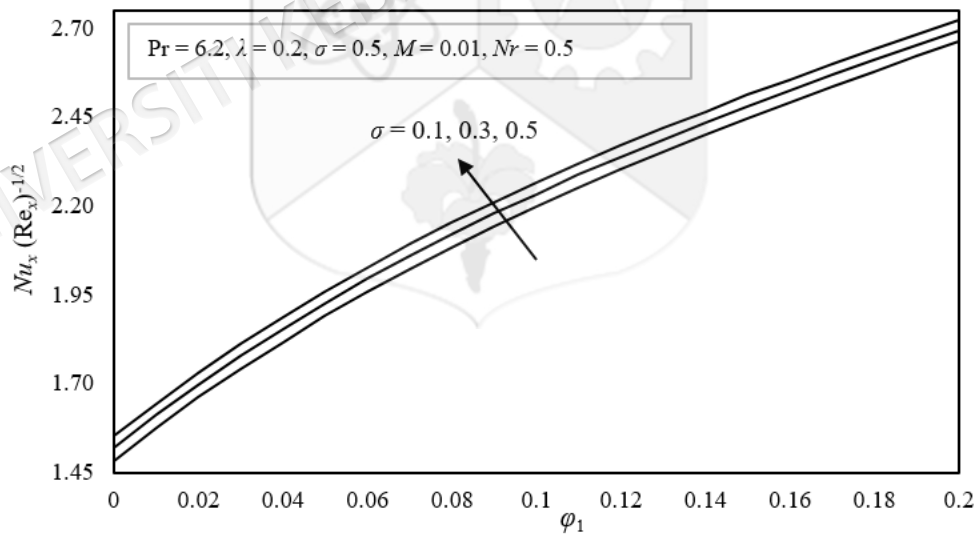
Rajah 5-12 Perubahan $Nu_x(Re_x)^{-1/2}$ terhadap ϕ_1 untuk beberapa nilai M apabila $\lambda = 0.2, \varphi_2 = 0.2, Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

Manakala, Rajah 5.13 menunjukkan nilai tegasan ricih di permukaan menurun dalam rantau membantu apabila terdapat peningkatan dalam parameter σ untuk nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air. Secara fizikal, kesan gelinciran dalam lapisan sempadan bertindak mengurangkan geseran berlaku di antara bendalir dan permukaan plat dan seterusnya akan mengurangkan tegasan ricih permukaan. Selain itu, peningkatan nilai σ meningkatkan nilai nombor Nusselt setempat seperti yang

ditunjukkan dalam Rajah 5.14. Ini menunjukkan peningkatan kesan gelinciran dalam rantau aliran membantu telah menyebabkan penurunan ketebalan lapisan terma.



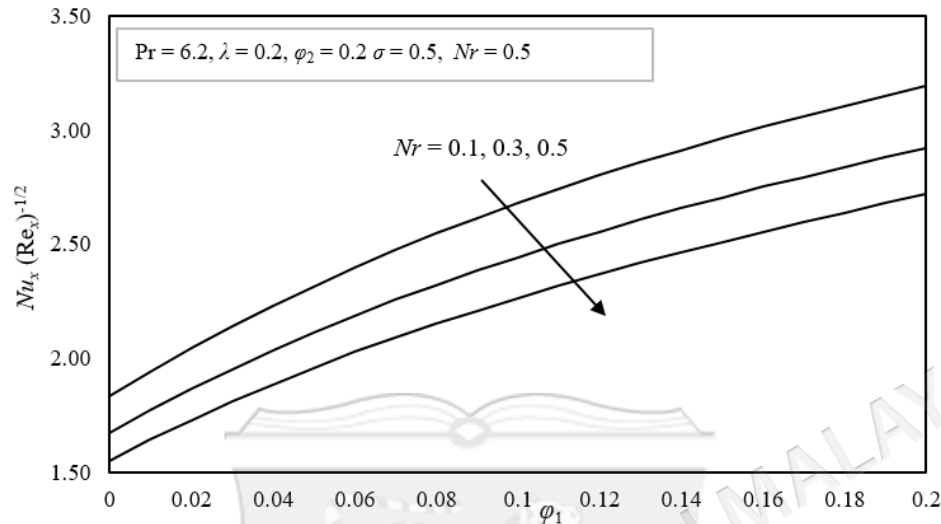
Rajah 5-13 Perubahan $C_f(Re_x)^{1/2}$ terhadap ϕ_1 untuk beberapa nilai σ apabila $\lambda = 0.2$, $\phi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air



Rajah 5-14 Perubahan $Nu_x(Re_x)^{-1/2}$ terhadap ϕ_1 untuk beberapa nilai σ apabila $\lambda = 0.2$, $\phi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

Rajah 5.15 pula menunjukkan nombor Nusselt setempat terhadap parameter pecahan isi padu SWCNT bagi beberapa nilai Nr dalam rantau aliran membantu untuk nanobendalir hibrid SWCNT-MWNT/air. Berdasarkan rajah, peningkatan nilai

parameter radiasi terma mengurangkan nilai nombor Nusselt setempat bagi aliran membantu. Ini akan menyebabkan ketebalan lapisan terma meningkat dalam rantau aliran membantu dan seterusnya mengakibatkan penurunan fluks haba permukaan.



Rajah 5-15 Perubahan $Nu_x (Re_x)^{-1/2}$ terhadap ϕ_1 untuk beberapa nilai Nr apabila $\lambda = 0.2$, $\phi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

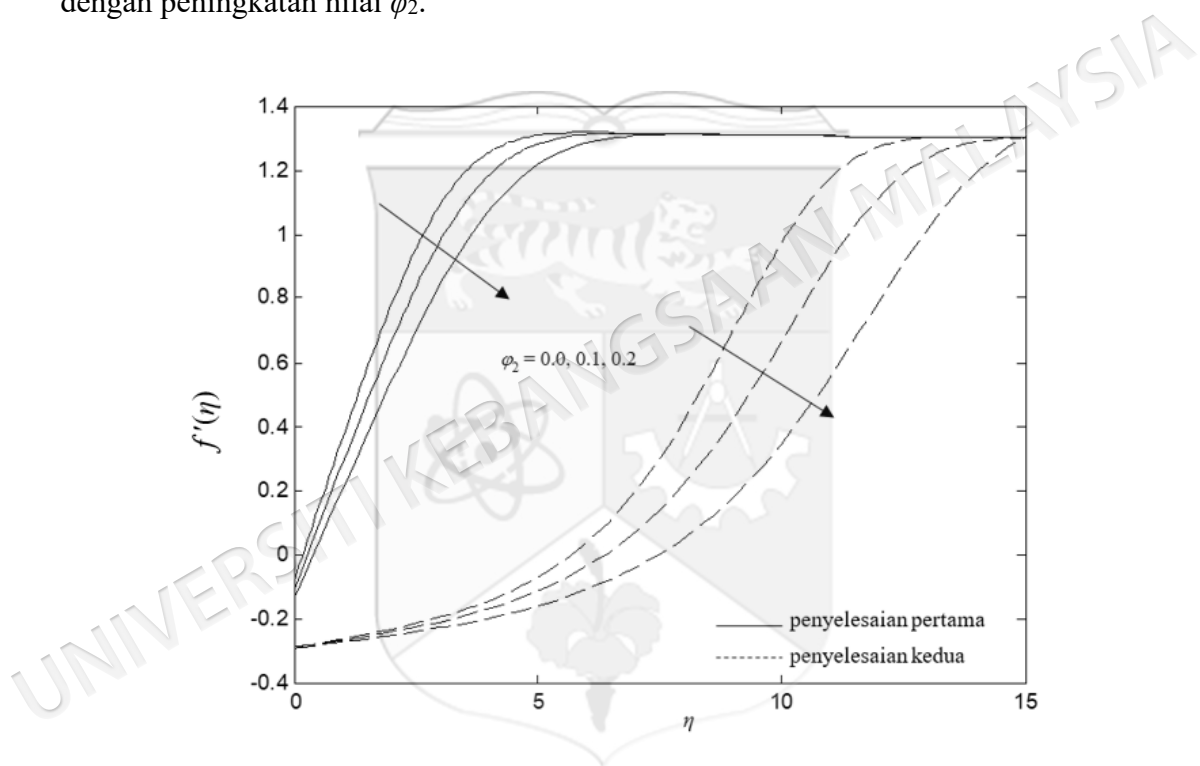
g. Profil Halaju dan Suhu

Profil halaju dan profil suhu bagi penyelesaian kedua dalam rantau menentang ($\lambda = -0.4$) ditunjukkan dalam Rajah 5.16 – 5.22. Semua profil halaju dan profil suhu didapati memenuhi syarat sempadan (5.12) dan menunjukkan terdapat penyelesaian dual. Kesemua profil tersebut turut didapati menumpu secara asimptot. Justeru, profil halaju dan suhu dapat menentukan keputusan berangka yang diperolehi.

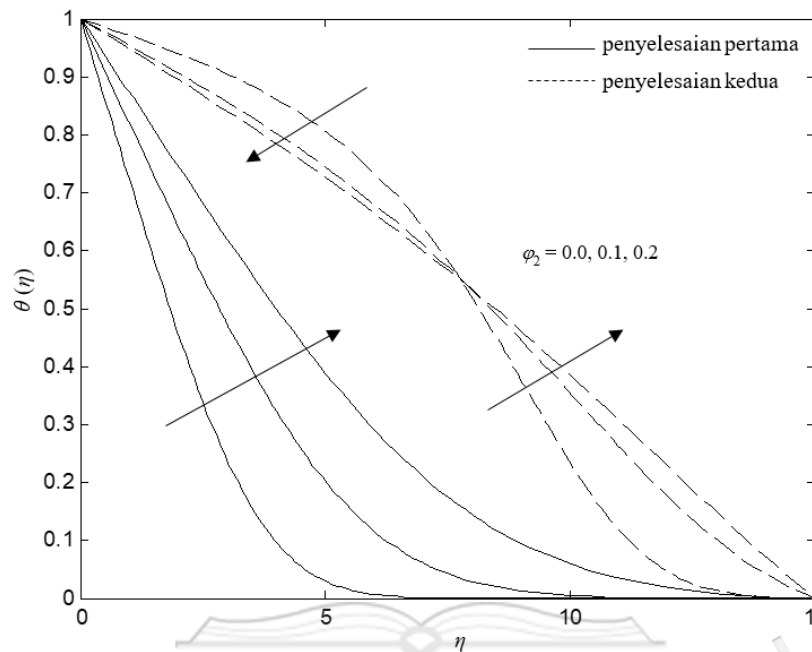
Rajah 5.16 menunjukkan profil halaju $f'(\eta)$ untuk beberapa nilai parameter pecahan isi padu MWCNT apabila dalam rantau menentang ($\lambda = -0.4$) bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air. Profil halaju didapati menurun dengan peningkatan nilai ϕ_2 . Selain itu, ketebalan lapisan momentum didapati meningkat dengan peningkatan nilai ϕ_2 . Implikasinya, kecerunan halaju aliran nanobendalir akan berkurangan. Pengurangan kecerunan halaju aliran nanobendalir tersebut akan menyebabkan aliran nanobendalir menjadi perlahan dan seterusnya akan menyebabkan tegasan ricih permukaan berkurangan. Oleh itu, profil halaju ini konsisten dengan

keputusan dalam Rajah 5.2, iaitu nilai pekali geseran kulit setempat menurun dengan peningkatan nilai φ_2 .

Manakala, profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai φ_2 dalam aliran menentang bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air ditunjukkan dalam Rajah 5.17. Berdasarkan rajah, didapati ketebalan lapisan sempadan terma meningkat dengan peningkatan nilai φ_2 . Didapati daripada rajah, kecerunan suhu pada permukaan berkurangan. Oleh yang demikian, ini akan mengakibatkan fluks haba permukaan menurun, dan keputusan ini konsisten dengan keputusan dalam Rajah 5.3; nombor Nusselt setempat menurun dengan peningkatan nilai φ_2 .



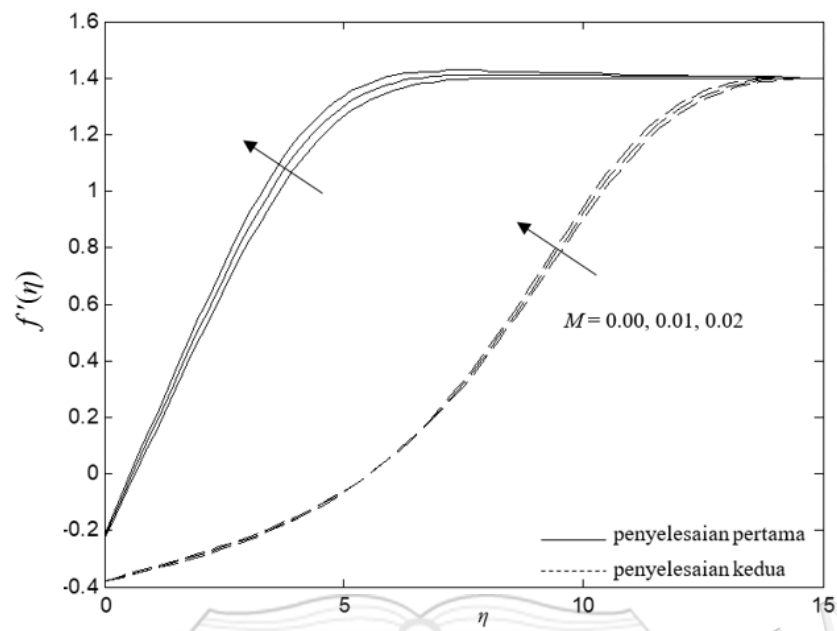
Rajah 5-16 Profil halaju $f'(\eta)$ untuk beberapa nilai φ_2 apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = 0.2$, $M = 0.01$ dan $Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air



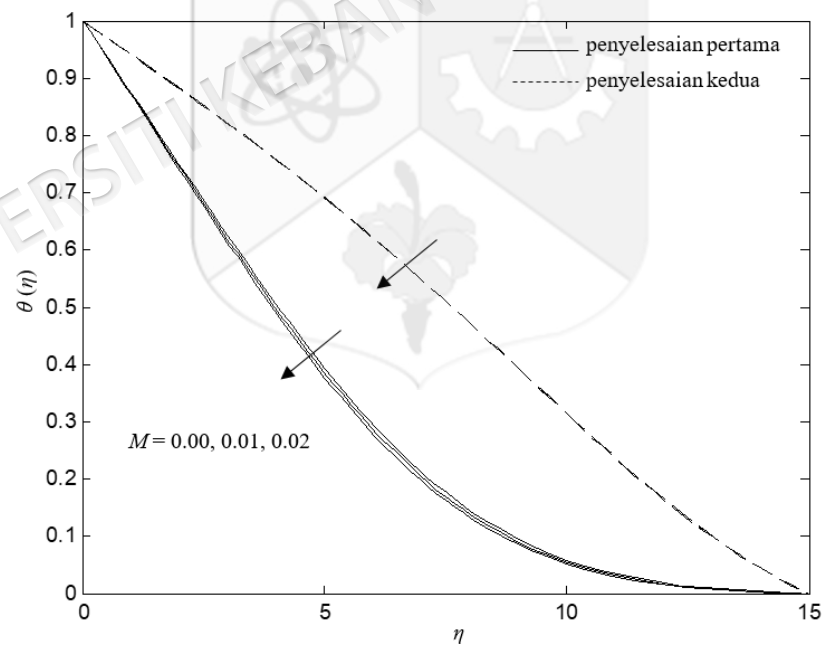
Rajah 5-17 Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai φ_2 apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = 0.2$, $M = 0.01$ dan $Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

Selanjutnya, profil halaju dan profil suhu untuk beberapa nilai M dalam rantau menentang bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air masing-masing ditunjukkan dalam Rajah 5.18 dan 5.19. Berdasarkan Rajah 5.18, profil halaju didapati meningkat apabila nilai M meningkat. Sementara itu, ketebalan lapisan sempadan momentum didapati menurun apabila nilai M meningkat. Ini menunjukkan bahawa kecerunan halaju aliran nanobendalir meningkat dan seterusnya menyebabkan aliran nanobendalir menjadi semakin cepat. Oleh yang demikian, tegasan ricih permukaan akan turut meningkat. Keputusan ini disokong dengan keputusan yang didapati dalam Rajah 5.4, iaitu pekali geseran kulit setempat meningkat apabila nilai M meningkat.

Manakala, Rajah 5.19 pula menunjukkan profil suhu dalam rantau menentang bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air. Berdasarkan rajah itu, apabila nilai M bertambah, profil suhu didapati menurun. Rajah 5.19 juga menunjukkan bahawa lapisan sempadan terma makin menurun dengan peningkatan nilai M . Hal ini akan menyebabkan kecerunan suhu pada permukaan meningkat dan seterusnya menyebabkan fluks permukaan haba meningkat. Keputusan ini didapati konsisten dengan keputusan yang diperolehi sebelum ini dalam Rajah 5.5, yang mana nombor Nusselt setempat meningkat dengan peningkatan nilai M .



Rajah 5-18 Profil halaju $f'(\eta)$ untuk beberapa nilai M apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$ dan $Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

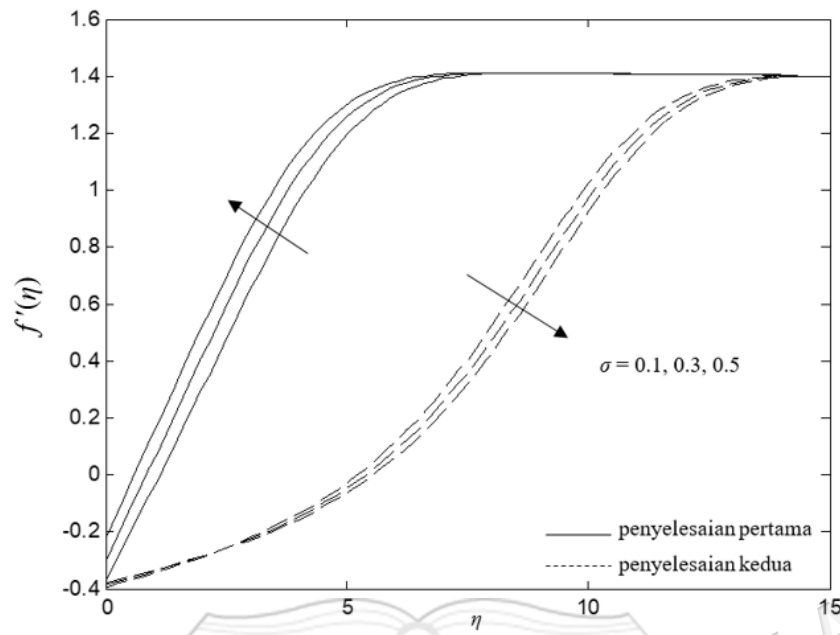


Rajah 5-19 Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai M apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$ dan $Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

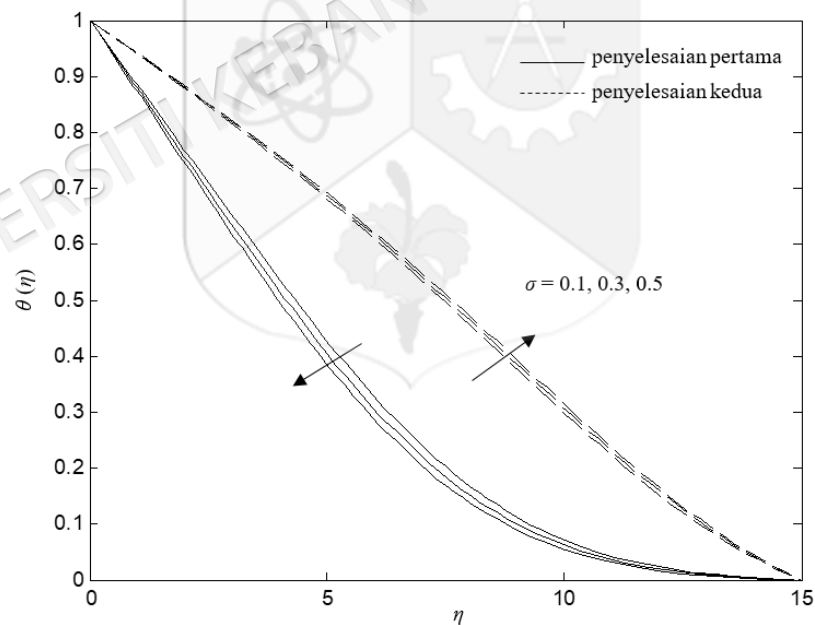
Seterusnya, Rajah 5.20 menunjukkan profil halaju untuk beberapa nilai parameter σ apabila $\lambda = -0.4$. Rajah menunjukkan terdapat peningkatan dalam profil halaju apabila nilai σ meningkat. Rajah turut menunjukkan bahawa lapisan sempadan momentum menurun. Hal ini akan mengakibatkan kecerunan halaju nanobendalir meningkat. Peningkatan kecerunan halaju ini memberi impak terhadap aliran nanobendalir, iaitu apabila aliran nanobendalir menjadi cepat, tegasan ricih permukaan akan meningkat. Keputusan ini didapati selari dengan keputusan dalam Rajah 5.6; pekali geseran kulit meningkat dengan peningkatan nilai σ .

Selanjutnya, profil suhu untuk beberapa nilai σ dalam rantau menentang ditunjukkan dalam Rajah 5.21. Didapati daripada rajah tersebut, apabila nilai σ meningkat, profil suhu akan menurun dan ini akan menyebabkan lapisan sempadan terma menipis. Oleh yang demikian berlakunya peningkatan fluks haba pada permukaan. Keputusan ini dilihat konsisten dengan keputusan yang diperoleh dalam Rajah 5.9, iaitu nombor Nusselt setempat meningkat dengan peningkatan nilai σ .

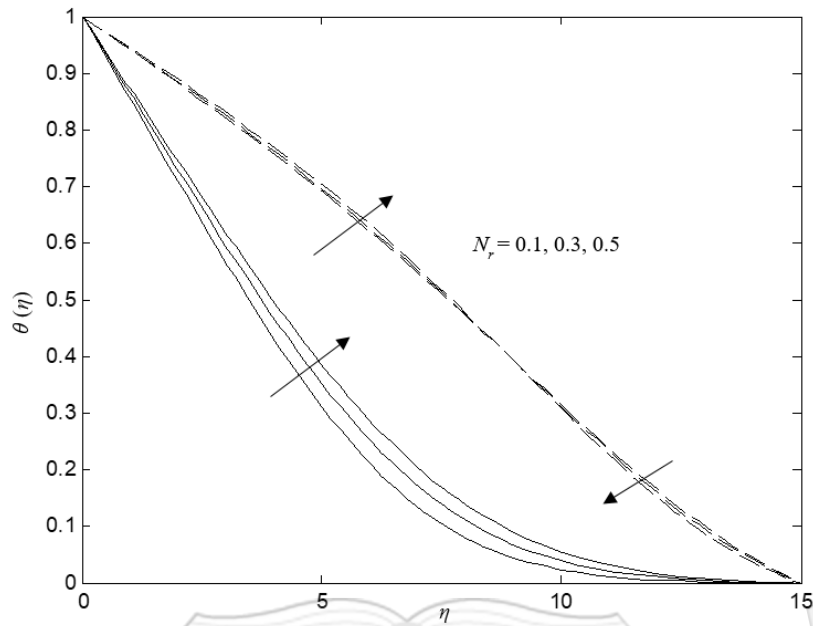
Selanjutnya, Rajah 5.22 menunjukkan profil suhu dalam rantau menentang untuk beberapa nilai parameter radiasi terma Nr . Didapati profil suhu untuk beberapa nilai Nr meningkat dengan peningkatan nilai Nr . Lapisan sempadan terma turut didapati meningkat dengan peningkatan nilai Nr . Ini akan menyebabkan kecerunan suhu permukaan berkurangan dan seterusnya mengakibatkan penyusutan fluks haba pada permukaan. Keputusan ini didapati selari dengan keputusan dalam Rajah 5.10, iaitu nombor Nusselt setempat berkurang dengan peningkatan nilai Nr .



Rajah 5-20 Profil halaju $f'(\eta)$ untuk beberapa nilai σ apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = 0.2$, $M = 0.01$ dan $Nr = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air



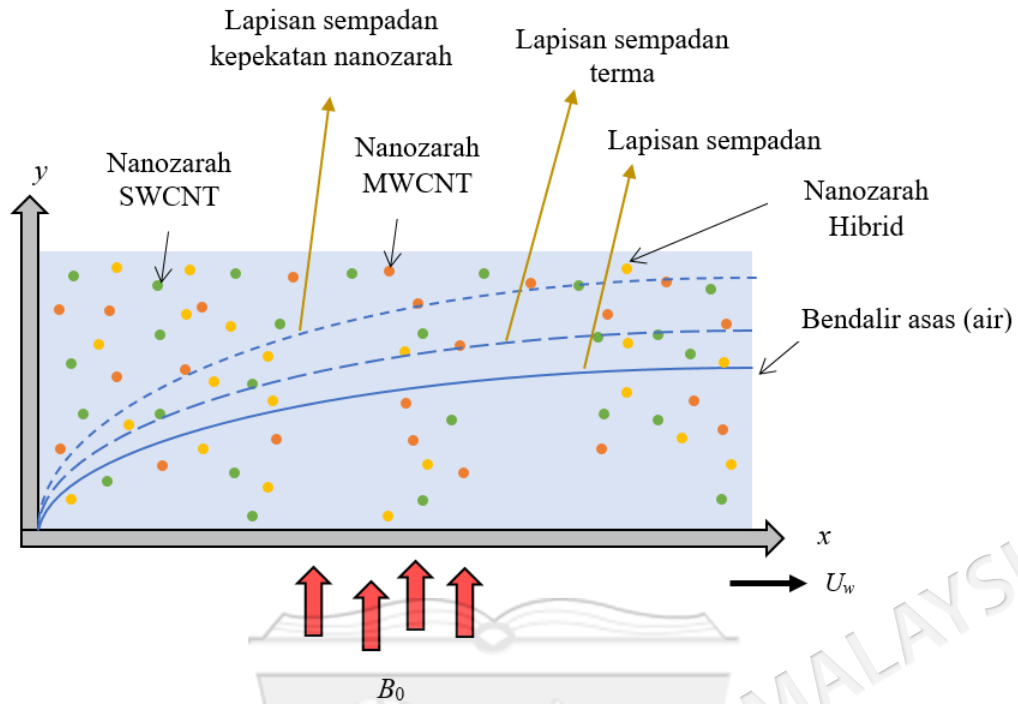
Rajah 5-21 Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai σ apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = 0.2$, $M = 0.01$ dan $Nr = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air



Rajah 5-22 Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai Nr apabila $\lambda = -0.4$, $\phi_1 = 0.2$, $M = 0.01$ dan $\sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

5.3 KESAN GERAKAN BROWN DAN TERMOFORESIS

Diandaikan $U_\infty(x)$ yang merupakan halaju aliran bebas mengalir sepanjang permukaan plat bergerak. Juga, halaju permukaan plat dalam paksi- x ialah $U_w(x)$. Selain itu, diandaikan juga suhu permukaan plat ialah $T_w(x)$ manakala suhu aliran bebas ialah T_∞ . Diandaikan juga, fluks haba radiasi q_r bertindak pada arah positif paksi- y , dan ia bertindak bertentangan dengan arah aliran nanobendalir. Model fizikal untuk permasalahan nanobendalir hibrid menggunakan model aliran bersama ditunjukkan dalam Rajah 5.23.



Rajah 5-23 Model fizikal untuk nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air bagi model aliran bersama

5.3.1 Formulasi Masalah

Menggunakan andaian-andaian di atas, persamaan keselantaran seperti dalam persamaan (3.9), manakala persamaan momentum, berserta persamaan tenaga dan persamaan kepekatan nanozarah dinyatakan seperti berikut:

Persamaan momentum:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\mu_{hnf}}{\rho_{hnf}} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\sigma_f B_0^2}{\rho_{hnf}} u, \quad \dots(5.20)$$

Persamaan tenaga:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k_{hnf}}{(\rho C_p)_{hnf}} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \frac{1}{(\rho C_p)_{hnf}} \frac{\partial q_r}{\partial y} + \tau_a \left[D_B \frac{\partial C}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + \left(\frac{D_T}{T_\infty} \right) \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right]. \quad \dots(5.21)$$

Persamaan kepekatan nanozarah:

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D_B \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \left(\frac{D_T}{T_\infty} \right) \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \quad \dots(5.22)$$

yang mana $\tau_a = (\rho C_p)_f / (\rho C_p)_{nf}$ ialah nisbah antara pekali muatan haba bendalir asas dengan pekali muatan haba nanobendalir, D_B adalah pekali gerakan Brown, D_T adalah pekali termoforesis. Persamaan menakluk (3.9), (5.20) – (5.22) tertakluk kepada syarat sempadan (3.68). Manakala, sifat termofizikal nanobendalir hibrid diberikan dalam persamaan (5.4) – (5.9).

Penjelmaan keserupaan (3.70) digunakan untuk menurunkan persamaan lapisan sempadan (5.20) – (5.22) kepada persamaan keserupaan. Dengan bantuan penjelmaan keserupaan, persamaan pembezaan biasa tidak linear diperolehi sebagai:

$$f''' + \frac{1}{2} \varepsilon_1 \varepsilon_2 f f'' - \varepsilon_1 M f' = 0, \quad \dots(5.23)$$

$$\frac{1}{\text{Pr} C_1} \left[K + \frac{4}{3} N_r \right] \theta'' + \frac{1}{2} f \theta' + Nb \phi' \theta' + Nt (\theta')^2 = 0, \quad \dots(5.24)$$

$$\phi'' + \frac{1}{2} Le f \phi' + \frac{Nb}{Nt} \theta'' = 0, \quad \dots(5.25)$$

tertakluk kepada syarat sempadan

$$\begin{aligned} f(0) = 0, \quad f'(0) = \lambda + \sigma f''(0), \quad \theta(0) = 1, \quad \phi'(0) + \frac{Nt}{Nb} \theta'(0) = 0 \\ f'(\eta) \rightarrow 1 - \lambda, \quad \theta(\eta) \rightarrow 0, \quad \phi(\infty) \rightarrow 0 \quad \text{apabila } \eta \rightarrow \infty \end{aligned} \quad \dots(5.26)$$

yang mana M ialah kesan medan magnet, N_r ialah kesan radiasi terma, Nb ialah parameter gerakan Brown, Nt ialah parameter termoforesis, Le ialah nombor Lewis, pekali-pekali ε_1 , ε_2 , C_1 dan K masing-masing dinyatakan dalam persamaan (5.13) – (5.16).

Seterusnya, kuantiti fizikal yang dikaji ialah pekali geseran kulit C_f , nombor Nusselt setempat Nu_x dan nombor Sherwood setempat yang ditakrifkan dalam

persamaan (3.77). Pekali tegasan ricih τ_w , pekali fluks haba permukaan q_w dan fluks jisim permukaan q_m masing-masing ditakrifkan dalam persamaan seperti berikut:

$$C_f (\text{Re}_x)^{1/2} = \frac{1}{(1-\phi)^{2.5}} f''(0), \quad \dots(5.27)$$

$$Nu_x (\text{Re}_x)^{-1/2} = - \left[\frac{k_{nf}}{k_f} + \frac{4}{3} Nr \right] \theta'(0), \quad \dots(5.28)$$

$$Sh_x (\text{Re}_x)^{-1/2} = -\phi'(0). \quad \dots(5.29)$$

5.3.2 Keputusan dan Perbincangan

Aturcara bvp4c dalam perisian MATLAB digunakan dalam menyelesaikan sistem persamaan pembezaan biasa (5.23) – (5.25) tertakluk kepada syarat sempadan (5.26). Penyelesaian model matematik nanobendalir hibrid yang melibatkan kesan parameter medan magnet M , parameter radiasi terma Nr , parameter gelinciran σ , parameter gerakan Brown Nb dan parameter termoforesis Nt dipertimbangkan. Nilai parameter-parameter M , Nr , σ , Nb dan Nt dipilih berdasarkan kepada kewujudan penyelesaian dual dan sehingga memperoleh penyelesaian yang menumpu serta memenuhi syarat sempadan.

Pemalar bagi sifat termofizikal seperti pekali haba tentu C_p , ketumpatan ρ dan pekali kekonduksian terma k digunakan dalam atur cara bvp4c. Berdasarkan Oztop dan Abu-Nada (2008), pemalar bagi sifat termofizikal bagi air, SWCNT dan MWCNT diberikan dalam Jadual 4.1. Di samping itu, nilai nombor Prandtl bagi air ialah $Pr = 6.2$.

Bagi mengesahkan keputusan berangka yang diperoleh, perbandingan nilai $f''(0)$ dilakukan dengan keputusan Nur Syazana et al. (2018) dan ditunjukkan dalam Jadual 5.2. Didapati daripada perbandingan dalam Jadual 5.2, hasil perbandingan keputusan berangka menunjukkan keputusan yang baik.

Jadual 5-2 Perbandingan nilai $f''(0)$ untuk beberapa nilai λ apabila $\phi_2 = M = Nr = \sigma = Nb = Nt = Le = 0$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air.

λ	Nur Syazana et al. (2018)			Keputusan kajian		
	$\phi_1 = 0$	$\phi_1 = 0.1$	$\phi_1 = 0.2$	$\phi_1 = 0$	$\phi_1 = 0.1$	$\phi_1 = 0.2$
1	-0.4438	-0.4191	-0.3861	-0.4438	-0.4191	-0.3861

0.5	0	0	0	0	0	0
0	0.3321	0.3136	0.2888	0.3321	0.3136	0.2888
-0.2	0.4124	0.3895	0.3587	0.4124	0.3896	0.3587
	[0.0114]	[0.0107]	[0.0099]	[0.0114]	[0.0107]	[0.0099]
-0.3	0.4339	0.4098	0.3774	0.4339	0.4098	0.3774
	[0.0367]	[0.0345]	[0.0307]	[0.0367]	[0.0346]	[0.0307]
-0.4	0.4356	0.4114	0.3789	0.4356	0.4114	0.3789
	[0.0834]	[0.0787]	[0.0725]	[0.0834]	[0.0787]	[0.0725]
-0.5	0.3978	0.3757	0.3460	0.3978	0.3757	0.3460
	[0.1710]	[0.1615]	[0.1488]	[0.1710]	[0.1615]	[0.1488]

Nilai [] merupakan nilai bagi penyelesaian kedua

a. Penyelesaian Pertama dan Kedua

Perubahan nilai pekali geseran kulit $f''(0)$, nombor Nusselt setempat $-\theta'(0)$ dan nombor Sherwood setempat $-\phi'(0)$ terhadap parameter nisbah halaju λ ditunjukkan dalam Rajah 5.24 – 5.38. daripada rajah-rajah tersebut, didapati penyelesaian dual (penyelesaian pertama dan kedua) wujud dalam rantau aliran menentang ($\lambda < 0$), manakala dalam rantau aliran membantu ($\lambda > 0$) hanya terdapat penyelesaian pertama. Bagi $\lambda < 0$, dapat dilihat penyelesaian dual wujud dalam julat $\lambda > \lambda_c$, yang mana λ_c ialah nilai kritikal bagi λ . Selain itu, apabila $\lambda < \lambda_c$ didapati tiada penyelesaian dalam julat ini. Dengan itu, pada $\lambda = \lambda_c$, berlakunya pemisahan lapisan sempadan.

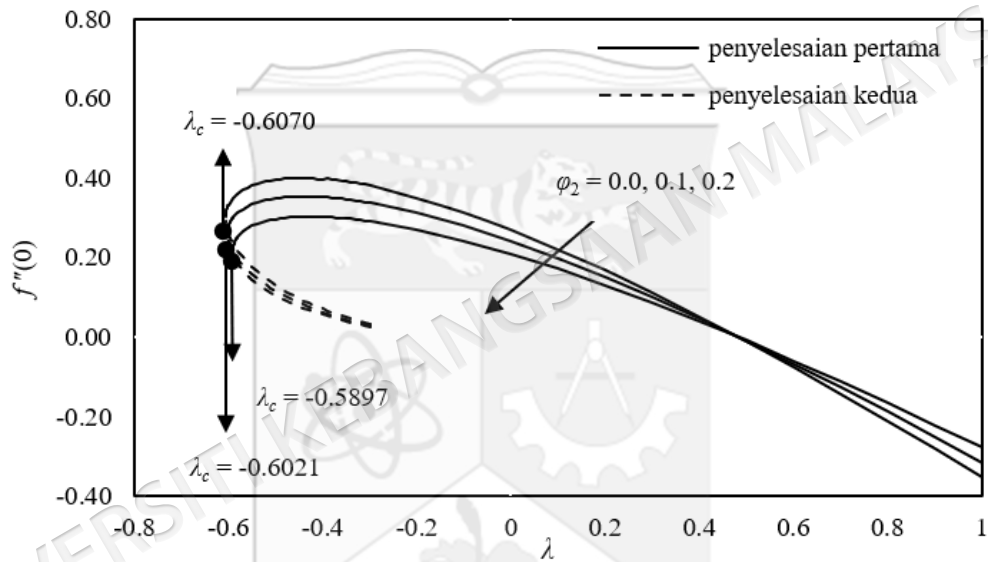
b. Kesan Isi Padu Nanozarah

Kesan parameter pecahan isi padu nanozarah MWCNT ϕ_2 terhadap nilai pekali geseran kulit $f''(0)$ diberikan dalam Rajah 5.24 bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air. Nilai pekali geseran kulit setempat didapati menurun dengan peningkatan nilai parameter ϕ_2 . Apabila nanozarah MWCNT diserakkan ke dalam nanobendalir, ia telah bertindak mengurangkan geseran di antara nanobendalir dengan permukaan, dan seterusnya menyebabkan tegasan ricih permukaan berkurang.

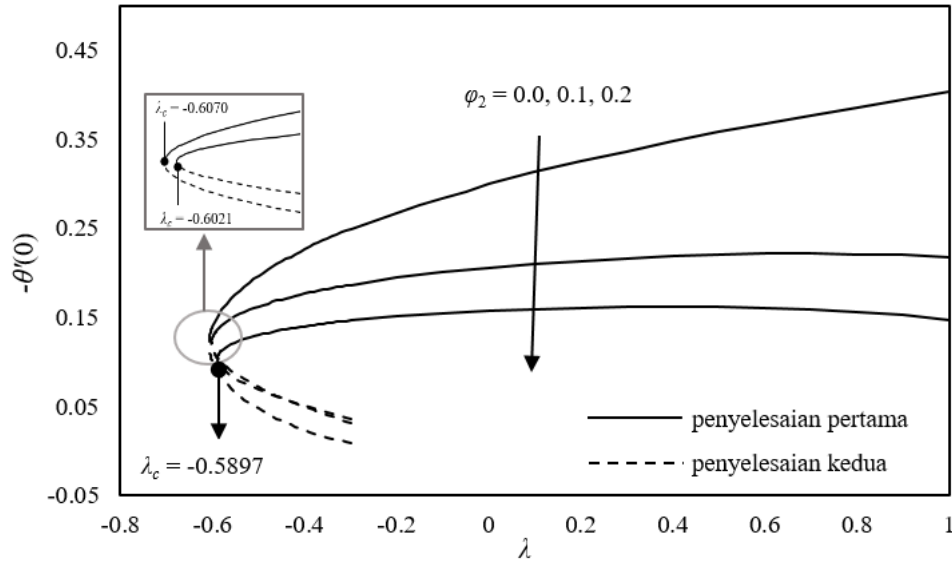
Selanjutnya, nombor Nusselt setempat $-\theta'(0)$ turut didapati menyusut dengan peningkatan nilai ϕ_2 seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 5.25. Keputusan ini menunjukkan peningkatan nilai parameter ϕ_2 menyebabkan peningkatan ketebalan lapisan terma, dan seterusnya mengurangkan nombor Nusselt setempat.

Selain itu, nombor Sherwood setempat $-\phi'(0)$ untuk beberapa nilai parameter φ_2 bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air ditunjukkan dalam Rajah 5.26. Dalam rajah ini, didapati apabila nilai φ_2 meningkat, nilai $-\phi'(0)$ didapati menyusut dalam rantau menentang. Keputusan ini menunjukkan peningkatan ketebalan lapisan sempadan kepekatan apabila nilai φ_2 meningkat.

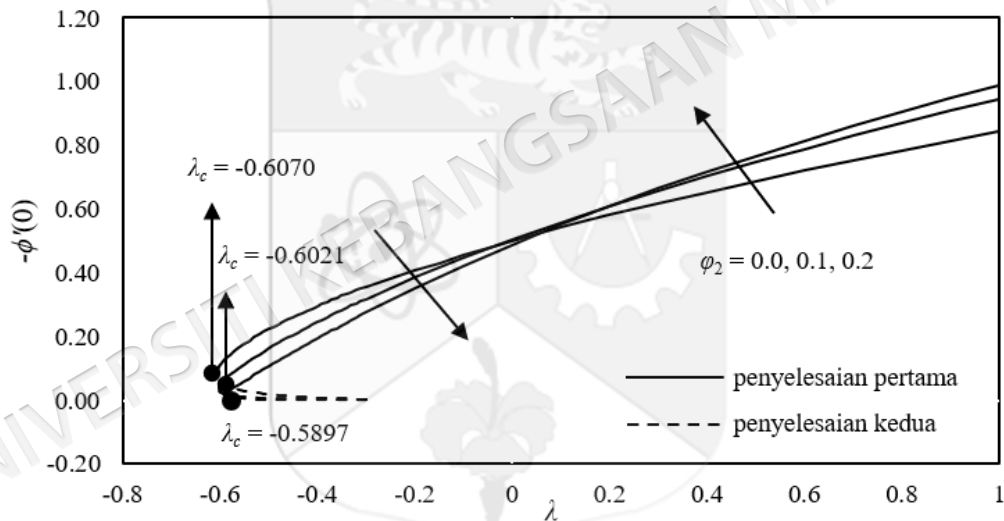
Selain itu, didapati peningkatan nilai φ_2 mengurangkan nilai kritikal $|\lambda_c|$. Dengan itu, peningkatan nilai φ_2 mempercepatkan pemisahan lapisan sempadan, dan seterusnya mengurangkan julat penyelesaian.



Rajah 5-24 Perubahan $f''(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai φ_2 apabila $\varphi_1 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air



Rajah 5-25 Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai φ_2 apabila $\varphi_1 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air



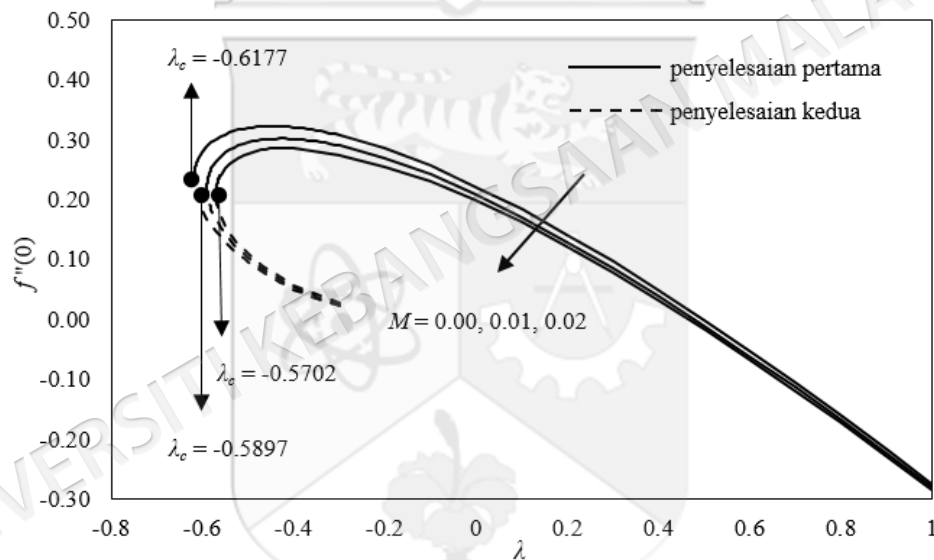
Rajah 5-26 Perubahan $-\phi'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai φ_2 apabila $\varphi_1 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

c. Kesan Medan Magnet

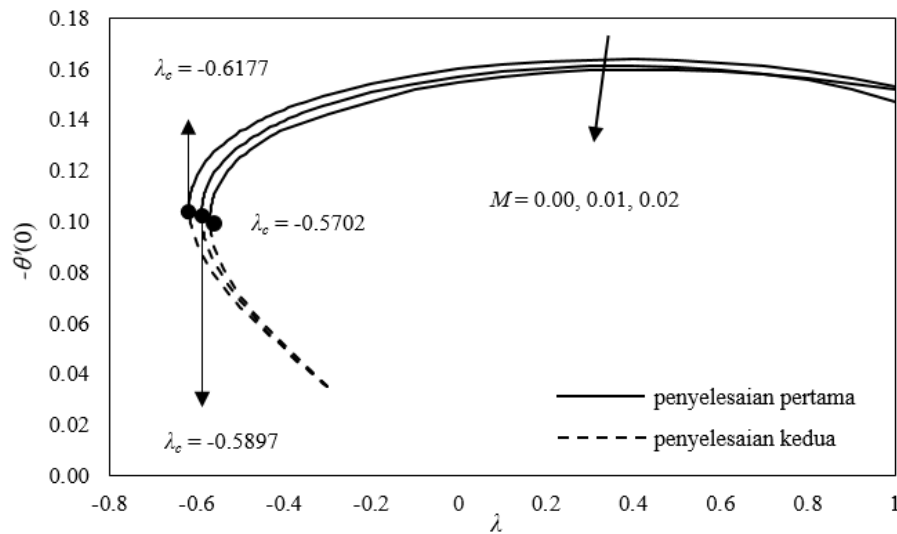
Seterusnya, perubahan pekali geseran kulit setempat $f''(0)$, nombor Nusselt setempat $-\theta'(0)$ dan nombor Sherwood setempat $-\phi'(0)$ terhadap parameter nisbah halaju λ diberikan dalam Rajah 5.27 – 5.29, untuk beberapa nilai parameter kesan medan magnet M bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air. Berdasarkan Rajah 5.27 – 5.29, peningkatan nilai M mengurangkan nilai $f''(0)$. Peningkatan kesan medan magnet menyebabkan pengurangan daya Lorentz dan seterusnya memberikan kesan kepada

penurunan momentum dalam aliran lapisan sempadan. Kesan penurunan momentum tersebut memperlahankan aliran bendalir pada permukaan, dan seterusnya menyebabkan pengurangan tegasan ricih permukaan (geseran kulit), kadar pemindahan haba dan kadar pemindahan jisim.

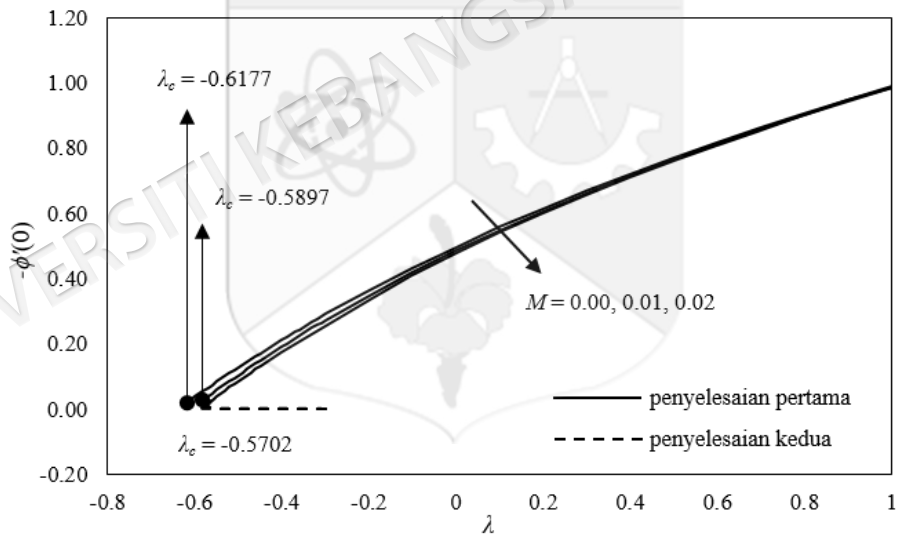
Berdasarkan Rajah 5.27–5.29, nilai kritikal $|\lambda_c|$ didapati menurun selaras dengan peningkatan nilai M . Keputusan ini menunjukkan bahawa kesan medan magnet terhadap aliran lapisan sempadan akan mempercepatkan pemisahan lapisan sempadan. Ini mencadangkan bahawa peningkatan kesan medan magnet mengurangkan julat penyelesaian bagi sistem persamaan pembezaan biasa (5.23) – (5.25).



Rajah 5-27 Perubahan $f'''(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai M apabila $\phi_1 = \phi_2 = 0.2$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air



Rajah 5-28 Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai M apabila $\phi_1 = \phi_2 = 0.2$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air



Rajah 5-29 Perubahan $-\phi'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai M apabila $\phi_1 = \phi_2 = 0.2$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

d. Kesan Gelinciran

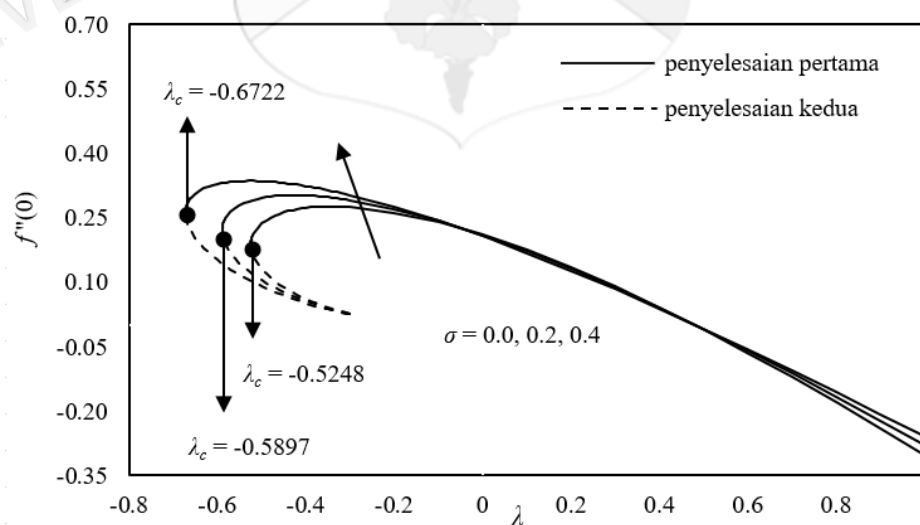
Rajah 5.30 – 5.32 masing-masing menunjukkan perubahan pekali geseran kulit $f''(0)$, nombor Nusselt setempat $-\theta'(0)$ dan nombor Sherwood setempat $-\phi'(0)$ terhadap parameter nisbah halaju λ untuk nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT-air bagi

beberapa nilai parameter gelinciran σ . daripada pemerhatian terhadap Rajah 5.30 – 5.32, didapati nilai kritikal meningkat selaras dengan peningkatan nilai σ . Ini menunjukkan bahawa kesan gelinciran terhadap aliran lapisan sempadan boleh melambatkan pemisahan lapisan sempadan. Justeru itu, peningkatan kesan gelinciran meningkatkan julat penyelesaian bagi sistem persamaan (5.23) – (5.25).

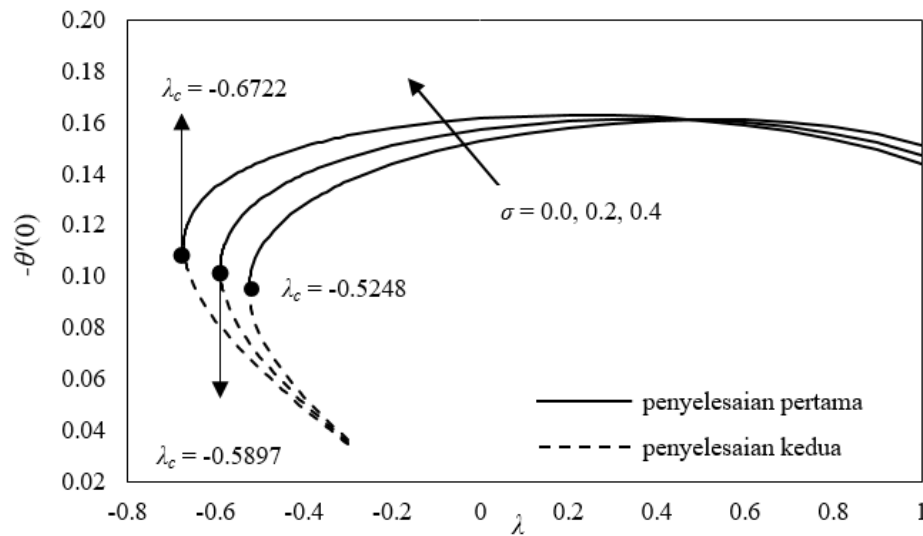
Selain itu, pemerhatian terhadap Rajah 5.30, didapati peningkatan nilai parameter σ meningkatkan nilai $f''(0)$. Secara fizikalnya, gelinciran dalam lapisan sempadan bertindak menambahkan geseran berlaku di antara bendalir dengan permukaan, dan seterusnya menyebabkan tegasan ricih permukaan meningkat.

Seterusnya, Rajah 5.31 menunjukkan peningkatan nilai parameter σ meningkatkan nilai $-\theta'(0)$. Ini menunjukkan bahawa peningkatan kesan gelinciran dapat menyebabkan penipisan ketebalan lapisan sempadan terma, dan seterusnya meningkatkan nombor Nusselt setempat.

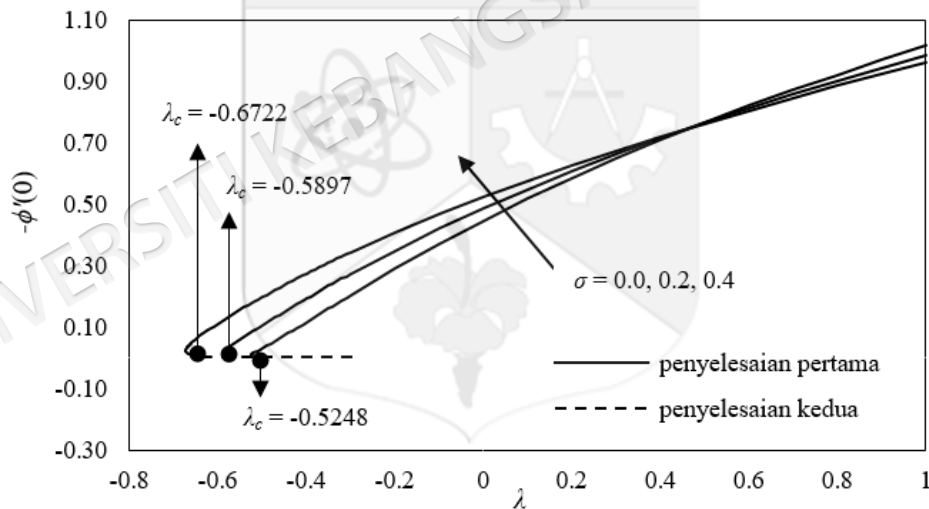
Selanjutnya, peningkatan nilai parameter σ meningkatkan nilai $-\phi'(0)$ seperti ditunjukkan dalam Rajah 5.32. Peningkatan kesan gelinciran ini menyebabkan penipisan ketebalan lapisan sempadan kepekatan, dan seterusnya meningkatkan kadar pemindahan jisim pada permukaan.



Rajah 5-30 Perubahan $f''(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai σ apabila $\phi_1 = \phi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.2$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air



Rajah 5-31 Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai σ apabila $\phi_1 = \phi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.2$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air



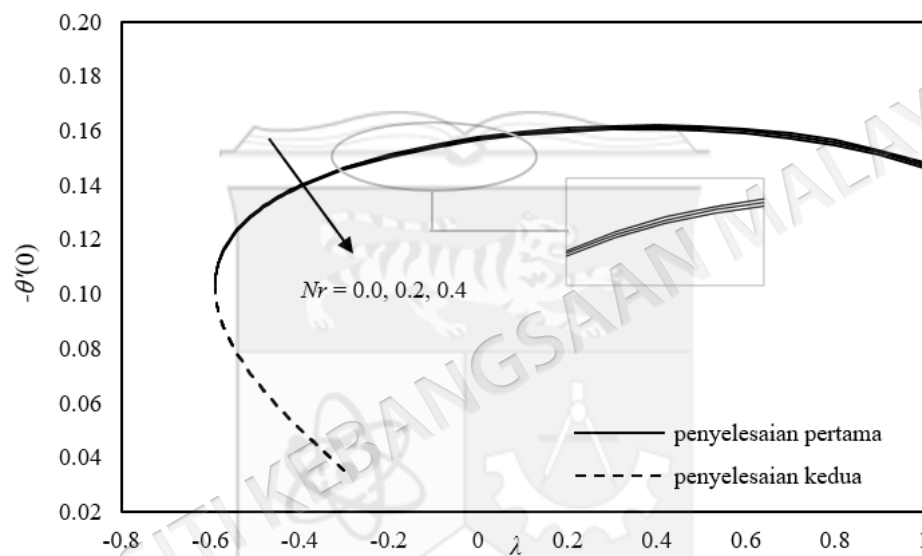
Rajah 5-32 Perubahan $-\phi'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai σ apabila $\phi_1 = \phi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.2$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

e. Kesan Radiasi Termal

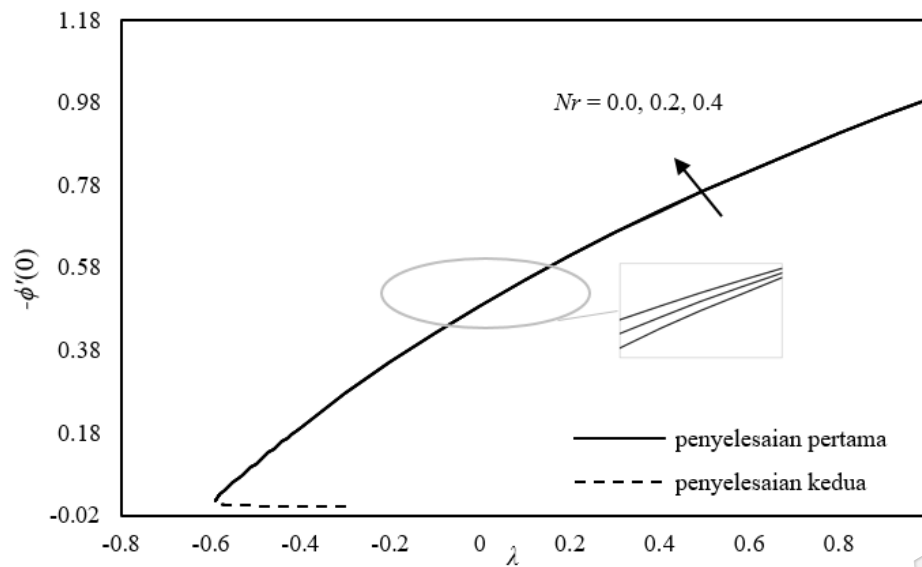
Rajah 5.33 dan 5.34 masing-masing menunjukkan nombor Nusselt setempat $-\theta'(0)$ dan nombor Sherwood setempat $-\phi'(0)$ terhadap parameter nisbah halaju bagi beberapa nilai parameter Nr untuk nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air. Berdasarkan Rajah 5.33, peningkatan nilai Nr mengurangkan nilai $-\theta'(0)$. Ini menunjukkan bahawa kesan

radiasi terma dalam lapisan sempadan bertindak dengan cara meningkatkan ketebalan lapisan sempadan terma. Oleh itu, dengan peningkatan nilai Nr , fluks haba permukaan menurun.

Seterusnya, Rajah 5.34 pula menunjukkan dengan peningkatan nilai Nr akan meningkatkan nilai $-\phi'(0)$. Ini bermakna, kesan radiasi terma dalam lapisan sempadan dapat menipiskan ketebalan lapisan sempadan kepekatan dan seterusnya meningkatkan fluks jisim permukaan.



Rajah 5-33 Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nr apabila $\phi_1 = \phi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.2$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air



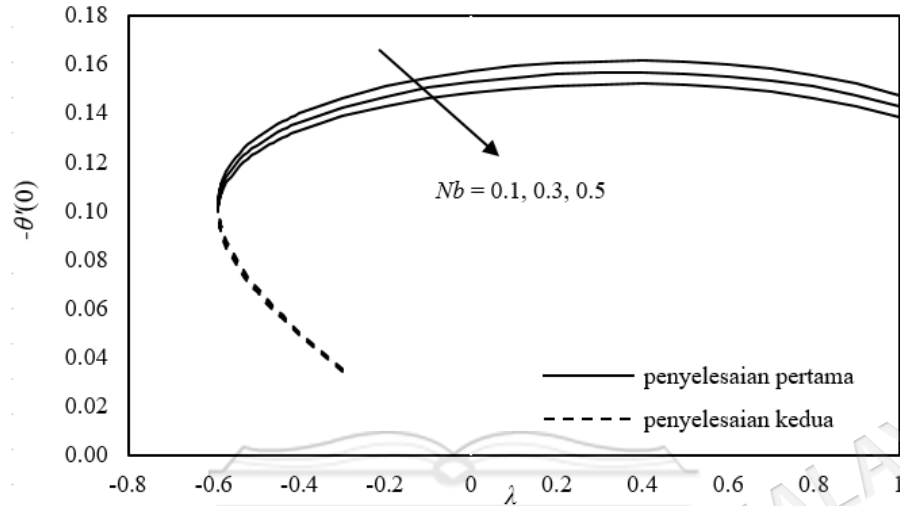
Rajah 5-34 Perubahan $-\phi'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nr apabila $\phi_1 = \phi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.2$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

f. Kesan Gerakan Brown

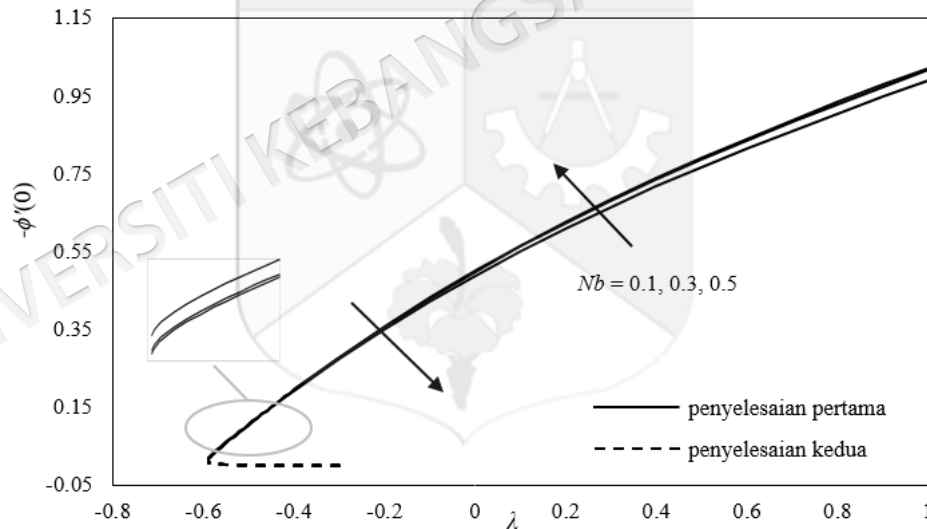
Nombor Nusselt setempat $-\theta'(0)$ terhadap parameter nisbah halaju bagi beberapa nilai parameter gerakan Brown Nb untuk nanobendalir hibrid diberikan dalam Rajah 5.35. Dapat diperhatikan pada Rajah 5.35, bagi setiap nilai λ , peningkatan nilai Nb mengurangkan nilai $-\theta'(0)$. Keputusan ini menunjukkan bahawa kesan gerakan Brown boleh mengurangkan kadar pemindahan haba. daripada aspek fizikal, kesan gerakan Brown mempercepatkan aliran bendalir yang mana akan menyebabkan kelikatan bendalir pada permukaan menjadi kurang, dan seterusnya merendahkan kadar pemindahan haba.

Berikutnya, kesan peningkatan nilai gerakan Brown terhadap nombor Sherwood setempat $-\phi'(0)$ ditunjukkan dalam Rajah 5.36. Dalam rantau aliran membantu, peningkatan nilai Nb didapati memberi kesan kepada peningkatan nilai $-\phi'(0)$. Ini adalah kerana kesan gerakan Brown dalam aliran lapisan sempadan dapat meningkatkan kecerunan kepekatan pada permukaan dan seterusnya meningkatkan kadar pemindahan jisim. Manakala, dalam rantau aliran menentang, peningkatan nilai parameter Nb didapati mengurangkan nilai $-\phi'(0)$. Ini adalah kerana dalam rantau aliran menentang,

kecerunan kepekatan bertindak dalam arah yang bertentangan, menyebabkan aliran bendalir menjadi perlahan, dan seterusnya mengurangkan kadar pemindahan jisim.



Rajah 5-35 Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nb apabila $\phi_1 = \phi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

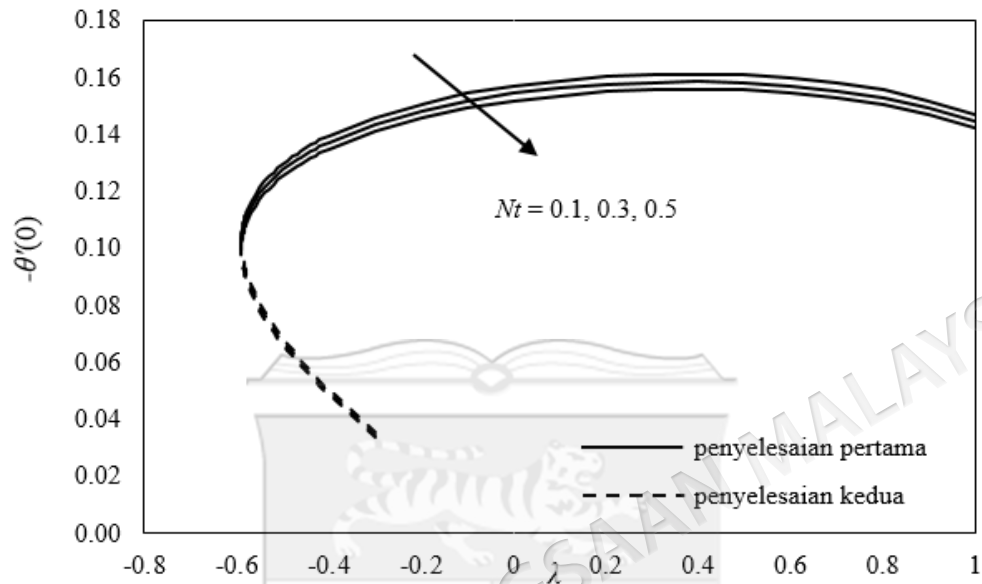


Rajah 5-36 Perubahan $-\phi'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nb apabila $\phi_1 = \phi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

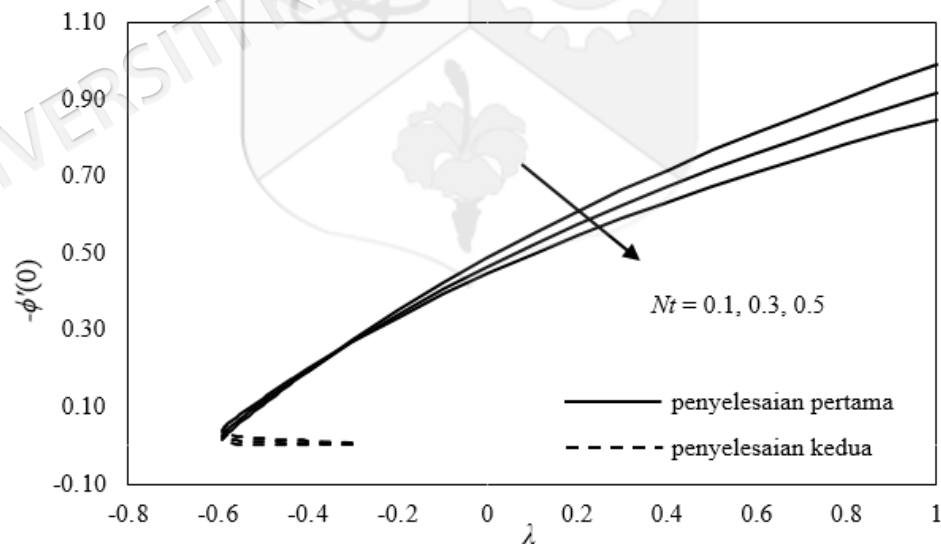
g. Kesan Termoforesis

Nombor Nusselt setempat $-\theta'(0)$ dan nombor Sherwood setempat $-\phi'(0)$ terhadap parameter nisbah halaju masing-masing ditunjukkan dalam Rajah 5.37 dan 5.38, untuk beberapa nilai parameter Nt bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air.

Berdasarkan rajah-rajah ini, peningkatan nilai Nt mengurangkan nilai $-\theta'(0)$ dan $-\phi'(0)$. Secara fizikal, kesan termoforesis mengakibatkan pengurangan kelikatan aliran bendalir, menyebabkan aliran bendalir menjadi perlahan, dan seterusnya merendahkan kadar pemindahan haba dan jisim.



Rajah 5-37 Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nt apabila $\phi_1 = \phi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

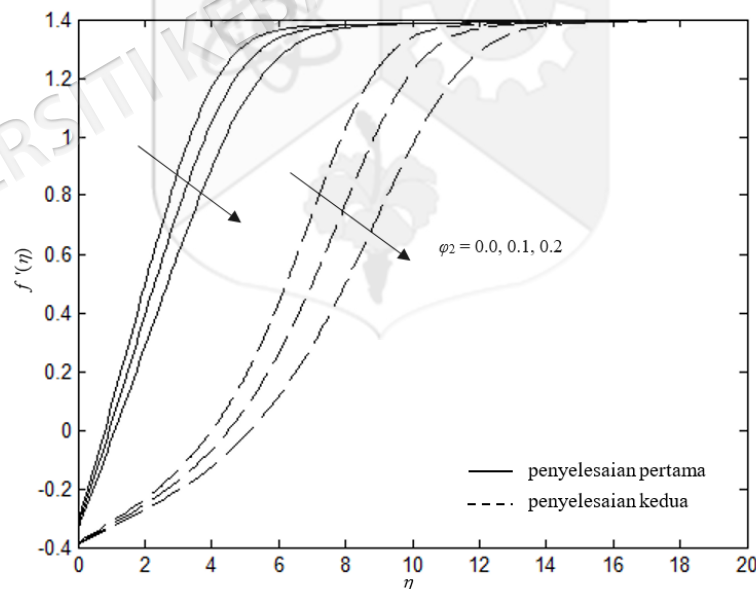


Rajah 5-38 Perubahan $-\phi'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nt apabila $\phi_1 = \phi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

h. Profil Halaju, Suhu dan Kepekatan

Semua profil halaju, suhu dan kepekatan dalam Rajah 5.39 – 5.53 bagi penyelesaian pertama dan kedua didapati memenuhi syarat sempadan (5.26) dan menyokong kewujudan penyelesaian dual dalam Rajah 5.24 – 5.38. Rajah-rajah tersebut turut menunjukkan kesemua profil menumpu secara asimptot.

Rajah 5.39 menunjukkan profil halaju $f'(\eta)$ untuk beberapa nilai parameter pecahan isi padu nanozarah MWCNT ϕ_2 apabila $\lambda = -0.4$ (aliran menentang) bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air. Profil halaju didapati menurun dengan peningkatan nilai ϕ_2 . Dapat diperhatikan daripada rajah tersebut, lapisan sempadan momentum didapati meningkat dengan peningkatan nilai ϕ_2 . Kesannya, kecerunan halaju aliran bendalir berkurang dan menyebabkan aliran bendalir menjadi perlahan. Seterusnya, apabila aliran bendalir menjadi perlahan, tegasan ricih permukaan akan berkurang. Dengan itu, keputusan ini didapati selari dengan keputusan yang diperoleh dalam Rajah 5.24, iaitu nilai $f''(0)$ berkurang dengan peningkatan nilai ϕ_2 pada $\lambda = -0.4$.

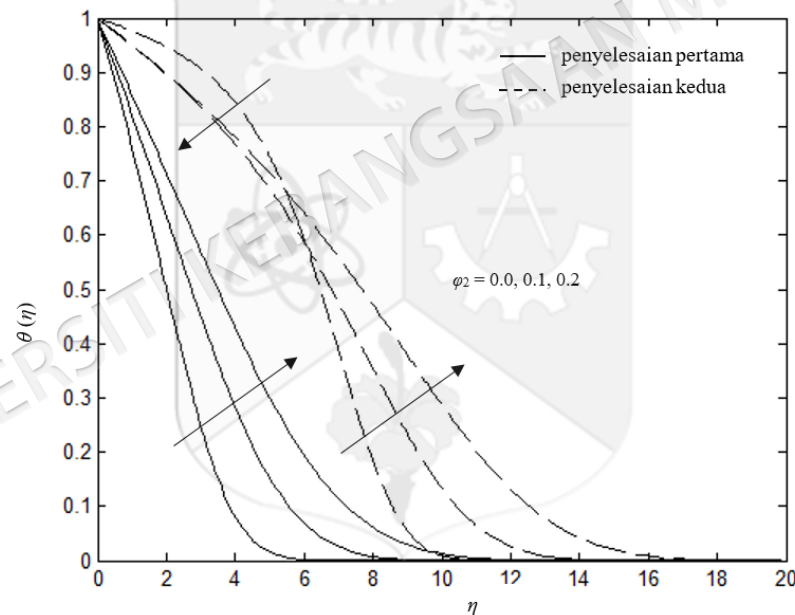


Rajah 5-39 Profil halaju $f'(\eta)$ untuk beberapa nilai ϕ_2 apabila $\lambda = -0.4$, $\phi_1 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

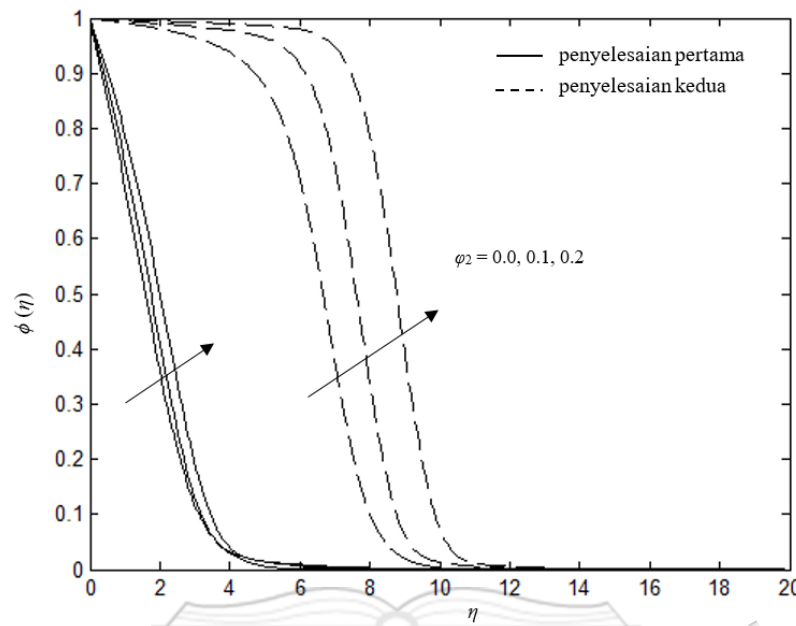
Seterusnya, profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai ϕ_2 ditunjukkan dalam Rajah 5.40. Rajah ini menunjukkan profil suhu dan ketebalan lapisan sempadan terma

meningkat dengan peningkatan nilai φ_2 , manakala kecerunan suhu pada permukaan berkurang. Keadaan ini menyebabkan fluks haba permukaan menurun. Keputusan ini juga dilihat konsisten dengan keputusan dalam Rajah 5.25, yang mana nilai $-\theta'(0)$ berkurang apabila nilai φ_2 meningkat pada $\lambda = -0.4$.

Profil kepekatan $\phi(\eta)$ untuk beberapa nilai φ_2 pula diberikan dalam Rajah 5.41. Dapat diperhatikan daripada rajah tersebut, profil kepekatan didapati meningkat dengan peningkatan nilai φ_2 . Keadaan ini menyebabkan lapisan sempadan kepekatan menjadi semakin menebal, manakala kecerunan kepekatan pada permukaan berkurang. Hal ini mengakibatkan fluks jisim permukaan menurun. Keputusan ini didapati selari dengan keputusan dalam Rajah 5.26; nilai $-\phi'(0)$ berkurang dengan peningkatan nilai φ_2 pada $\lambda = -0.4$.



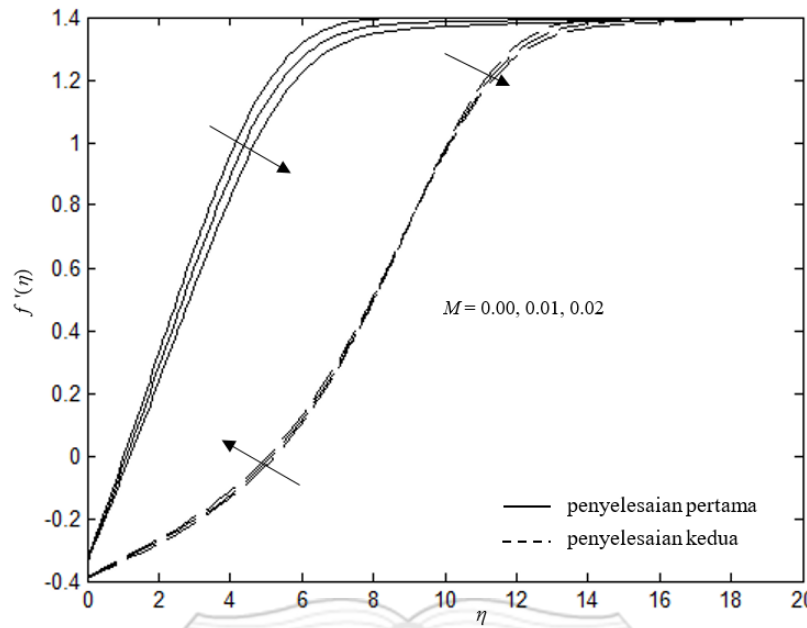
Rajah 5-40 Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai φ_2 apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air



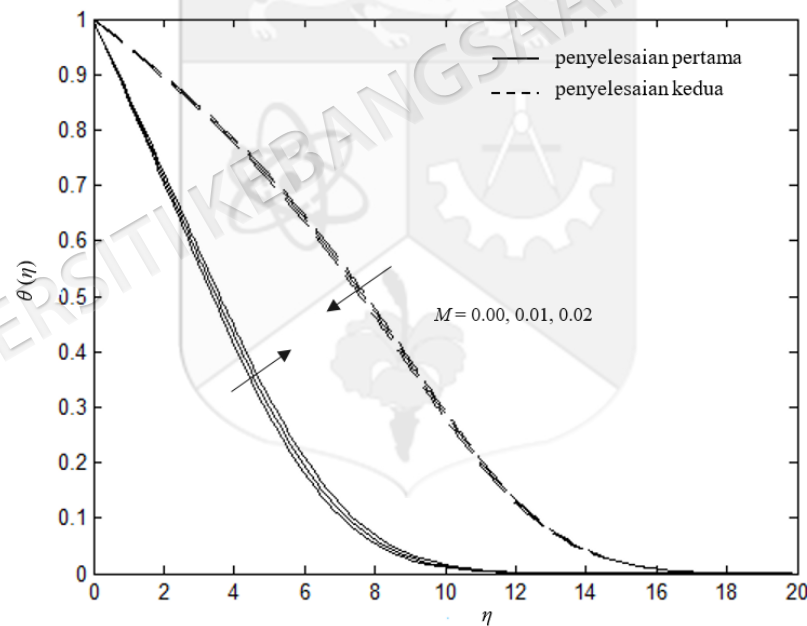
Rajah 5-41 Profil kepekatan $\phi(\eta)$ untuk beberapa nilai ϕ_2 apabila $\lambda = -0.4$, $\phi_1 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

Selanjutnya, profil halaju, suhu dan kepekatan untuk beberapa nilai M ditunjukkan dalam Rajah 5.42 – 5.44. Dapat diperhatikan daripada Rajah 5.42, profil halaju didapati berkurang dengan peningkatan nilai M , dan seterusnya ketebalan lapisan sempadan momentum didapati meningkat. Ini akan menyebabkan penyusutan kecerunan halaju aliran bendalir. daripada aspek fizikal, apabila berlakunya penyusutan kecerunan halaju aliran bendalir, aliran bendalir akan menjadi perlahan. Implikasinya, tegasan ricih permukaan akan berkurang. Keputusan ini didapati konsisten dengan perbincangan sebelum ini; pekali geseran kulit setempat berkurang dengan peningkatan nilai M pada $\lambda = -0.4$.

Rajah 5.43 pula menunjukkan profil suhu meningkat dengan peningkatan nilai M . Dapat diperhatikan daripada rajah ini, ketebalan lapisan terma meningkat apabila nilai M meningkat, dan menyebabkan kecerunan suhu pada permukaan berkurang. Oleh itu, berlakunya penyusutan fluks haba pada permukaan, dan keputusan ini disokong oleh Rajah 5.28; nombor Nusselt setempat berkurang dengan peningkatan nilai M pada $\lambda = -0.4$.



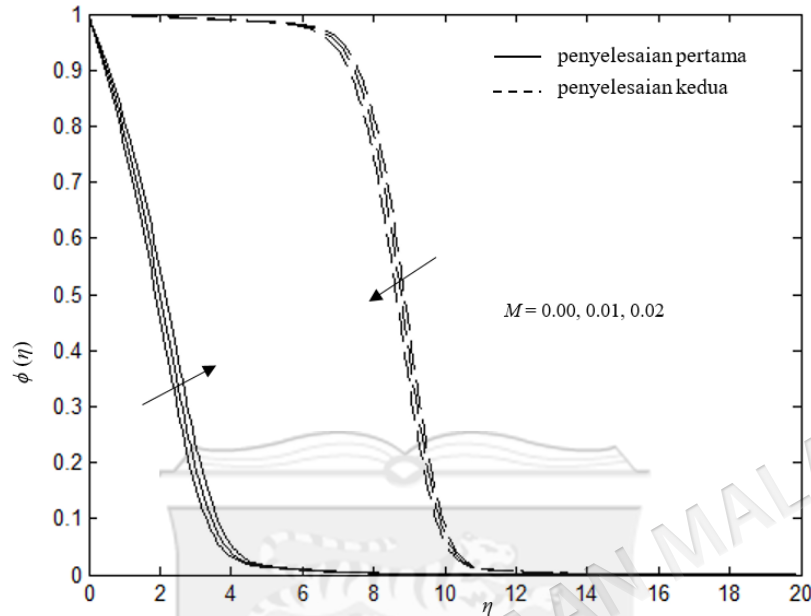
Rajah 5-42 Profil halaju $f'(\eta)$ untuk beberapa nilai M apabila $\lambda = -0.4$, $\phi_1 = \phi_2 = 0.2$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air



Rajah 5-43 Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai M apabila $\lambda = -0.4$, $\phi_1 = \phi_2 = 0.2$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

Selanjutnya, Rajah 5.44 menunjukkan profil kepekatan $\phi(\eta)$ untuk beberapa nilai M . Rajah ini menunjukkan profil kepekatan dan ketebalan lapisan sempadan kepekatan meningkat dengan peningkatan nilai M , manakala kecerunan kepekatan pada permukaan berkurang. Ini menyebabkan fluks jisim permukaan menurun. Dengan itu,

keputusan ini didapati konsisten dengan keputusan dalam Rajah 5.29, iaitu nombor Sherwood setempat berkurang apabila nilai M meningkat.

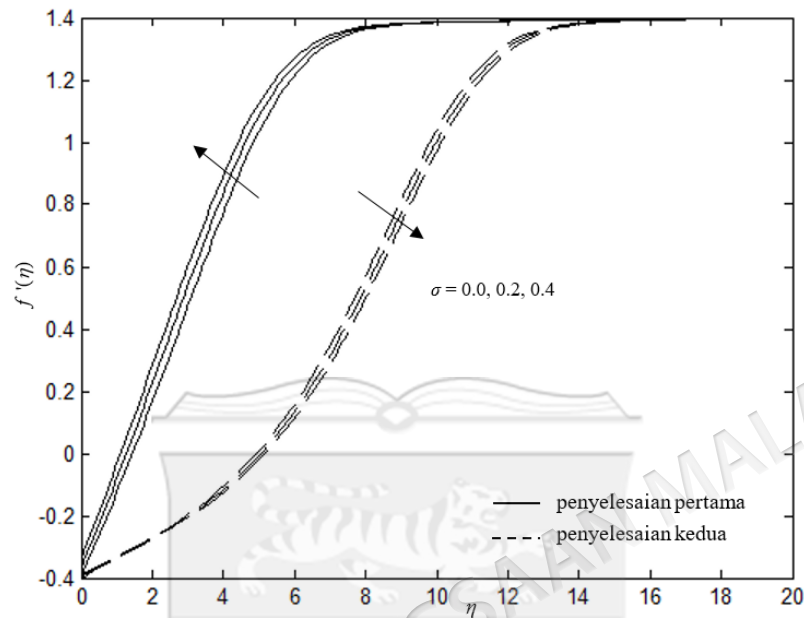


Rajah 5-44 Profil kepekatan $\phi(\eta)$ untuk beberapa nilai M apabila $\lambda = -0.4$, $\phi_1 = \phi_2 = 0.2$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

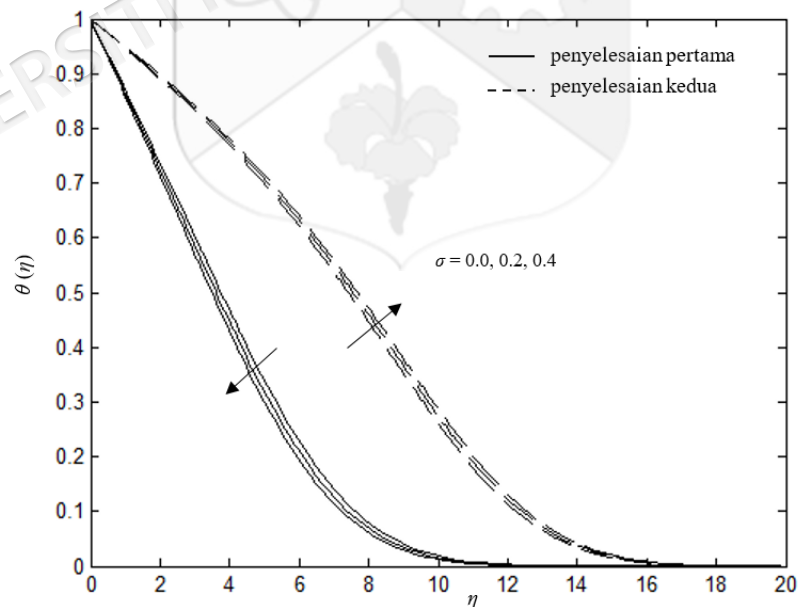
Rajah 5.45 menunjukkan profil halaju $f'(\eta)$ untuk beberapa nilai parameter gelinciran σ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air apabila $\lambda = -0.4$. Profil halaju didapati meningkat dengan peningkatan nilai σ . Manakala, ketebalan lapisan sempadan momentum didapati menurun apabila nilai σ meningkat. Ini mengakibatkan kecerunan halaju aliran bendalir meningkat, dan seterusnya menyebabkan aliran bendalir menjadi semakin cepat. Ini akan meningkatkan tegasan ricih permukaan. Dengan itu, keputusan ini selari dengan keputusan dalam Rajah 5.30, iaitu nilai $f''(0)$ meningkat dengan peningkatan nilai σ pada $\lambda = -0.4$.

Profil suhu dan profil kepekatan untuk beberapa nilai σ apabila $\lambda = -0.4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air masing-masing ditunjukkan dalam Rajah 5.46 dan 5.47. Berdasarkan rajah-rajah tersebut, profil suhu dan profil kepekatan didapati semakin menyusut, dan keadaan ini menyebabkan ketebalan lapisan sempadan terma dan kepekatan turut menyusut. Manakala, kecerunan suhu dan kepekatan pada permukaan didapati meningkat. Oleh hal yang demikian, fluks haba permukaan dan

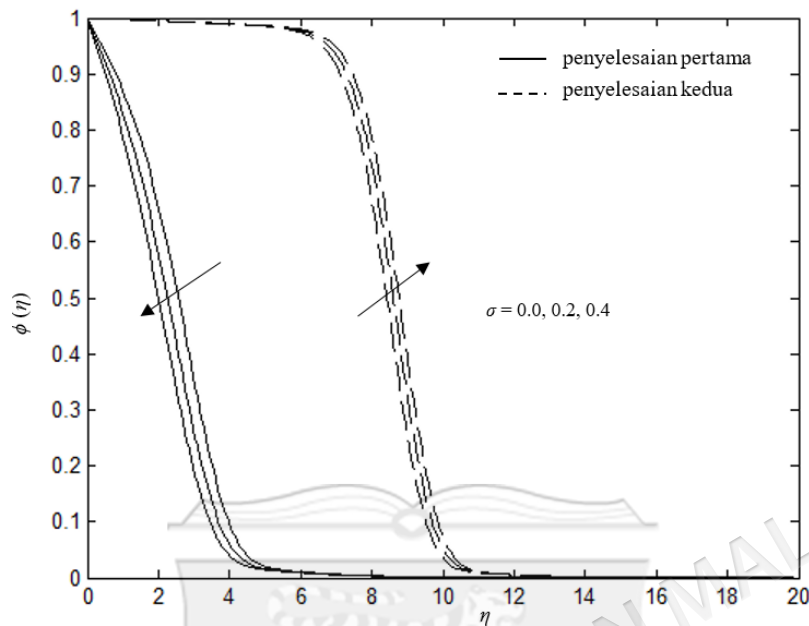
fluks jisim akan meningkat. Keputusan ini disokong dengan perbincangan sebelum ini dalam Rajah 5.31 dan 5.32, iaitu nombor Nusselt setempat dan nombor Sherwood setempat meningkat apabila nilai σ meningkat dalam rantau aliran menentang.



Rajah 5-45 Profil halaju $f'(\eta)$ untuk beberapa nilai σ apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.2$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air



Rajah 5-46 Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai σ apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.2$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

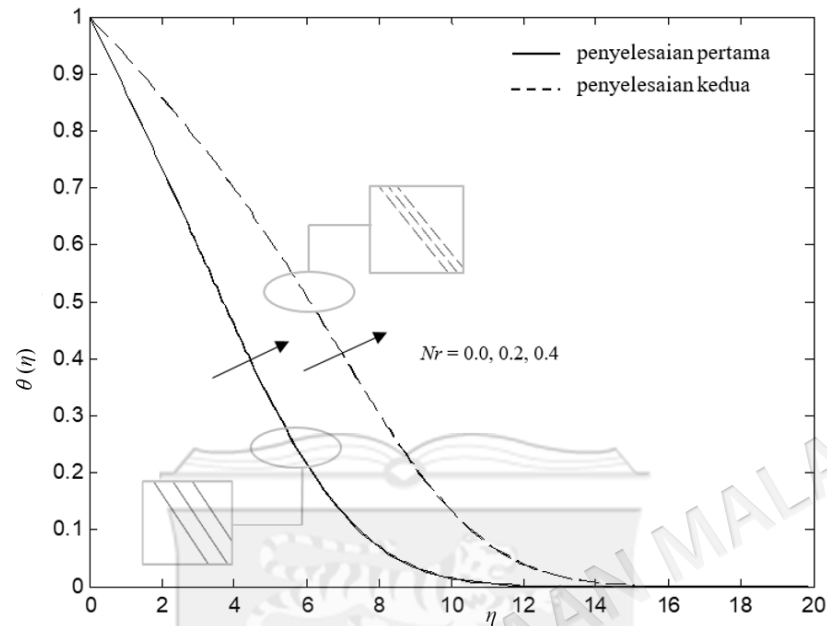


Rajah 5-47 Profil kepekatan $\phi(\eta)$ untuk beberapa nilai M apabila $\lambda = -0.4$, $\phi_1 = \phi_2 = 0.2$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

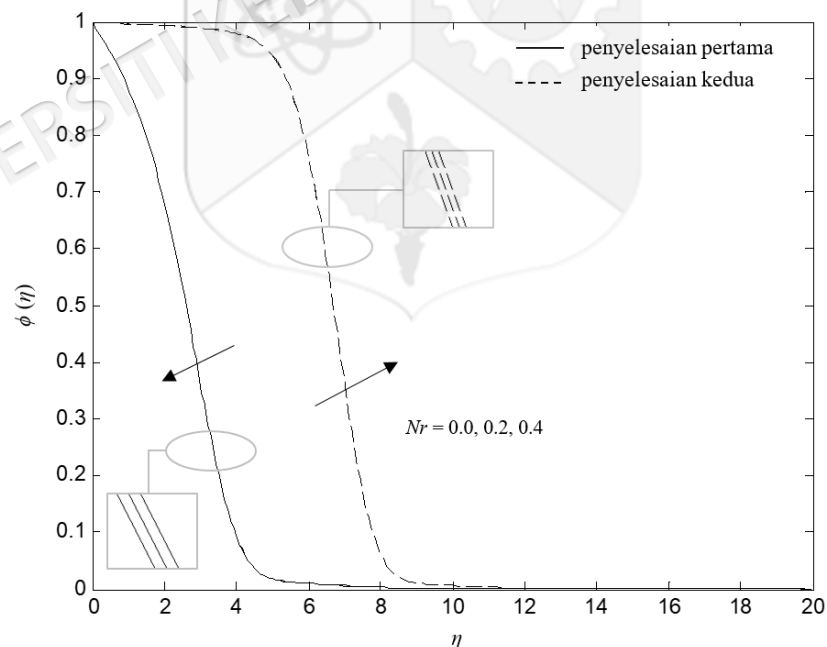
Dalam pada itu, Rajah 5.48 menunjukkan profil suhu untuk beberapa nilai Nr bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air dalam rantau menentang ($\lambda = -0.4$). Berdasarkan pemerhatian pada rajah, profil suhu dan ketebalan lapisan sempadan terma didapati meningkat. Di samping itu, kecerunan suhu pada permukaan pula didapati berkurangan sekali gus mengakibatkan fluks haba permukaan berkurangan. Keputusan ini didapati selaras dengan keputusan dalam Rajah 5.33 iaitu nombor Nusselt setempat didapati berkurangan apabila nilai Nr meningkat.

Sementara itu, Rajah 5.49 menunjukkan profil kepekatan untuk beberapa nilai Nr bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air pada $\lambda = -0.4$. Rajah tersebut menunjukkan profil kepekatan menyusut dengan peningkatan nilai Nr . Hal ini menyebabkan ketebalan lapisan sempadan kepekatan akan menipis. Namun begitu, boleh dilihat daripada rajah tersebut, kecerunan kepekatan didapati meningkat dengan peningkatan nilai Nr . Oleh itu, fluks jisim pada permukaan meningkat dengan peningkatan nilai Nr . Dengan itu, keputusan ini dilihat konsisten dengan perbincangan

sebelum ini; nombor Sherwood setempat meningkat dengan peningkatan nilai Nr dalam rantau aliran menentang.

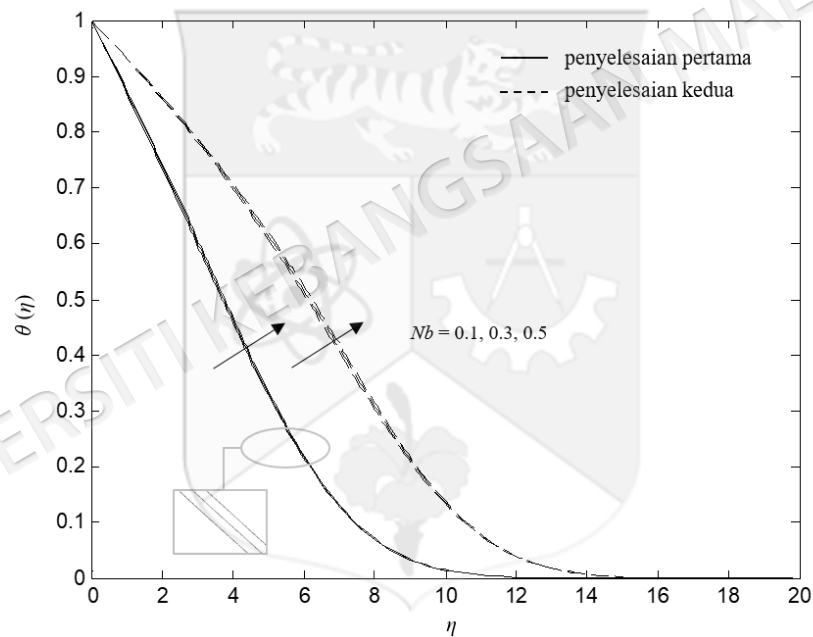


Rajah 5-48 Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai Nr apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.2$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

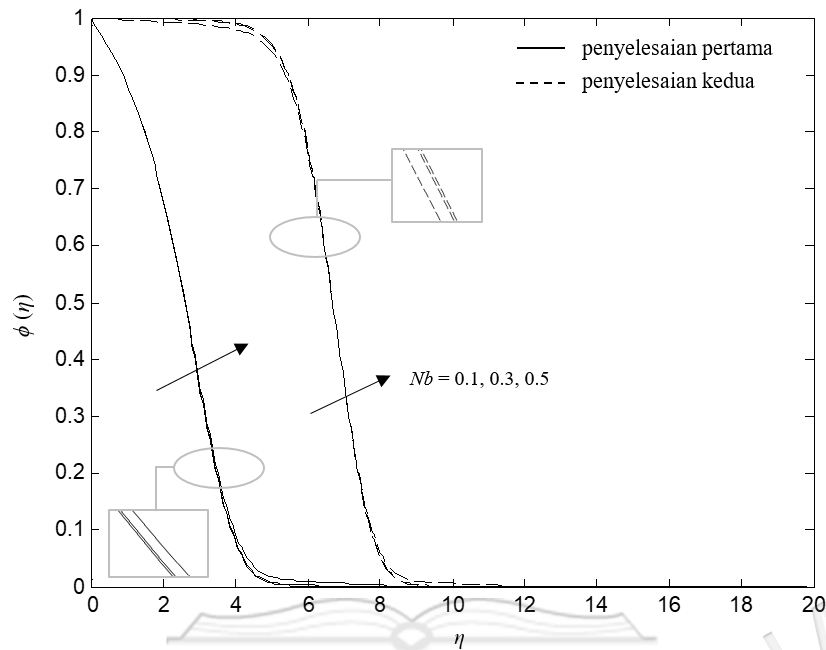


Rajah 5-49 Profil kepekatan $\phi(\eta)$ untuk beberapa nilai Nr apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $\sigma = 0.2$, $Nb = Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

Rajah 5.50 dan 5.51 pula menunjukkan profil suhu dan profil kepekatan untuk beberapa nilai kesan gerakan Brown Nb pada $\lambda = -0.4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air. Berdasarkan pemerhatian pada rajah-rajah tersebut, didapati profil suhu dan profil kepekatan meningkat dengan peningkatan nilai Nb . Hal ini menyebabkan ketebalan lapisan sempadan terma dan lapisan sempadan kepekatan menjadi tebal. daripada Rajah 5.50 tersebut, boleh dilihat bahawa kecerunan suhu berkurangan dengan peningkatan nilai Nb , dan seterusnya menyebabkan fluks haba pada permukaan menurun. Selain itu, peningkatan nilai gerakan Brown menyebabkan kecerunan kepekatan meningkat, dan seterusnya meningkatkan fluks jisim pada permukaan. Keputusan ini disokong oleh Rajah 5.35 dan 5.36; nombor Nusselt setempat dan nombor Sherwood setempat berkurangan dengan peningkatan nilai Nb .

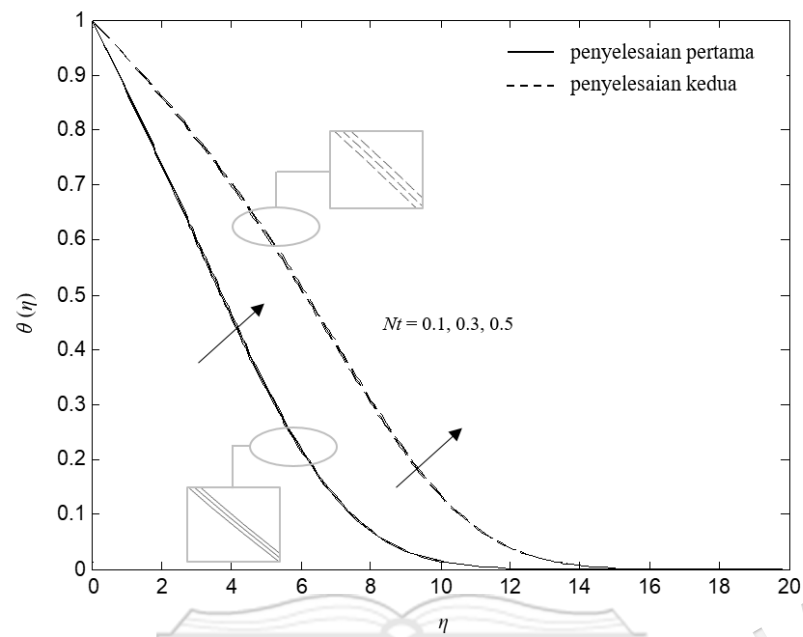


Rajah 5-50 Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai Nb apabila $\lambda = -0.4$, $\phi_1 = \phi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

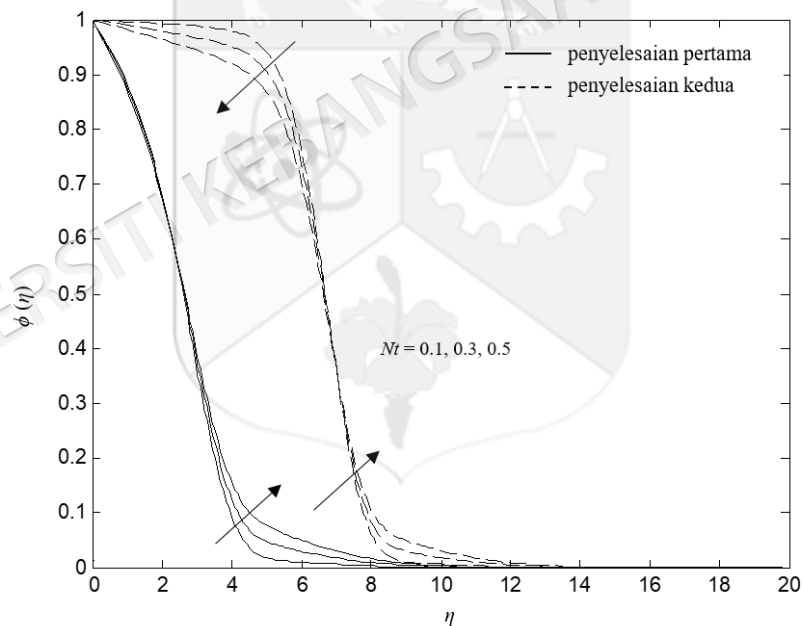


Rajah 5-51 Profil kepekatan $\phi(\eta)$ untuk beberapa nilai Nb apabila $\lambda = -0.4$, $\phi_1 = \phi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nt = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

Selanjutnya, Rajah 5.52 dan 5.53 pula menunjukkan profil suhu dan profil kepekatan untuk beberapa nilai kesan termoforesis Nt pada $\lambda = -0.4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air. Berdasarkan pemerhatian pada rajah-rajah tersebut, didapati profil suhu dan profil kepekatan meningkat dengan peningkatan nilai Nt . Hal ini menyebabkan ketebalan lapisan sempadan terma dan lapisan sempadan kepekatan menjadi tebal. daripada Rajah 5.52 tersebut, boleh dilihat bahawa kecerunan suhu berkurangan dengan peningkatan nilai Nt , dan seterusnya menyebabkan fluks haba pada permukaan menurun. Selain itu, peningkatan nilai termoforesis menyebabkan kecerunan kepekatan menurun, dan seterusnya menurunkan fluks jisim pada permukaan. Keputusan ini disokong oleh Rajah 5.37 dan 5.38; nombor Nusset setempat dan nombor Sherwood setempat berkurangan dengan peningkatan nilai Nt .



Rajah 5-52 Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai Nt apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air



Rajah 5-53 Profil kepekatan $\phi(\eta)$ untuk beberapa nilai Nt apabila $\lambda = -0.4$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = \sigma = 0.2$, $Nb = 0.1$ dan $Le = 4$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

5.4 KESIMPULAN

Daripada Bab 5, dapat disimpulkan bahawa dalam nanobendalir hibrid, melalui model Tiwari dan Das,

- i) Peningkatan parameter pecahan isi padu nanozarah MWCNT didapati mengurangkan nilai pekali geseran kulit dan kadar pemindahan haba.
- ii) Peningkatan nilai kesan medan magnet berupaya meningkatkan nilai pekali geseran kulit dan kadar pemindahan haba pada permukaan dan seterusnya ketebalan lapisan sempadan momentum dan terma akan menurun.
- iii) Peningkatan nilai kesan radiasi terma didapati mengurangkan nilai kadar pemindahan haba dan seterusnya ketebalan lapisan sempadan terma akan meningkat.

Seterusnya, melalui model aliran bersama dalam Bahagian 5.3, didapati

- i) Kesan radiasi terma didapati meningkatkan kadar pemindahan jisi pada permukaan, yang mana menyebabkan ketebalan lapisan sempadan kepekatan menurun dan seterusnya meningkatkan fluks jisim permukaan.
- ii) Peningkatan kesan gerakan Brown dan termoforesis mengurangkan nilai kadar pemindahan haba dan jisim. Ini menyebabkan lapisan sempadan terma dan kepekatan meningkat.

Oleh itu, dapat disimpulkan model aliran bersama lebih bagus berbanding model Tiwari dan Das kerana model tersebut menerangkan kesan parameter-parameter menakluk seperti gerakan Brown dan termoforesis termasuk pecahan isi padu nanozarah. Manakala, model Tiwari dan Das hanya menerangkan kesan parameter menakluk pecahan isi padu nanozarah.

BAB VI

ANALISIS PENYELESAIAN DUAL BAGI ALIRAN MHD DAN PEMINDAHAN HABA MENGGUNAKAN ANALISIS BERSTATISTIK

6.1 PENGENALAN

Bab ini menghuraikan secara terperinci keputusan kajian berdasarkan kepada dapatan-dapatan yang diperoleh daripada analisa data menggunakan program SPSS (*Statistical Package for School Science*). Bab ini menerangkan tentang analisis statistik yang akan diguna bagi menyiasat penyelesaian dual. Kebiasaannya, penyelidik seperti Anuar et al. (2017), Naganthran et al. (2018), Nur Syazana et al. (2019), Waini et al. (2019b) dan ramai lagi menggunakan analisis kestabilan untuk menentukan penyelesaian yang stabil dan tidak stabil. Dalam pendekatan ini kaedah berstatistik digunakan bagi melihat ciri-ciri penyelesaian dual tanpa menggunakan analisis kestabilan, tetapi keputusan yang diperoleh adalah mencapai objektif yang sama seperti kaedah analisis kestabilan. Untuk menjalankan analisis berstatistik data nombor Nusselt setempat dan nombor Sherwood setempat bagi nanobendalir mono dan hibrid dalam aliran bersama digunakan dengan parameter menaakluk ϕ , M , σ , Nb dan Nt . Ini adalah kerana data tersebut menunjukkan kadar pemindahan haba yang bagus berbanding data lain. Secara ringkasnya, dalam bab ini, pertama sekali ujian kenormalan dijalankan bagi menentukan penyelesaian dual yang diperoleh adalah daripada taburan normal dan dibincangkan di bahagian 6.2. Kemudian, bahagian 6.3 akan membincangkan keputusan ujian- t yang dilakukan ke atas penyelesaian dual untuk memastikan terdapatnya perbezaan min antara penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua. Seterusnya, bahagian 6.4 akan membincangkan analisis regresi dan diikuti dengan kesimpulan dalam bahagian 6.5.

6.2 UJIAN KENORMALAN

Dalam tesis ini, ujian kenormalan digunakan untuk menentukan bahawa penyelesaian pertama dan kedua yang diperoleh adalah menepati andaian data bertabur secara

taburan normal atau tidak. Ujian kenormalan ini adalah sangat penting kerana syarat-syarat yang perlu dipenuhi untuk mencapai andaian asas prosedur statistik ialah memerlukan data yang bertaburan normal, yang mana taburan normal merupakan taburan terpenting dalam statistik.

Oleh itu, dalam bahagian ini, dua ujian kenormalan iaitu ujian kenormalan Shapiro-Wilk (S-W) dan ujian kenormalan Anderson-Darling (A-D) digunakan ke atas set data Nusselt setempat dan nombor Sherwood setempat untuk nanobendalir SWCNT-air dan nanobendalir SWCNT-MWCNT/air.

6.2.1 Ujian Kenormalan dalam Nanobendalir SWCNT-air

Hasil keputusan untuk ujian kenormalan ditunjukkan dalam Jadual 6.1 – 6.6. Jadual 6.1 menunjukkan hasil ujian kenormalan ke atas parameter pecahan isi padu nanozarah ϕ untuk nilai $\phi = 0.0, 0.1$ dan 0.2 dalam nanobendalir SWCNT-air. Berdasarkan daripada jadual tersebut, apabila $\phi = 0.0$, statistik ujian untuk penyelesaian pertama bagi ujian kenormalan Shapiro-Wilk (S-W) adalah 0.8856 manakala statistik ujian Anderson Darling (A-D) menunjukkan nilai 0.7167 . Bagi nilai ϕ yang sama, statistik ujian untuk penyelesaian kedua bagi ujian S-W dan A-D masing-masing ialah 0.9021 dan 0.5906 . Seterusnya, untuk $\phi = 0.1$, nilai statistik ujian kenormalan S-W untuk penyelesaian pertama dan kedua masing-masing adalah 0.9747 dan 0.9743 . Manakala nilai statistik ujian kenormalan A-D untuk penyelesaian pertama dan kedua masing-masing adalah 0.9041 dan 0.1881 . Begitu juga untuk nilai $\phi = 0.2$, nilai statistik untuk penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua bagi ujian kenormalan S-W masing-masing memberikan nilai 0.8778 dan 0.8712 . Nilai statistik A-D pula memberikan nilai 0.5863 dan 0.6126 untuk penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua. daripada jadual, dapat dilihat nilai- p untuk pecahan isi padu nanotub karbon pada $0.0, 0.1$ dan 0.2 , masing-masing memberikan nilai yang besar daripada 0.05 . Berdasarkan hipotesis nol dan alternatif yang dinyatakan pada Bahagian 3.4.1, apabila nilai- p besar daripada 0.05 , hipotesis nol akan ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Oleh itu, taburan untuk penyelesaian pertama dan kedua bagi ϕ adalah taburan normal. Dengan itu, keputusan ini menunjukkan bahawa penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua untuk $\phi = 0.0, 0.1$ dan 0.2 bertaburan normal.

Seterusnya, Jadual 6.2 menunjukkan nilai statistik dan nilai- p bagi parameter σ untuk Nombor Nusselt setempat dalam nanobendalir SWCNT-air. Berdasarkan jadual tersebut, apabila $\sigma = 0.1, 0.3$ dan 0.5 , nilai statistik S-W bagi penyelesaian pertama masing-masing adalah $0.9250, 0.9572, 0.9043$, manakala nilai statistik S-W bagi penyelesaian kedua masing-masing adalah $0.9240, 0.9568$ dan 0.9023 . Selanjutnya, apabila $\sigma = 0.1, 0.3$ dan 0.5 , nilai statistik A-D bagi penyelesaian pertama masing-masing adalah $0.4169, 0.2173$ dan 0.5330 , manakala nilai A-D bagi penyelesaian kedua pula masing-masing adalah $0.4245, 0.2162$ dan 0.5439 . Daripada jadual tersebut, nilai- p bagi kedua-dua ujian kenormalan untuk penyelesaian pertama dan kedua pada $\sigma = 0.1, 0.3$ dan 0.5 didapati lebih besar daripada 0.05 . Berdasarkan hipotesis nol dan alternatif yang dinyatakan pada Bahagian 3.4.1, apabila nilai- p besar daripada 0.05 , hipotesis nol akan ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Oleh itu, keputusan ini menunjukkan bahawa penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua adalah bertabur secara normal.

Jadual 6.3 pula menunjukkan nilai statistik dan nilai- p bagi parameter gerakan Brown Nb untuk nombor Nusselt setempat dalam aliran nanobendalir SWCNT-air. Apabila $Nb = 0.1, 0.3$ dan 0.5 , nilai statistik bagi ujian kenormalan S-W untuk penyelesaian pertama masing-masing adalah $0.9664, 0.9663$ dan 0.9662 , manakala nilai statistik S-W untuk penyelesaian kedua pula masing-masing adalah $0.9672, 0.9663$ dan 0.9673 . Bagi ujian kenormalan A-D pula, apabila $Nb = 0.1, 0.3$ dan 0.5 , nilai statistik untuk penyelesaian pertama masing-masing adalah $0.1682, 0.1686$ dan 0.1690 . Manakala bagi penyelesaian kedua masing-masing memberikan nilai statistik A-D $0.1651, 0.1645$ dan 0.1640 . Nilai- p bagi penyelesaian pertama dan kedua untuk kedua-dua ujian kenormalan S-W dan A-D apabila $Nb = 0.1, 0.3$ dan 0.5 dilihat besar daripada aras keertian 0.05 . Dengan itu, keputusan ini menunjukkan bahawa taburan penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua bagi $Nb = 0.1, 0.3$ dan 0.5 adalah taburan normal.

Jadual 6-1 Ujian Kenormalan Shapiro-Wilk dan Anderson Darling ke atas Nombor Nusselt setempat ke atas parameter ϕ bagi SWCNT-air

Ujian Kenormalan		Nombor Nusselt setempat					
		ϕ					
		0.0		0.1		0.2	
		Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua
Shapiro-Wilk	Statistik ujian	0.8856	0.9021	0.9747	0.9743	0.8778	0.8712
	Nilai- p	0.0575	0.1025	0.9624	0.9595	0.0822	0.0676
Anderson Darling	Statistik ujian	0.7167	0.5906	0.1871	0.1881	0.5863	0.6126
	Nilai- p	0.0615	0.1236	0.9041	0.9024	0.1267	0.1112

Jadual 6-2 Ujian Kenormalan Shapiro-Wilk dan Anderson Darling ke atas Nombor Nusselt setempat ke atas parameter σ bagi SWCNT-air

Ujian Kenormalan		σ					
		0.1		0.3		0.5	
		Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua
		Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua
Shapiro-Wilk	Statistik ujian	0.9250	0.9240	0.9572	0.9568	0.9043	0.9023
	Nilai- p	0.2032	0.1955	0.7756	0.7712	0.1534	0.1436
Anderson Darling	Statistik ujian	0.4169	0.4245	0.2173	0.2162	0.5330	0.5439
	Nilai- p	0.3308	0.3175	0.8425	0.8455	0.1729	0.1623

Jadual 6-3 Ujian Kenormalan Shapiro-Wilk dan Anderson Darling ke atas Nombor Nusselt setempat ke atas parameter Nb bagi SWCNT-air

Ujian Kenormalan		Nb					
		0.1		0.3		0.5	
		Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua
Shapiro-Wilk	Statistik ujian	0.9664	0.9672	0.9663	0.9663	0.9662	0.9673
	Nilai- p	0.8902	0.8983	0.8894	0.8894	0.8876	0.8996
Anderson Darling	Statistik ujian	0.1682	0.1651	0.1686	0.1645	0.1690	0.1640
	Nilai- p	0.9364	0.9414	0.9357	0.9423	0.9350	0.9431

Jadual 6.4 – 6.6 pula menunjukkan nilai statistik dan nilai- p untuk nombor Sherwood setempat dalam aliran nanobendalir SWCNT-air untuk beberapa parameter menakluk. Berdasarkan Jadual 6.4, hasil ujian kenormalan ke atas parameter φ untuk nilai $\varphi = 0.0, 0.1$ dan 0.2 dalam nanobendalir SWCNT-air, nilai statistik S-W bagi penyelesaian pertama masing-masing adalah 0.9006, 0.9739 dan 0.8658, manakala nilai S-W bagi penyelesaian kedua pula masing-masing memberikan 0.8862, 0.9747 dan 0.8863. Seterusnya, nilai statistik A-D bagi penyelesaian pertama apabila $\varphi = 0.0, 0.1$ dan 0.2 masing-masing adalah 0.6043, 0.1887 dan 0.6335, manakala nilai A-D bagi penyelesaian kedua masing-masing adalah 0.7119, 0.1863 dan 0.5558. Daripada jadual tersebut juga nilai- p untuk penyelesaian pertama dan kedua apabila $Nb = 0.1, 0.3$ dan 0.5 didapati lebih besar daripada 0.05. Keputusan ini menunjukkan penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua apabila $Nb = 0.1, 0.3$ dan 0.5 adalah bertabur secara normal.

Untuk parameter gelinciran σ , keputusan ujian kenormalan ke atas nombor Sherwood setempat bagi nilai $\sigma = 0.1, 0.3$ dan 0.5 dalam nanobendalir SWCNT-air ditunjukkan dalam Jadual 6.5. Daripada jadual tersebut, nilai statistik S-W bagi penyelesaian pertama apabila $\sigma = 0.1, 0.3$ dan 0.5 masing-masing adalah 0.9338, 0.9588 dan 0.9550, manakala nilai statistik A-D pula masing-masing adalah 0.3541, 0.2093 dan 0.2256. Seterusnya, bagi penyelesaian kedua apabila $\sigma = 0.1, 0.3$ dan 0.5 , nilai statistik S-W masing-masing adalah 0.9088, 0.9550 dan 0.955, manakala nilai statistik A-D pula masing-masing adalah 0.5329, 0.2256 dan 0.2256. daripada nilai- p yang diperoleh dalam Jadual 6.5, nilai- p bagi penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua didapati lebih besar daripada aras keertian 0.05. Keputusan ini menunjukkan bahawa taburan data nombor Sherwood setempat bagi parameter gelinciran adalah taburan normal.

Selanjutnya, untuk parameter gerakan Brown, keputusan ujian kenormalan ke atas nombor Sherwood setempat dalam nanobendalir SWCNT-air ditunjukkan dalam Jadual 6.6. Berdasarkan jadual tersebut, apabila nilai $Nb = 0.1, 0.3$ dan 0.5 , nilai statistik S-W bagi penyelesaian pertama masing-masing adalah 0.9676, 0.9677 dan 0.9677, manakala nilai statistik A-D pula masing-masing memberikan 0.1628, 0.1622 dan 0.1622. Seterusnya, apabila nilai $Nb = 0.1, 0.3$ dan 0.5 , nilai statistik S-W bagi

penyelesaian kedua masing-masing memberikan 0.9590, 0.9512 dan 0.9487, manakala nilai statistik A-D pula masing-masing adalah 0.2018, 0.7853 dan 0.2484. Berikutnya, nilai- p dalam jadual tersebut turut menunjukkan nilai yang besar, iaitu lebih daripada 0.05. Berdasarkan pemerhatian terhadap Jadual 6.6, didapati penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua untuk nombor Nusselt setempat bagi parameter Nb adalah bertaburan normal.



Jadual 6-4 Ujian Kenormalan Shapiro-Wilk dan Anderson Darling ke atas Nombor Sherwood setempat ke atas parameter ϕ bagi SWCNT-air

Ujian Kenormalan		Nombor Sherwood setempat					
		ϕ					
		0.0		0.1		0.2	
		Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua
Shapiro-Wilk	Statistik ujian	0.9006	0.8862	0.9739	0.9747	0.8658	0.8863
	Nilai- p	0.0973	0.0587	0.9570	0.9625	0.0578	0.1056
Anderson Darling	Statistik ujian	0.6043	0.7119	0.1887	0.1863	0.6335	0.5558
	Nilai- p	0.1165	0.0632	0.9014	0.9055	0.0987	0.1516

Jadual 6-5 Ujian Kenormalan Shapiro-Wilk dan Anderson Darling ke atas Nombor Sherwood setempat ke atas parameter σ bagi SWCNT-air

Ujian Kenormalan		σ					
		0.1		0.3		0.5	
		Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua
		Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua
Shapiro-Wilk	Statistik ujian	0.9338	0.9088	0.9588	0.9550	0.9550	0.9550
	Nilai- p	0.2796	0.1112	0.7975	0.7454	0.7454	0.7454
Anderson Darling	Statistik ujian	0.3541	0.5329	0.2093	0.2256	0.2256	0.2256
	Nilai- p	0.4627	0.1730	0.8629	0.8199	0.8199	0.8199

Jadual 6-6 Ujian Kenormalan Shapiro-Wilk dan Anderson Darling ke atas Nombor Sherwood setempat ke atas parameter Nb bagi SWCNT-air

Ujian Kenormalan		Nb					
		0.1		0.3		0.5	
		Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua
Shapiro-Wilk	Statistik ujian	0.9676	0.9590	0.9677	0.9512	0.9677	0.9487
	Nilai- p	0.9026	0.7999	0.9041	0.6927	0.9043	0.6586
Anderson Darling	Statistik ujian	0.1628	0.2018	0.1622	0.7853	0.1622	0.2484
	Nilai- p	0.9451	0.8802	0.9458	0.2372	0.9460	0.7500

6.2.2 Ujian Kenormalan dalam Nanobendalir Hibrid SWCNT-MWCNT/air

Seterusnya, ujian kenormalan bagi nombor Nusselt setempat dan nombor Sherwood setempat untuk penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua dalam nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air bagi pecahan isi padu nanozarah, kesan medan magnet dan termoforesis ditunjukkan dalam Jadual 6.7 – 6.12. Jadual 6.7 menunjukkan nilai statistik untuk ujian kenormalan S-W dan A-D ke atas data nombor Nusselt setempat dalam nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air bagi beberapa nilai ϕ . Berdasarkan jadual ini, apabila $\phi = 0.0, 0.1$ dan 0.2 , nilai statistik S-W bagi penyelesaian pertama masing-masing memberikan nilai 0.9108, 0.9281 dan 0.9057, manakala nilai statistik A-D bagi penyelesaian pertama memberikan nilai 0.6422, 0.3185 dan 0.5660. Seterusnya, nilai S-W bagi penyelesaian kedua untuk apabila $\phi = 0.0, 0.1$ dan 0.2 , masing-masing adalah 0.9107, 0.9320 dan 0.8712, manakala nilai A-D bagi penyelesaian kedua masing-masing adalah 0.6435, 0.3014 dan 0.6126. Berikutnya, daripada jadual tersebut, penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua didapati memberikan nilai- $p > 0.05$. Berdasarkan keputusan ujian kenormalan ini, penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua bagi nombor Nusselt setempat apabila $\phi = 0.0, 0.1$ dan 0.2 adalah bertaburan normal.

Jadual 6.8 pula menunjukkan ujian kenormalan ke atas nombor Nusselt setempat dalam nanobendalir hibrid bagi beberapa nilai M . Untuk penyelesaian pertama, nilai statistik S-W masing-masing memberikan 0.9476, 0.9392 dan 0.9357, manakala nilai statistik A-D pula masing-masing ialah 0.3908, 0.2861 dan 0.3881 apabila $M = 0.00, 0.01$ dan 0.02 . Selanjutnya, untuk penyelesaian kedua pula, nilai statistik S-W masing-masing ialah 0.9448, 0.8991 dan 0.9325, manakala nilai statistik A-D masing-masing ialah 0.4109, 0.4330 dan 0.3955 apabila nilai $M = 0.00, 0.01$ dan 0.02 . Di samping itu, nilai- p bagi penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua mempunyai nilai lebih besar daripada 0.05. Oleh itu, keputusan ini menunjukkan taburan untuk penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua untuk nombor Nusselt setempat dalam nanobendalir hibrid adalah taburan normal.

Berikutnya, Jadual 6.9 menunjukkan ujian kenormalan ke atas nombor Nusselt setempat dalam nanobendalir hibrid bagi beberapa nilai Nt . Apabila nilai $Nt = 0.1, 0.3$

dan 0.5, nilai S-W bagi penyelesaian pertama masing-masing adalah 0.9587, 0.9361 dan 0.9359. Manakala, nilai statistik A-D bagi penyelesaian pertama masing-masing adalah 0.2079, 0.2712 dan 0.2712 apabila $Nt = 0.1$, 0.3 dan 0.5. Seterusnya, nilai S-W bagi penyelesaian kedua apabila $Nt = 0.1$, 0.3 dan 0.5 masing-masing adalah 0.9622, 0.9391 dan 0.9399, manakala nilai A-D pula masing-masing adalah 0.1937, 0.2580 dan 0.2580. Berdasarkan daripada Jadual 6.9, nilai- p bagi penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua memberikan nilai- $p > 0.05$. Berdasarkan keputusan analisis kenormalan ini, penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua untuk nombor Nusselt setempat dalam nanobendalir hibrid bagi beberapa nilai Nt adalah bertabur secara normal.



Jadual 6-7 Ujian Kenormalan Shapiro-Wilk dan Anderson Darling ke atas Nombor Nusselt setempat bagi SWCNT-MWCNT/air untuk beberapa nilai φ

Ujian Kenormalan		Nombor Nusselt setempat					
		φ					
		0.0		0.1		0.2	
		Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua
Shapiro-Wilk	Statistik ujian	0.9108	0.9107	0.9281	0.9320	0.9057	0.8712
	Nilai- p	0.0890	0.0885	0.4500	0.4924	0.1876	0.0676
Anderson Darling	Statistik ujian	0.6422	0.6435	0.3185	0.3014	0.5660	0.6126
	Nilai- p	0.0940	0.0933	0.5359	0.5787	0.1428	0.1112

Jadual 6-8 Ujian Kenormalan Shapiro-Wilk dan Anderson Darling ke atas Nombor Nusselt setempat bagi SWCNT-MWCNT/air untuk beberapa nilai M

		M					
		0.00		0.01		0.02	
		Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua
Shapiro-Wilk	Statistik ujian	0.9476	0.9448	0.9392	0.8991	0.9357	0.9325
	Nilai- p	0.4868	0.4470	0.5313	0.1837	0.4441	0.4079
Anderson Darling	Statistik ujian	0.3908	0.4109	0.2861	0.4330	0.3881	0.3955
	Nilai- p	0.3809	0.3418	0.6249	0.3031	0.3865	0.3715

Jadual 6-9 Ujian Kenormalan Shapiro-Wilk dan Anderson Darling ke atas Nombor Nusselt setempat bagi SWCNT-MWCNT/air untuk beberapa nilai Nt

		Nt					
		0.1		0.3		0.5	
		Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua
Shapiro-Wilk	Statistik ujian	0.9587	0.9622	0.9361	0.9391	0.9359	0.9393
	Nilai- p	0.8266	0.8665	0.5403	0.5768	0.5375	0.5786
Anderson Darling	Statistik ujian	0.2079	0.1937	0.2712	0.2580	0.2712	0.2580
	Nilai- p	0.8661	0.8934	0.6737	0.7183	0.6738	0.7182

Jadual 6.10 pula menunjukkan ujian kenormalan ke atas nombor Sherwood setempat dalam nanobendalir hibrid bagi beberapa nilai ϕ . Untuk penyelesaian pertama, didapati daripada jadual tersebut, nilai statistik S-W apabila $\phi = 0.0, 0.1$ dan 0.2 masing-masing adalah $0.9018, 0.9428$ dan 0.8782 . Manakala nilai statistik A-D untuk penyelesaian pertama apabila $\phi = 0.0, 0.1$ dan 0.2 masing-masing adalah $0.7043, 0.2520$ dan 0.7162 . Selain itu, nilai S-W untuk penyelesaian kedua pula masing-masing memberikan nilai $0.9120, 0.9071$ dan 0.9284 , manakala nilai A-D untuk penyelesaian kedua masing-masing ialah $0.6430, 0.4153$ dan 0.4414 . Di samping itu, nilai- p turut memberikan nilai yang besar untuk kedua-dua ujian kenormalan ke atas penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua, sekaligus mencadangkan taburan untuk kedua-dua penyelesaian adalah taburan normal.

Selanjutnya, Jadual 6.11 pula menunjukkan ujian kenormalan ke atas nombor Sherwood setempat dalam nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air bagi beberapa nilai M . Berdasarkan jadual tersebut, nilai statistik S-W untuk penyelesaian pertama apabila $M = 0.00, 0.01$ dan 0.02 masing-masing adalah $0.9273, 0.8759$ dan 0.9255 . Manakala nilai statistik A-D untuk penyelesaian pertama pula masing-masing adalah $0.5237, 0.5218$ dan 0.4321 . Seterusnya, untuk penyelesaian kedua, nilai statistik S-W apabila nilai $M = 0.00, 0.01$ dan 0.02 masing-masing memberikan nilai $0.9518, 0.9089$ dan 0.9421 . Manakala, nilai statistik A-D untuk penyelesaian kedua apabila $M = 0.00, 0.01$ dan 0.02 masing-masing adalah $0.3359, 0.3869$ dan 0.3524 . Selain itu, berdasarkan jadual tersebut, nilai- p turut menunjukkan bahawa penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua dalam nanobendalir hibrid adalah bertaburan normal.

Jadual 6.12 pula menunjukkan ujian kenormalan ke atas nombor Sherwood setempat bagi beberapa nilai Nt . Apabila $Nt = 0.1, 0.3$ dan 0.5 , nilai statistik S-W untuk penyelesaian pertama masing-masing memberikan nilai $0.9714, 0.9469$ dan 0.9463 , manakala nilai statistik A-D pula masing-masing adalah $0.1937, 0.2239$ dan 0.2273 . Seterusnya, untuk penyelesaian kedua apabila $Nt = 0.1, 0.3$ dan 0.5 , nilai statistik S-W masing-masing adalah $0.9321, 0.9204$ dan 0.9245 , manakala nilai statistik A-D masing-masing adalah $0.3167, 0.3440$ dan 0.3229 . Didapati nilai- p adalah besar iaitu melebihi 0.05 , dengan itu, disimpulkan bahawa penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua bagi beberapa nilai Nt dalam nanobendalir hibrid adalah bertaburan normal.

Jadual 6-10 Ujian Kenormalan Shapiro-Wilk dan Anderson Darling ke atas Nombor Sherwood setempat bagi SWCNT-MWCNT/air untuk beberapa nilai ϕ

Ujian Kenormalan		Nombor Sherwood setempat					
		ϕ					
		0.0		0.1		0.2	
		Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua
Shapiro-Wilk	Statistik ujian	0.9018	0.9120	0.9428	0.9071	0.8782	0.9284
	Nilai- p	0.0618	0.0933	0.6226	0.2675	0.0832	0.3633
Anderson Darling	Statistik ujian	0.7043	0.6430	0.2520	0.4153	0.7162	0.4414
	Nilai- p	0.0660	0.0935	0.7382	0.3338	0.0617	0.2893

Jadual 6-11 Ujian Kenormalan Shapiro-Wilk dan Anderson Darling ke atas Nombor Sherwood setempat bagi SWCNT-MWCNT/air untuk beberapa nilai M

		M					
		0.00		0.01		0.02	
		Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua
Shapiro-Wilk	Statistik ujian	0.9273	0.9518	0.8759	0.9089	0.9255	0.9421
	Nilai- p	0.2484	0.5529	0.0963	0.2409	0.3351	0.5259
Anderson Darling	Statistik ujian	0.5237	0.3359	0.5218	0.3869	0.4321	0.3524
	Nilai- p	0.1824	0.5061	0.1844	0.3890	0.3045	0.4669

Jadual 6-12 Ujian Kenormalan Shapiro-Wilk dan Anderson Darling ke atas Nombor Sherwood setempat bagi SWCNT-MWCNT/air untuk beberapa nilai Nt

		Nt					
		0.1		0.3		0.5	
		Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua	Penyelesaian Pertama	Penyelesaian Kedua
Shapiro-Wilk	Statistik ujian	0.9714	0.9321	0.9469	0.9204	0.9463	0.9245
	Nilai- p	0.9505	0.4931	0.6762	0.3738	0.6682	0.4126
Anderson Darling	Statistik ujian	0.1937	0.3167	0.2239	0.3440	0.2273	0.3229
	Nilai- p	0.8934	0.5398	0.8245	0.4879	0.8150	0.5269

6.3 PERBEZAAN MIN ANTARA PENYELESAIAN PERTAMA DAN KEDUA

Memandangkan set data penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua untuk nombor Nusselt setempat dan nombor Sherwood setempat bagi nanobendalir mono dan hibrid adalah bertaburan secara normal, maka set data tersebut digunakan untuk menentukan sama ada min penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua berbeza secara signifikan atau tidak. Sebelum menjalankan analisis ujian- t , pengujian hipotesis diperlukan yang bertujuan untuk menentukan penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua ada perbezaan yang signifikan. Dalam bahagian ini, hipotesis nol ialah tidak terdapat perbezaan min yang signifikan antara penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua, manakala hipotesis alternatif pula menyatakan terdapat perbezaan min yang signifikan antara penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua. Untuk menentukan adakah terdapat perbezaan min yang signifikan atau tidak, nilai- p mestilah kecil daripada aras keertian $\alpha = 0.05$. Sekiranya nilai- p kecil daripada 0.05, maka hipotesis nol akan ditolak, dan seterusnya dirumuskan terdapat perbezaan min antara penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua.

Jadual 6.13 menunjukkan ujian- t ke atas set data penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua bagi nombor Nusselt setempat dan nombor Sherwood setempat dalam nanobendalir mono SWCNT-air untuk beberapa nilai pecahan isi padu nanotub karbon dinding tunggal ϕ . Daripada jadual tersebut, nilai- t untuk nombor Nusselt setempat apabila $\phi = 0.0, 0.1$ dan 0.2 masing-masing adalah 2.0555, 2.0860 dan 2.0739. Manakala, nilai- t untuk nombor Nusselt setempat apabila $\phi = 0.0, 0.1$ dan 0.2 masing-masing adalah 2.0518, 2.0860 dan 2.0739. Berdasarkan jadual tersebut, dapatan kajian mendapati nilai- p bagi nombor Nusselt setempat dan nombor Sherwood setempat menghampiri nilai 0.000. Nilai- p ini lebih kecil daripada $\alpha = 0.05$. Oleh itu, hipotesis nol ditolak. Maka, terdapat perbezaan yang signifikan antara penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua bagi nanobendalir mono.

Seterusnya, Jadual 6.14 pula menunjukkan perbezaan min antara penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua bagi beberapa nilai parameter σ dalam nanobendalir SWCNT-air. Berdasarkan jadual tersebut, nilai- t untuk nombor Nusselt setempat apabila $\sigma = 0.1, 0.3$ dan 0.5 masing-masing adalah 2.0423, 2.0860 dan 2.0639.

Manakala, nilai- t untuk nombor Sherwood setempat apabila $\sigma = 0.1, 0.3$ dan 0.5 masing-masing bernilai 2.0555, 2.0860 dan 2.0796. daripada Jadual 8.14, nilai- p bagi nombor Nusselt setempat dan nombor Sherwood setempat didapati bernilai $0.000 < 0.05$. Keputusan ini menunjukkan bahawa terdapat perbezaan min yang signifikan antara penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua.

Seterusnya, Jadual 6.15 menunjukkan ujian- t ke atas nombor Nusselt setempat dan nombor Sherwood setempat bagi beberapa nilai parameter Nb . Berdasarkan jadual tersebut, nilai- t untuk nombor Nusselt setempat apabila $Nb = 0.1, 0.3$ dan 0.5 masing-masing adalah 2.0930, 2.1009 dan 2.1009. Di samping itu, nilai- t untuk nombor Sherwood setempat apabila $Nb = 0.1, 0.3$ dan 0.5 masing-masing adalah 2.1788, 2.2010 dan 2.2010. Berdasarkan jadual tersebut, nilai- p bagi nombor Nusselt setempat dan nombor Sherwood setempat adalah kurang daripada 0.05. Keputusan ini menunjukkan bahawa terdapat perbezaan min antara penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua untuk nombor Nusselt setempat dan nombor Sherwood setempat.

Selanjutnya, ujian- t ke atas perbezaan min antara penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua ke atas nombor Nusselt setempat dan nombor Sherwood setempat bagi parameter pecahan isi padu nanotub karbon mutidinding φ_2 , kesan medan magnet dan termoforesis dalam nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air ditunjukkan dalam Jadual 6.16 – 6.18. Jadual 6.16 menunjukkan ujian- t bagi beberapa nilai parameter φ_2 ke atas nombor Nusselt setempat dan nombor Sherwood setempat. Didapati daripada jadual tersebut, nilai- t untuk nombor Nusselt setempat apabila $\varphi_2 = 0.0, 0.1$ dan 0.2 masing-masing adalah 2.0322, 2.1009 dan 2.0739. Di samping itu, nilai- t untuk nombor Sherwood setempat apabila $Nb = 0.1, 0.3$ dan 0.5 masing-masing adalah 2.0687, 2.1314 dan 2.1098. Daripada jadual tersebut, nilai- p untuk parameter φ_2 untuk nombor Nusselt setempat dan nombor Sherwood setempat menghampiri nilai 0.0000. Keputusan ini menunjukkan bahawa terdapat perbezaan min yang signifikan antara penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua untuk nombor Nusselt setempat dan nombor Sherwood setempat.

Selain itu, ujian- t bagi beberapa parameter M ke atas penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua dalam nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air ditunjukkan

dalam Jadual 6.17. Apabila $M = 0.00, 0.01$ dan 0.02 , nilai- t untuk nombor Nusselt setempat masing-masing bernilai 2.0484, 2.1448 dan 2.0739. Seterusnya, bagi nilai $M = 0.00, 0.01$ dan 0.02 , nilai- t untuk nombor Sherwood setempat masing-masing adalah 2.0796, 2.2281 dan 2.2281. Di samping itu, berdasarkan jadual tersebut nilai- p turut didapati kecil (≈ 0.000) untuk nombor Nusselt setempat dan nombor Sherwood setempat. Nilai ini menunjukkan bahawa terdapat perbezaan min yang signifikan antara penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua untuk nombor Nusselt setempat dan nombor Sherwood setempat dalam nanobendalir hibrid.

Berikutnya, ujian- t ke atas penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua untuk nombor Nusselt setempat dan nombor Sherwood setempat bagi beberapa nilai parameter Nt dalam nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air ditunjukkan dalam Jadual 6.18. Apabila $Nt = 0.1, 0.3$ dan 0.5 , nilai- t bagi nombor Nusselt setempat adalah 2.1009, manakala nilai- t untuk nombor Sherwood setempat masing-masing adalah 2.2010, 2.1788 dan 2.1604. Berdasarkan jadual ini, nilai- p untuk nombor Nusselt setempat dan nombor Sherwood setempat pula memberikan nilai- p (0.0000) < 0.05 . Berdasarkan keputusan analisis ujian- t ini, dirumuskan bahawa terdapat perbezaan min antara penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua bagi beberapa nilai Nt .

Jadual 6-13 Ujian- t ke atas set data penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua untuk SWCNT-air untuk beberapa nilai ϕ

	ϕ					
	0.0		0.1		0.2	
	Nilai- t	Nilai- p	Nilai- t	Nilai- p	Nilai- t	Nilai- p
Nombor Nusselt setempat	2.0555	0.0000	2.0860	0.0000	2.0739	0.0000
Nombor Sherwood setempat	2.0518	0.0000	2.0860	0.0000	2.0739	0.0000

Jadual 6-14 Ujian- t ke atas set data penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua untuk SWCNT-air untuk beberapa nilai σ

	σ					
	0.1		0.3		0.5	
	Nilai- t	Nilai- p	Nilai- t	Nilai- p	Nilai- t	Nilai- p
Nombor Nusselt setempat	2.0423	0.0000	2.0860	0.0000	2.0639	0.0000
Nombor Sherwood setempat	2.0555	0.0000	2.0860	0.0000	2.0796	0.0000

Jadual 6-15 Ujian- t ke atas set data penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua untuk SWCNT-air untuk beberapa nilai Nb

	Nb					
	0.1		0.3		0.5	
	Nilai- t	Nilai- p	Nilai- t	Nilai- p	Nilai- t	Nilai- p
Nombor Nusselt setempat	2.0930	0.0000	2.1009	0.0000	2.1009	0.0000
Nombor Sherwood setempat	2.1788	0.0000	2.2010	0.0000	2.2010	0.0000

Jadual 6-16 Ujian- t ke atas set data penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua untuk SWCNT-MWCNT/air bagi beberapa nilai ϕ

	ϕ					
	0.0		0.1		0.2	
	Nilai- t	Nilai- p	Nilai- t	Nilai- p	Nilai- t	Nilai- p
Nombor Nusselt setempat	2.0322	0.000	2.1009	0.0000	2.0739	0.0000
Nombor Sherwood setempat	2.0687	0.000	2.1314	0.0000	2.1098	0.0000

Jadual 6-17 Ujian- t ke atas set data penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua untuk SWCNT-MWCNT/air bagi beberapa nilai ϕ

	M					
	0.00		0.01		0.02	
	Nilai- t	Nilai- p	Nilai- t	Nilai- p	Nilai- t	Nilai- p
Nombor Nusselt setempat	2.0484	0.0000	2.1448	0.0000	2.0739	0.0000
Nombor Sherwood setempat	2.0796	0.0000	2.2281	0.0000	2.2281	0.0000

Jadual 6-18 Ujian- t ke atas set data penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua untuk SWCNT-MWCNT/air bagi beberapa nilai Nt

	Nt					
	0.1		0.3		0.5	
	Nilai- t	Nilai- p	Nilai- t	Nilai- p	Nilai- t	Nilai- p
Nombor Nusselt setempat	2.1009	0.0000	2.1009	0.0000	2.1009	0.0000
Nombor Sherwood setempat	2.2010	0.0000	2.1788	0.0000	2.1604	0.0000

6.4 ANALISIS REGRESI

Seterusnya, regresi linear berganda dan regresi kuadratik untuk menganggarkan nilai nombor Nusselt setempat sebagai pemboleh ubah tak bersandar dengan menggabungkan kesan pecahan isi padu nanotub karbon dinding pelbagai (MWCNT) ϕ_2 , kesan gelinciran σ , kesan medan magnet M dan kesan radiasi terma Nr . Berikut adalah model regresi linear berganda dan model regresi kuadratik:

$$Nu_{est} = Nu_r + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4, \quad \dots(6.1)$$

$$Nu_{est} = Nu_r + b_1x^2 + b_2x, \quad \dots(6.2)$$

dengan a_1, a_2, a_3, a_4 dan b_1, b_2 masing-masing mewakili pekali regresi linear dan kuadratik berganda, Nu_{est} ialah nilai jangkaan nombor Nusselt setempat dan Nu_r pula pintasan nilai nombor Nusselt setempat. Dengan menjalankan regresi linear berganda dan kuadratik, data nombor Nusselt setempat untuk 30 set nilai ϕ_2 , σ , M dan Nr dijalankan.

Nilai pekali korelasi R^2 juga dikira untuk nombor Nusselt setempat. Nilai $R^2 > 0.7$ mendefinisikan hubungan linear yang kuat antara pemboleh ubah bagi setiap parameter. Selain itu, ralat ketara pekali korelasi ini juga dianggarkan. Ini adalah penting untuk menilai ketepatan pekali korelasi. Seterusnya, ralat relatif mutlak maksimum ξ juga dimasukkan dalam kajian ini. ξ boleh dicari daripada ungkapan berikut:

$$\xi = \left| \frac{Nu_{est} - Nu_x (Re_x)^{-1/2}}{Nu_x (Re_x)^{-1/2}} \right|. \quad \dots(6.3)$$

Selanjutnya, model regresi linear berganda diberikan dalam Jadual 6.19 apabila $Pr = 6.2$. Model regresi ini dibuat dalam aliran membantu ($\lambda > 0$). Didapati, nilai korelasi untuk hubungan antara pemboleh ubah bersandar dan pemboleh ubah tak bersandar positif dan sangat baik. Dapat diperhatikan daripada jadual, ralat relatif untuk

pemboleh ubah tak bersandar salah sangat kecil kecuali apabila parameter nisbah halaju pada 0.9 dan 1.

Jadual 6-19 Pekali regresi linear berganda dengan R^2 dan ralat relatif maksimum.

λ	Nu_r	a_1	a_2	a_3	a_4	R	$P.E(R)$	$R/P.E(R)$	ξ
0.1	-0.3089	5.7689	4.8075	-0.5597	-0.6690	0.9175	0.0356	25.7951	0.0081
0.2	0.8742	5.0363	2.7604	-0.1338	-0.9484	0.7239	0.1070	6.7643	0.0164
0.3	-0.5205	5.4462	5.2214	-0.6631	-0.6455	0.9093	0.0389	23.3652	0.0037
0.4	0.6441	-5.2724	5.4430	-0.7146	-0.6247	0.9057	0.0404	22.4170	0.0667
0.5	-0.7789	5.0942	5.6717	-0.7660	-0.5974	0.9023	0.0418	21.6003	0.0081
0.6	-0.9250	4.9162	5.9060	-0.8173	-0.5628	0.8993	0.0430	20.9083	0.0755
0.7	-1.0831	4.7447	6.1449	-0.8688	-0.5205	0.8965	0.0441	20.3126	0.0162
0.8	-1.2547	4.5897	6.3881	-0.9211	-0.4701	0.8939	0.0452	19.7934	0.0395
0.9	-1.4424	4.4675	6.6361	-0.9755	-0.4111	0.8916	0.0461	19.3339	0.2334
1	-1.6511	4.4064	6.8914	-1.0351	-0.3434	0.8894	0.0470	18.9317	0.1730

Selanjutnya, untuk mengkaji kesan parameter nisbah halaju pada kadar pemindahan haba, analisis regresi kuadratik dijalankan. Keputusan analisis ini ditunjukkan dalam Jadual 6.20. Daripada jadual tersebut, nilai jangkaan nombor Nusselt setempat untuk pelbagai nilai pecahan isi padu MWCNT (ϕ_2) dapat diperhatikan. daripada pemerhatian, kadar pemindahan haba berbeza dan ia meningkat dengan signifikan apabila pecahan isi padu MWCNT meningkat. daripada jadual, didapati nilai korelasi antara pemboleh ubah bersandar dan pemboleh ubah tak bersandar adalah positif dan baik.

Jadual 6-20 Pekali regresi kuadratik dengan R^2

λ	ϕ_2	Nu_r	b_1	b_2	R	$P.E(R)$	$R/P.E(R)$
0.1	0.0	1.7205	0.1951	-0.2257	0.9924	0.0032	306.0895
0.6	0.1	2.3640	-0.0319	-0.4206	0.9999	0.00004	23439.2989
0.9	0.2	2.7924	-0.3123	-0.2056	0.9999	0.00002	46880.9421

Seterusnya, ralat relatif mutlak maksimum untuk model regresi kuadratik dalam aliran membantu ditunjukkan pada Jadual 6.21. Daripada pemerhatian, nilai ralat relatif mutlak maksimum sangat kecil.

Jadual 6-21 Ralat relatif mutlak maksimum untuk model regresi kuadratik

λ	φ_2	ξ
0.1	0.0	0.00291
0.6	0.1	0.00095
0.7	0.1	0.00262
0.9	0.2	0.00141
1	0.2	0.00295

Di samping itu, analisis regresi dalam rantau menentang ($\lambda < 0$) turut dijalankan memandangkan penyelesaian dual hanya terdapat dalam rantau ini seperti dalam Jadual 6.22. Namun begitu, berdasarkan Jadual 6.22, hanya pekali untuk parameter pecahan isi padu nanozarah φ_2 dan gelinciran sahaja yang signifikan; nilai- $p < 0.05$, manakala pekali untuk parameter lain seperti parameter kesan magnet M , kesan radiasi terma Nr , gerakan Brown Nb dan termoforesis Nt dilihat mempunyai nilai- p yang besar daripada 0.05. Ini besar kemungkinan disebabkan oleh penyelesaian kedua yang wujud dalam rantau aliran menentang (rujuk Rajah 4.25, 4.30, 4.32 dan 4.34). Oleh itu, memandangkan hanya dua parameter sahaja yang dilihat signifikan, maka analisis selanjutnya iaitu Analisis Komponen Utama (AKU) dijalankan.

Jadual 6-22 Pekali regresi untuk setiap parameter dalam rantau menentang

Parameter	Pekali Regresi	Ralat	Nilai- t	Nilai- p
φ_2	-0.415	0.030	-13.900	0.000
M	-0.430	0.425	-1.012	0.319
σ	0.062	0.021	2.908	0.007
Nr	-0.002	0.021	-0.080	0.938
Nb	-0.015	0.015	-1.033	0.309
Nt	-0.010	0.015	-0.672	0.507

6.5 ANALISIS KOMPONEN UTAMA

Akhir sekali, keputusan analisis komponen utama (AKU) diperoleh dengan menggunakan set data penyelesaian dual dalam nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air yang menggunakan model aliran bersama. Analisis tersebut diperoleh menggunakan perisian SPSS, bertujuan untuk mengenal pasti adakah penyelesaian kedua mempengaruhi kadar pemindahan haba.

Namun begitu, sebelum analisis AKU dijalankan, ujian Kaiser-Meyer-Olkin dan ujian Bartlett perlu dilakukan terlebih dahulu. Hasil ujian ini terhadap beberapa nilai λ

ditunjukkan dalam Jadual 6.23. daripada jadual tersebut, untuk $\lambda = -0.3, -0.4$ dan -0.5 , hasil ujian KMO masing-masing menunjukkan nilai 0.550, dan ini menunjukkan kecukupan pensampelan, manakala ujian Bartlett pula masing memberikan nilai menghampiri sifar. Oleh itu, ujian AKU boleh dijalankan kerana nilai $KMO \geq 0.550$ pada aras keertian $p < 0.05$.

Jadual 6-23 Keputusan ujian KMO dan Bartlett

λ	Ujian	Hasil Ujian
-0.3	Ujian KMO	0.550
	Ujian Bartlett	0.000
-0.4	Ujian KMO	0.550
	Ujian Bartlett	0.000
-0.5	Ujian KMO	0.550
	Ujian Bartlett	0.002

Memandangkan kriteria-kriteria ujian KMO dan Bartlett dipenuhi, analisis AKU boleh dijalankan. Analisis ini bertujuan untuk menentukan penyelesaian manakah yang mempengaruhi kadar pemindahan haba, nilai eigen γ mestilah sekurang-kurangnya bernilai satu. Jadual 6.24 menunjukkan nilai eigen γ bagi beberapa nilai parameter λ .

Jadual 6-24 Nilai eigen untuk beberapa nilai λ

λ	Nilai eigen γ	
	Penyelesaian pertama	Penyelesaian kedua
-0.3	1.957	0.043
-0.4	1.913	0.087
-0.5	1.770	0.230

Berdasarkan jadual tersebut, penyelesaian pertama didapati memberikan nilai $\gamma > 1$, manakala penyelesaian kedua pula memberikan nilai $\gamma < 1$. Berdasarkan keputusan analisis komponen utama ini, penyelesaian yang mempengaruhi kadar pemindahan haba dalam nanobendalir adalah penyelesaian pertama.

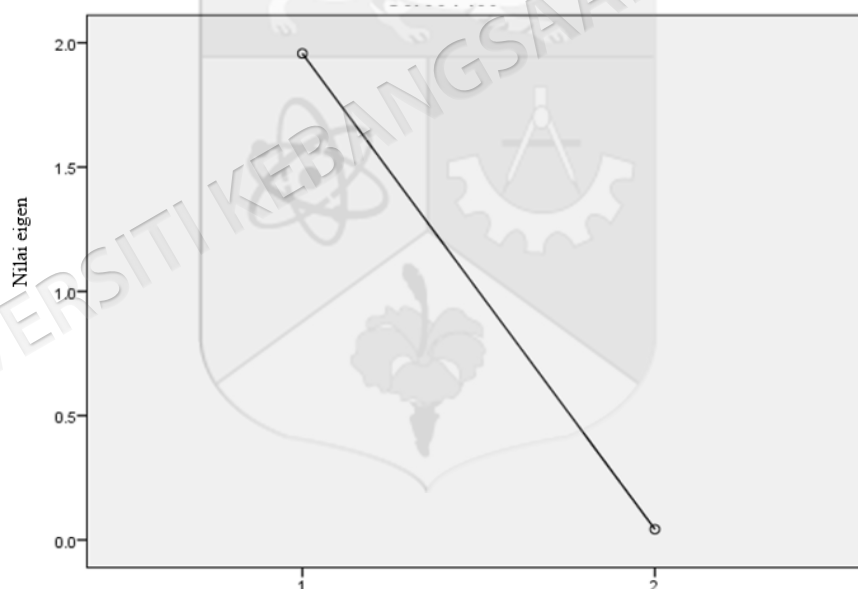
Seterusnya, nilai *communalities* menunjukkan nisbah varians pemboleh ubah yang diterangkan oleh faktor ditunjukkan dalam Jadual 6.25. Nilai ini pada kebiasaannya perlu melebihi daripada 0.50. Didapati daripada Jadual 6.25, nilai

communalities akhir setelah mengekstrak untuk $\lambda = -0.3$, -0.4 dan -0.5 masing-masing adalah 0.979, 0.956 dan 0.885. Kesemua nilai *communalities* akhir adalah melebihi 0.5.

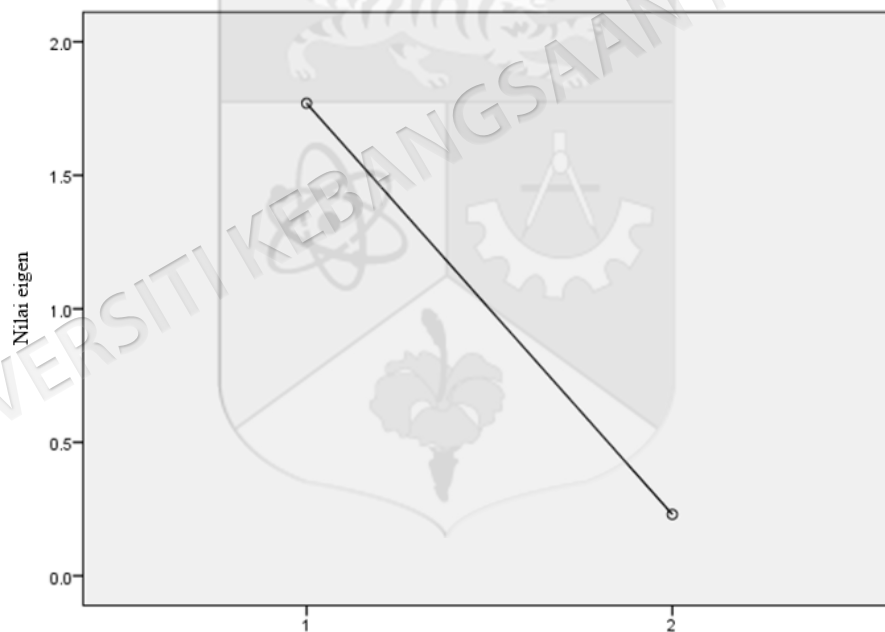
Jadual 6-25 Anggaran *communalities* akhir dalam analisis AKU

λ		Permulaan	Ekstraksi
-0.3	Penyelesaian pertama	1.000	0.979
	Penyelesaian kedua	1.000	0.979
-0.4	Penyelesaian pertama	1.000	0.956
	Penyelesaian kedua	1.000	0.956
-0.5	Penyelesaian pertama	1.000	0.885
	Penyelesaian kedua	1.000	0.885

Selain itu, plot skree (*scree plot*) untuk menentukan penyelesaian mana yang mempengaruhi kadar pemindahan haba turut ditunjukkan dalam Rajah 6.1 – 6.3. Berdasarkan rajah tersebut, jelas didapati penyelesaian pertama mempengaruhi kadar pemindahan haba.



Rajah 6-1 Plot skree untuk $\lambda = -0.3$

Rajah 6-2 Plot skree untuk $\lambda = -0.4$ Rajah 6-3 Plot skree untuk $\lambda = -0.5$

Petujuk: 1 – penyelesaian pertama, 2- penyelesaian kedua

6.6 KESIMPULAN

Ujian kenormalan, analisis perbezaan min antara penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua, regresi linear berganda dan regresi kuadratik serta analisis komponen utama telah dibincangkan dalam bab ini. Dapat disimpulkan:

- i) Ujian kenormalan menunjukkan nombor Nusselt dan nombor Sherwood setempat adalah bertaburan secara normal.
- ii) Melalui ujian- t , terdapat perbezaan min yang signifikan antara penyelesaian pertama dan kedua bagi nombor Nusselt dan nombor Sherwood setempat.
- iii) Menggunakan analisis komponen utama, penyelesaian yang mempengaruhi kadar pemindahan haba dalam nanobendalir adalah penyelesaian pertama.



BAB VII

KESIMPULAN

7.1 PENGENALAN

Bab ini merupakan bab yang terakhir dalam kajian ini. Dalam bab ini, pengkaji merumuskan secara ringkas segala perbincangan dan dapatan kajian yang telah dilakukan dalam bab-bab sebelumnya. Seterusnya yang terakhir, pengkaji mengemukakan beberapa cadangan yang wajar diutarakan sebagai refleksi kepada keseluruhan kajian tesis ini.

7.2 RINGKASAN DAN KESIMPULAN

Penggunaan kaedah berangka pada aliran lapisan sempadan dalam nanobendalir mono dan hibrid ke atas plat bergerak ditunjukkan dalam tesis ini. Kesimpulan keseluruhan dapat dibahagikan kepada beberapa bahagian.

Telatah aliran dan pemindahan haba nanotiub karbon dinding tunggal dan dinding pelbagai dalam bendalir asas merentasi plat bergerak dikaji. daripada analisis berangka, didapati penyelesaian pertama berlaku apabila plat bergerak ke arah yang sama ($\lambda > 0$) manakala penyelesaian dual berlaku apabila plat bergerak ke arah yang bertentangan ($\lambda_c < \lambda < 0$).

Dapat disimpulkan bahawa pekali geseran kulit pada permukaan menyusut dengan peningkatan pecahan isi padu nanotiub karbon. Selanjutnya, kadar pemindahan haba turut didapati menyusut dengan peningkatan nilai pecahan isi padu nanotiub karbon. Seterusnya, peningkatan nilai kesan medan magnet telah menurunkan nilai pekali geseran kulit pada permukaan, malah turut menurunkan kadar pemindahan haba pada permukaan. Selain itu, peningkatan nilai kesan gelinciran berupaya meningkatkan

pekali geseran kulit pada permukaan dan seterusnya meningkatkan kadar pemindahan haba. Namun begitu, peningkatan nilai radiasi terma menyebabkan kadar pemindahan haba pada permukaan berkurang.

Manakala, kesan parameter gerakan Brown Nb dan termoforesis Nt ke atas lapisan magnetohidrodinamik dalam nanobendalir mono dengan kehadiran kesan radiasi terma dan gelinciran dikaji. Nilai gerakan Brown yang lebih tinggi mengurangkan kadar pemindahan haba pada permukaan, namun begitu peningkatan nilai gerakan Brown berupaya meningkatkan kadar pemindahan jisim pada permukaan plat. Seterusnya, peningkatan nilai termoforesis akan mengurangkan kadar pemindahan haba dan jisim pada permukaan plat. Seterusnya, nanotiub karbon berdinding tunggal lebih efisien berbanding nanotiub karbon berdinding pelbagai dalam geseran kulit setempat dan kadar pemindahan haba. Sehubungan dengan dapatan kajian dalam Bab IV, maka dapat disimpulkan objektif pertama telah pun tercapai.

Seterusnya, aliran dan pemindahan haba merentasi permukaan plat rata ke atas nanobendalir hibrid dengan kesan medan magnet, radiasi terma dan gelinciran dikaji. Analisis berangka menunjukkan bahawa kadar pemindahan haba nanobendalir hibrid lebih rendah berbanding dengan nanobendalir SWCNT-air. Didapati bahawa peningkatan pecahan isi padu nanotiub karbon dinding pelbagai mengurangkan nilai pekali geseran kulit dan kadar pemindahan haba pada permukaan plat. Julat nilai kritikal λ untuk penyelesaian dual meningkat apabila nilai pecahan isi padu MWCNT meningkat. Selain itu, peningkatan nilai kesan medan magnet dan gelinciran dilihat berupaya meningkatkan nilai pekali geseran kulit dan kadar pemindahan haba pada permukaan. Namun begitu, kadar pemindahan haba pada permukaan didapati menyusut dengan peningkatan nilai kesan radiasi terma.

Selanjutnya, telatah aliran lapisan sempadan, pemindahan haba dan jisim nanobendalir hibrid merentasi plat bergerak dikaji dalam Bab V. Peningkatan nilai parameter pecahan isi padu nanotiub karbon dan kesan magnet memperlahankan aliran nanobendalir yang mana menyebabkan pekali geseran kulit, kadar pemindahan haba dan jisim pada permukaan menyusut. Manakala, peningkatan nilai parameter gelinciran akan meningkatkan pekali geseran kulit yang berlaku antara plat dan aliran

nanobendalir, dan juga meningkatkan kadar pemindahan haba dan jisim pada permukaan. Seterusnya, peningkatan nilai parameter radiasi terma, gerakan Brown dan juga parameter termoforesis akan mengurangkan kadar pemindahan haba pada permukaan plat. Namun begitu, nilai parameter radiasi terma yang tinggi akan menyebabkan peningkatan kadar pemindahan jisim pada permukaan. Selain itu, peningkatan nilai gerakan Brown dan termoforesis menyebabkan penurunan kadar pemindahan haba pada permukaan plat. Dengan hasil dapatan dalam Bab V, maka dapat disimpulkan objektif kedua telah pun tercapai.

Seterusnya, ujian kenormalan Anderson Darling dan Ujian Kenormalan Shapiro-Wilk menunjukkan bahawa set data nombor Nusselt setempat dan nombor Sherwood setempat bagi nanobendalir mono dan hibrid adalah bertaburan normal. Seterusnya, analisis perbezaan min menggunakan ujian- t ke atas set data tersebut menunjukkan terdapat perbezaan min yang signifikan antara penyelesaian pertama dan penyelesaian kedua. Seterusnya, menerusi regresi linear berganda dan regresi kuadratik mendapati pekali korelasi untuk parameter dalam nanobendalir hibrid adalah baik. Selain itu, ralat relatif untuk regresi linear berganda dan regresi kuadratik didapati sangat kecil. Sehubungan dengan dapatan dalam Bab VI, maka objektif ketiga telah tercapai.

Selain daripada itu, didapati model aliran bersama lebih bagus dalam menerangkan tingkah laku nanobendalir mono dan hibrid. Ini adalah kerana, dalam model tersebut, perbincangan mengenai kesan gerakan Brown dan termoforesis turut diketengahkan. Manakala, model Tiwari dan Das hanya membincangkan berkaitan kesan pecahan isi padu nanozarah sahaja.

7.3 KAJIAN LANJUTAN

Kajian dalam tesis ini berfokuskan kepada aliran lapisan sempadan dan pemindahan haba serta jisim ke atas nanobendalir mono dan hibrid. Walau bagaimanapun, batasan kajian telah menghadkan kepada permukaan plat rata sahaja. Sehubungan dengan itu, lebih banyak kajian mengenai perkara ini perlu dijalankan. Beberapa cadangan untuk kajian akan datang boleh disenaraikan seperti berikut:

- i) Kajian dalam tesis ini hanya terhad kepada kajian ke atas permukaan plat rata. Oleh itu, dicadangkan menggunakan permasalahan yang sama tetapi ke atas permukaan yang berbeza tetapi seperti permukaan jarum nipis dan permukaan silinder.
- ii) Kajian dalam tesis ini merupakan model matematik nanobendalir satu fasa. Oleh itu, dengan menggunakan permasalahan yang sama tetapi diubah suai kepada model matematik nanobendalir dua fasa (bendalir dan pepejal). Dicadangkan menggunakan bendalir Casson dan bendalir Jeffrey dengan kehadiran zarah-zarah debu sebagai pepejal.



RUJUKAN

- Abu-Nada, E. 2008. Application of nanofluids for heat transfer enhancement of separated flows encountered in a backward facing step. *International Journal of Heat and Fluid Flow* 29: 242-249.
- Afridi, M. I., Tlili, I., Qasim, M. & Khan, I. 2018. Nonlinear Rosseland thermal radiation and energy dissipation effects on entropy generation in CNTs suspended nanofluids flow over a thin needle. *Boundary Value Problems* 2018: 1-14.
- Afzal, N., Badaruddin, A. & Elgarvi, A. 1993. Momentum and heat transport on a continuous flat surface moving in a parallel stream. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 36: 3399-3403.
- Alarifi, I. M., Abokhalil, A. G., Osman, M., Lund, L. A., Ayed, M. B., Belmabrouk, H. & Tlili, I. 2019. MHD flow and heat transfer over vertical stretching sheet with heat sink or source effect. *Symmetry* 11: 297.
- Alhajaj, Z., Bayomy, A., Saghir, M. Z. & Rahman, M. 2020. Flow of nanofluid and hybrid fluid in porous channels: experimental and numerical approach. *International Journal of Thermofluids* 1: 100016.
- Amer Qureshi, M. 2021. Numerical simulation of heat transfer flow subject to MHD of williamson nanofluid with thermal radiation. *Symmetry* 13: 10.
- Anderson, T. W. 1962. On the distribution of the two-sample Cramer-von Mises criterion. *The Annals of Mathematical Statistics* 1148-1159.
- Anderson, T. W. & Darling, D. A. 1952. Asymptotic theory of certain "goodness of fit" criteria based on stochastic processes. *The Annals of Mathematical Statistics* 193-212.
- Andersson, H. I. 2002. Slip flow past a stretching surface. *Acta Mechanica* 158: 121-125.
- Anuar, I., Roslinda, N. & Pop, I. 2009. Flow and heat transfer characteristics on a moving flat plate in a parallel stream with constant surface heat flux. *Heat and Mass Transfer* 45: 563-567.
- Anuar, J., Naganthran, K., Roslinda, N. & Pop, I. 2020a. MHD mixed convection stagnation-point flow of Cu-Al₂O₃/water hybrid nanofluid over a permeable stretching/shrinking surface with heat source/sink. *European Journal of Mechanics-B/Fluids* 84: 71-80.
- Anuar, J., Naganthran, K., Roslinda, N. & Pop, I. 2020b. Thermal radiation and MHD effects in the mixed convection flow of Fe₃O₄-water ferrofluid towards a nonlinearly moving surface. *Processes* 8: 95.

- Anuar, J. & Roslinda, N. 2020. *Nanobendalir Model Matematik & Penyelesaian*. Bangi: Penerbit Universiti Kebangsaan Malaysia.
- Anuar, J., Roslinda, N. & Pop, I. 2017. Three-dimensional mixed convection stagnation-point flow over a permeable vertical stretching/shrinking surface with a velocity slip. *Chinese Journal of Physics* 55: 1865-1882.
- Bataller, R. C. 2010. Numerical comparisons of Blasius and Sakiadis flows. *MATEMATIKA: Malaysian Journal of Industrial and Applied Mathematics* 26: 187-196.
- Baughman, R. H., Zakhidov, A. A. & De Heer, W. A. 2002. Carbon nanotubes--the route toward applications. *Science* 297: 787-792.
- Bejan, A. 2013. *Convection Heat Transfer*. Edisi ke-4. New Jersey: John Wiley & Sons.
- Bhattacharyya, K., Mukhopadhyay, S. & Layek, G. 2011. Slip effects on boundary layer stagnation-point flow and heat transfer towards a shrinking sheet. *Journal of Heat and Mass Transfer* 54: 308-313.
- Bhattacharyya, K., Mukhopadhyay, S. & Layek, G. 2012. Reactive solute transfer in magnetohydrodynamic boundary layer stagnation-point flow over a stretching sheet with suction/blowing. *Chemical Engineering Communications* 199: 368-383.
- Bhatti, M. M., Abbas, T. & Rashidi, M. 2016. Numerical study of entropy generation with nonlinear thermal radiation on magnetohydrodynamics non-Newtonian nanofluid through a porous shrinking sheet. *Journal of Magnetism* 21: 468-475.
- Bianco, A., Kostarelos, K. & Prato, M. 2005. Applications of carbon nanotubes in drug delivery. *Current Opinion in Chemical Biology* 9: 674-679.
- Blasius, H. 1907. *Grenzschichten in Flüssigkeiten mit kleiner Reibung*. Druck von BG Teubner.
- Brinkman, H. C. 1952. The viscosity of concentrated suspensions and solutions. *The Journal of Chemical Physics* 20: 571-571.
- Buongiorno, J. 2006. Convective transport in nanofluids. *Journal of Heat Transfer* 128: 240-250.
- Chamkha, A. J., Dogonchi, A. & Ganji, D. 2019. Magneto-hydrodynamic flow and heat transfer of a hybrid nanofluid in a rotating system among two surfaces in the presence of thermal radiation and Joule heating. *AIP Advances* 9: 025103.
- Chen, C. H. 1998. Laminar mixed convection adjacent to vertical, continuously stretching sheets. *Heat and Mass Transfer* 33: 471-476.
- Choi, S. U. S. & Eastman, J. A. 1995. Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles. Argonne National Lab., IL (United States).

- Cortell, R. 2008. A numerical tackling on Sakiadis flow with thermal radiation. *Chinese Physics Letters* 25: 1340.
- Das, S. & Jana, R. 2015. Natural convective magneto-nanofluid flow and radiative heat transfer past a moving vertical plate. *Alexandria Engineering Journal* 54: 55-64.
- Davidson, P. A. 2001. *An Introduction to Magnetohydrodynamics*. United Kingdom: Cambridge University Press.
- De Volder, M. F., Tawfick, S. H., Baughman, R. H. & Hart, A. J. 2013. Carbon nanotubes: present and future commercial applications. *Science* 339: 535-539.
- Devi, S. A. & Suriyakumar, P. 2017. Effect of magnetic field on Blasius and Sakiadis flow of nanofluids past an inclined plate. *Journal of Taibah University for Science* 11: 1275-1288.
- Devi, S. U. & Devi, S. A. 2017. Heat transfer enhancement of Cu-Al₂O₃/water hybrid nanofluid flow over a stretching sheet. *Journal of the Nigerian Mathematical Society* 36: 419-433.
- Ebaid, A., Al Mutairi, F. & Khaled, S. 2014. Effect of velocity slip boundary condition on the flow and heat transfer of Cu-water and TiO₂-water nanofluids in the presence of a magnetic field. *Advances in Mathematical Physics* 2014:
- Ellahi, R., Alamri, S. Z., Basit, A. & Majeed, A. 2018. Effects of MHD and slip on heat transfer boundary layer flow over a moving plate based on specific entropy generation. *Journal of Taibah University for Science* 12: 476-482.
- Epstein, M. & Cho, D. 1976. Melting heat transfer in steady laminar flow over a flat plate. *J. Heat Transfer; (United States)* 98:
- Esfe, M. H., Esfandeh, S., Amiri, M. K. & Afrand, M. 2019. A novel applicable experimental study on the thermal behavior of SWCNTs (60%)-MgO (40%)/EG hybrid nanofluid by focusing on the thermal conductivity. *Powder technology* 342: 998-1007.
- Fetecau, C., Vieru, D. & Azhar, W. A. 2017. Natural convection flow of fractional nanofluids over an isothermal vertical plate with thermal radiation. *Applied Sciences* 7: 247.
- Ghadikolaei, S. S., Hosseinzadeh, K. & Ganji, D. D. 2018. Numerical study on magnetohydrodynamic CNTs-water nanofluids as a micropolar dusty fluid influenced by non-linear thermal radiation and joule heating effect. *Powder Technology* 340: 389-399.
- Ghalambaz, M., Sabour, M., Pop, I. & Wen, D. 2019. Free convection heat transfer of MgO-MWCNTs/EG hybrid nanofluid in a porous complex shaped cavity with MHD and thermal radiation effects. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*

- Gireesha, B. & Mahanthesh, B. 2013. Perturbation solution for radiating viscoelastic fluid flow and heat transfer with convective boundary condition in nonuniform channel with Hall current and chemical reaction. *International Scholarly Research Notices* 2013:
- Gireesha, B., Mahanthesh, B. & Rashidi, M. M. 2015. MHD boundary layer heat and mass transfer of a chemically reacting Casson fluid over a permeable stretching surface with non-uniform heat source/ sink.
- Hair, J. F., Anderson, R. E., Tatham, R. L. & Black, W. C. 2010. *Multivariate Data Analysis*. New York: Prentice Hall International Inc.
- Hajmohammadi, M., Maleki, H., Lorenzini, G. & Nourazar, S. 2015. Effects of Cu and Ag nano-particles on flow and heat transfer from permeable surfaces. *Advanced Powder Technology* 26: 193-199.
- Hakeem, A. A., Ganesh, N. V. & Ganga, B. 2015. Magnetic field effect on second order slip flow of nanofluid over a stretching/shrinking sheet with thermal radiation effect. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 381: 243-257.
- Haroun, N. A., Mondal, S. & Sibanda, P. 2017. Effects of thermal radiation on mixed convection in a MHD nanofluid flow over a stretching sheet using a spectral relaxation method. *Int. J. of Math. Comput. Phys. Elec. Comp. Eng.* 11: 33-42.
- Hayat, T., Khan, M. I., Farooq, M., Alsaedi, A. & Yasmeen, T. 2017. Impact of Marangoni convection in the flow of carbon–water nanofluid with thermal radiation. *Journal of Heat and Mass Transfer* 106: 810-815.
- Hayat, T., Muhammad, K., Alsaedi, A. & Asghar, S. 2018a. Numerical study for melting heat transfer and homogeneous-heterogeneous reactions in flow involving carbon nanotubes. *Results in Physics* 8: 415-421.
- Hayat, T., Muhammad, K., Khan, M. I. & Alsaedi, A. 2019. Theoretical investigation of chemically reactive flow of water-based carbon nanotubes (single-walled and multiple walled) with melting heat transfer. *Pramana* 92: 1-9.
- Hayat, T., Muhammad, K., Muhammad, T. & Alsaedi, A. 2018b. Melting heat in radiative flow of carbon nanotubes with homogeneous-heterogeneous reactions. *Communications in Theoretical Physics* 69: 441.
- Hayat, T., Muhammad, T., Shehzad, S. A. & Alsaedi, A. 2015. Temperature and concentration stratification effects in mixed convection flow of an Oldroyd-B fluid with thermal radiation and chemical reaction. *PloS One* 10: e0127646.
- Hayat, T. & Nadeem, S. 2017. Heat transfer enhancement with Ag–CuO/water hybrid nanofluid. *Results in physics* 7: 2317-2324.
- Hayat, T., Nadeem, S. & Khan, A. 2020. Aspects of 3D rotating hybrid CNT flow for a convective exponentially stretched surface. *Applied Nanoscience* 10: 2897-2906.

- Huminic, G. & Huminic, A. 2019. The influence of hybrid nanofluids on the performances of elliptical tube: recent research and numerical study. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 129: 132-143.
- Hussanan, A., Khan, I., Gorji, M. R. & Khan, W. A. 2019. CNT S-water-based nanofluid over a stretching sheet. *BioNanoScience* 9: 21-29.
- Hussanan, A., Khan, I., Hashim, H., Anuar, M. K., Ishak, N., Sarif, N. M. & Salleh, M. Z. 2016. Unsteady MHD flow of some nanofluids past an accelerated vertical plate embedded in a porous medium. *Jurnal Teknologi* 78:
- Ibrahim, W. & Shankar, B. 2013. MHD boundary layer flow and heat transfer of a nanofluid past a permeable stretching sheet with velocity, thermal and solutal slip boundary conditions. *Computers & Fluids* 75: 1-10.
- Iijima, S. 1991. Helical microtubules of graphitic carbon. *Nature* 354: 56-58.
- Incropera, F. P. & Dewitt, D. P. 1996. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. New York: John Wiley & Sons Inc.
- Iqbal, Z., Akbar, N., Azhar, E. & Maraj, E. 2018. Performance of hybrid nanofluid (Cu-CuO/water) on MHD rotating transport in oscillating vertical channel inspired by Hall current and thermal radiation. *Alexandria Engineering Journal* 57: 1943-1954.
- Ishak, A. 2011. MHD boundary layer flow due to an exponentially stretching sheet with radiation effect. *Sains Malaysiana* 40: 391-395.
- Izadi, M., Oztop, H. F., Sheremet, M. A., Mehryan, S. & Abu-Hamdeh, N. 2019. Coupled FHD-MHD free convection of a hybrid nanoliquid in an inversed T-shaped enclosure occupied by partitioned porous media. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications* 76: 479-498.
- Jahan, S., Sakidin, H., Nazar, R. & Pop, I. 2017. Boundary layer flow of nanofluid over a moving surface in a flowing fluid using revised model with stability analysis. *Journal of Mechanical Sciences* 131: 1073-1081.
- Jahan, S., Sakidin, H., Nazar, R. & Pop, I. J. J. 2018. Stability Analysis of 3D flow over a deforming surface with suction effect: A Buongiorno's model. 1123: 012047.
- Jang, S. P. & Choi, S. U. 2007. Effects of various parameters on nanofluid thermal conductivity. *J. Heat Transfer* 129: 617-623.
- Jedi, A., Razali, N., Wan Mahmood, W. M. F. & Bakar, N. a. A. 2019. Statistical Criteria of Nanofluid Flows over a Stretching Sheet with the Effects of Magnetic Field and Viscous Dissipation. *Symmetry* 11: 1367.
- Junoh, M. M., Ali, F. M., Arifin, N. M., Bachok, N. & Pop, I. 2019. MHD stagnation-point flow and heat transfer past a stretching/shrinking sheet in a hybrid nanofluid with induced magnetic field. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*

- Kardri, M., Bachok, N., Arifin, N. & Ali, F. 2018. Heat transfer and axisymmetric stagnation point flow due to a shrinking vertical plate in a nanofluid with slip effects. *Journal of Physics: Conference Series*, hlm. 012026.
- Karthikeyan, N., Philip, J. & Raj, B. 2008. Effect of clustering on the thermal conductivity of nanofluids. *Materials Chemistry and Physics* 109: 50-55.
- Kays, W. M., Crawford, M. E. & Weigand, B. 2012. *Convective heat and mass transfer*. Edisi ke-4. New York: McGraw-Hill Higher Education.
- Kebllinski, P., Eastman, J. A. & Cahill, D. G. 2005. Nanofluids for thermal transport. *Materials Today* 8: 36-44.
- Khan, M., Huda, N. U. & Hamid, A. 2019. Non-linear radiative heat transfer analysis during the flow of Carreau nanofluid due to wedge-geometry: A revised model. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 131: 1022-1031.
- Khan, W., Khan, Z. & Rahi, M. 2014. Fluid flow and heat transfer of carbon nanotubes along a flat plate with Navier slip boundary. *Applied Nanoscience* 4: 633-641.
- Khan, W. A., Culham, R. & Haq, R. U. 2015. Heat transfer analysis of MHD water functionalized carbon nanotube flow over a static/moving wedge. *Journal of Nanomaterials* 2015:
- Khanafer, K., Vafai, K. & Lightstone, M. 2003. Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 46: 3639-3653.
- Khashi'ie, N. S., Arifin, N. M., Pop, I., Nazar, R., Hafidzuddin, E. H. & Wahi, N. 2020. Three-dimensional hybrid nanofluid flow and heat transfer past a permeable stretching/shrinking sheet with velocity slip and convective condition. *Chinese Journal of Physics* 66: 157-171.
- Khashi'ie, N. S., Arifin, N. M., Pop, I. & Nazar, R. 2020. Melting heat transfer in hybrid nanofluid flow along a moving surface. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry* 1-12.
- Kolmogorov, A. 1956. *Foundations of the Theory of Probability*. Second English Edition. Chelsea, New York: Courier Dover Publications.
- Kumar, K. G., Hani, E. H. B., Assad, M. E. H., Rahimi-Gorji, M. & Nadeem, S. 2021. A novel approach for investigation of heat transfer enhancement with ferromagnetic hybrid nanofluid by considering solar radiation. *Microsystem Technologies* 27: 97-104.
- Kundu, P. K., Cohen, I. M. & Dowling, D. 2008. *Fluid Mechanics*, Elsevier.
- Labulo, A. H., Martincigh, B. S., Omondi, B. & Nyamori, V. O. 2017. Advances in carbon nanotubes as efficacious supports for palladium-catalysed carbon-carbon cross-coupling reactions. *Journal of Materials Science* 52: 9225-9248.

- Liu, M.-S., Lin, M. C.-C., Huang, I.-T. & Wang, C.-C. 2005. Enhancement of thermal conductivity with carbon nanotube for nanofluids. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 32: 1202-1210.
- Lu, D., Ramzan, M., Bilal, M., Chung, J. D., Farooq, U. & Tahir, S. 2018. On three-dimensional MHD Oldroyd-B fluid flow with nonlinear thermal radiation and homogeneous–heterogeneous reaction. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering* 40: 1-11.
- Mahanthesh, B., Gireesha, B. J., Gorla, R. S. & Makinde, O. D. 2016b. Magnetohydrodynamic three-dimensional flow of nanofluids with slip and thermal radiation over a nonlinear stretching sheet: a numerical study. *Neural Computing and Applications* 30: 1557-1567.
- Maiga, S. E. B., Palm, S. J., Nguyen, C. T., Roy, G. & Galanis, N. 2005. Heat transfer enhancement by using nanofluids in forced convection flows. *International journal of heat and fluid flow* 26: 530-546.
- Majeed, A., Zeeshan, A. & Ellahi, R. 2017. Chemical reaction and heat transfer on boundary layer Maxwell Ferro-fluid flow under magnetic dipole with Soret and suction effects. *Engineering Science and Technology, An International Journal* 20: 1122-1128.
- Mansour, M., Siddiqua, S., Gorla, R. S. R. & Rashad, A. 2018. Effects of heat source and sink on entropy generation and MHD natural convection of $\text{Al}_2\text{O}_3\text{-Cu/water}$ hybrid nanofluid filled with square porous cavity. *Thermal Science and Engineering Progress* 6: 57-71.
- Maré, T., Halelfadl, S., Sow, O., Estellé, P., Duret, S. & Bazantay, F. 2011. Comparison of the thermal performances of two nanofluids at low temperature in a plate heat exchanger. *Experimental Thermal and Fluid Science* 35: 1535–1543.
- Masuda, H., Ebata, A. & Teramae, K. 1993. Alteration of thermal conductivity and viscosity of liquid by dispersing ultra-fine particles. *Netsu Bussei* 0913-946X 7: 227-233.
- Maxwell, J. C. 1873. *A treatise on electricity and magnetism*. I. Oxford: Clarendon Press.
- Michaelides, E. E. 2013. Transport properties of nanofluids: a critical review. *Journal of Non-Equilibrium Thermodynamics* 38: 1-79.
- Moghadassi, A., Ghomi, E. & Parvizi, F. 2015. A numerical study of water based Al_2O_3 and $\text{Al}_2\text{O}_3\text{-Cu}$ hybrid nanofluid effect on forced convective heat transfer. *International Journal of Thermal Sciences* 92: 50-57.
- Mohamed, M. K. A., Salleh, M. Z., Noor, N. & Ishak, A. 2017. Effect of thermal radiation on laminar boundary layer flow over a permeable flat plate with Newtonian heating. *Journal of Physics: Conference Series*, hlm. 012007.

- Mohd Sahrul Shukri, Y., Nurul Farahein, M. & Narimah, S. 2019. Penggunaan analisis faktor bagi menentukan faktor pendorong kemiskinan isi rumah di wilayah utara semenanjung malaysia. *e-Bangi* 16:
- Mohyud-Din, S. T., Khan, U., Ahmed, N. & Rashidi, M. M. 2016. A study of heat and mass transfer on magnetohydrodynamic (MHD) flow of nanoparticles. *Propulsion Power Research* 7: 72-77.
- Montgomery, D. C. & Runger, G. C. 2018. *Applied statistics and probability for engineers*. Wiley Hoboken, NJ.
- Motsumi, T. & Makinde, O. 2012. Effects of thermal radiation and viscous dissipation on boundary layer flow of nanofluids over a permeable moving flat plate. *Physica Scripta* 86: 045003.
- Muhammad, K., Hayat, T., Alsaedi, A. & Ahmed, B. 2021. A comparative study for convective flow of basefluid (gasoline oil), nanomaterial (SWCNTs) and hybrid nanomaterial (SWCNTs+ MWCNTs). *Applied Nanoscience* 11: 9-20.
- Myers, T. G., Ribera, H. & Cregan, V. 2017. Does mathematics contribute to the nanofluid debate? *Journal of Heat and Mass Transfer* 111: 279-288.
- Nadeem, S., Hayat, T. & Khan, A. U. 2019. Numerical study of 3D rotating hybrid SWCNT–MWCNT flow over a convectively heated stretching surface with heat generation/absorption. *Physica Scripta* 94: 075202.
- Naganthran, K. 2018. Pemodelan matematik bagi aliran lapisan sempadan dan pemindahan haba dalam beberapa bendalir tak Newtonan. Tesis Dr. Fal, Jabatan Sains Matematik, Universiti Kebangsaan Malaysia.
- Naganthran, K. & Nazar, R. 2019. Effects of thermal radiation and slip on unsteady stagnation-point flow and heat transfer past a permeable shrinking sheet: A stability analysis. *AIP Conference Proceedings*, hlm. 060032.
- Naganthran, K., Nazar, R. & Pop, I. 2018. Effects of thermal radiation on mixed convection flow over a permeable vertical shrinking flat plate in an Oldroyd-B fluid. *Sains Malaysiana* 47: 1069-1076.
- Nayak, M., Akbar, N. S., Pandey, V., Khan, Z. H. & Tripathi, D. 2017. 3D free convective MHD flow of nanofluid over permeable linear stretching sheet with thermal radiation. *Powder Technology* 315: 205-215.
- Noghrehabadi, A., Pourrajab, R. & Ghalambaz, M. 2013. Flow and heat transfer of nanofluids over stretching sheet taking into account partial slip and thermal convective boundary conditions. *Heat and Mass Transfer* 49: 1357-1366.
- Nor Aishah, A., Yin, T. S., Abdul Rahman, O. & Che Rohani, Y. 2011. Sensitivity of normality tests to non-normal data. *Sains Malaysiana* 40: 637-641.

- Nor Ashikin, A. B., Norfifah, B. & Norihan, M. A. 2016. Boundary layer flow and heat transfer on a moving plate in a copper-water nanofluid using Buongiorno model. *AIP Conference Proceedings*, hlm. 020021.
- Nor Ashikin, A. B., Norfifah, B. & Norihan, M. A. 2017. Moving plate in a nanofluid using buongiorno model and thermophysical properties of nanoliquids. *Journal of Heat and Mass Transfer* 14: 119.
- Nor Fadhilah, D., Norfifah, B., Nor Azizah, Y., Norihan, M. A. & Haliza, R. 2018. Unsteady stagnation-point flow and heat transfer over a permeable exponential stretching/shrinking sheet in nanofluid with slip velocity effect: A stability analysis. *Applied Sciences* 8: 2172.
- Nor Fadhilah, D., Norfifah, B., Pop, I., Nor Azizah, Y., Norihan, M. A. & Haliza, R. 2017. Stability of Partial slip, Soret and Dufour effects on unsteady boundary layer flow and heat transfer in Copper-water nanofluid over a stretching/shrinking sheet. *Journal of Physics: Conference Series*, hlm. 012031.
- Nor Hathirah, A. R., Norfifah, B. & Haliza, R. 2019. Boundary-layer flow and heat transfer of blasius and sakiadis problems in nanofluids with partial slip and thermal convection. *CFD Letters* 11: 53-65.
- Norfifah, B., Anuar, I. & Pop, I. 2010. Boundary-layer flow of nanofluids over a moving surface in a flowing fluid. *International Journal of Thermal Sciences* 49: 1663-1668.
- Norfifah, B., Anuar, I. & Pop, I. 2012. Flow and heat transfer characteristics on a moving plate in a nanofluid. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 55: 642-648.
- Nur Adilah Liyana, A., Norfifah, B. & Pop, I. 2020. Cu-Al₂O₃/water hybrid nanofluid flow over a permeable moving surface in presence of hydromagnetic and suction effects. *Alexandria Engineering Journal* 59: 657-666.
- Nur Syazana, A. & Norfifah, B. 2016. Blasius and Sakiadis problems in nano-fluids using Buongiorno model and thermo-physical properties of nano-liquids. *European International Journal of Science and Technology* 5: 65-81.
- Nur Syazana, A. & Norfifah, B. 2021. Double solutions and stability analysis of micropolar hybrid nanofluid with thermal radiation impact on unsteady stagnation point flow. *Mathematics* 9: 276.
- Nur Syazana, A., Norfifah, B., Norihan, M. A. & Haliza, R. 2020a. MHD flow past a nonlinear stretching/shrinking sheet in carbon nanotubes: Stability analysis. *Chinese Journal of Physics* 65: 436-446.
- Nur Syazana, A., Norfifah, B., Norihan Md, A. & Haliza, R. 2019. Second order slip effect on boundary layer flow of carbon nanotubes over a moving plate with stability analysis. *Embracing Mathematical Diversity* 168.

- Nur Syazana, A., Norfifah, B. & Pop, I. 2018. A stability analysis of solutions in boundary layer flow and heat transfer of carbon nanotubes over a moving plate with slip effect. *Energies* 11: 3243.
- Nur Syazana, A., Norfifah, B., Turkyilmazoglu, M., Norihan, M. A. & Haliza, R. 2020b. Analytical and stability analysis of MHD flow past a nonlinearly deforming vertical surface in carbon nanotubes. *Alexandria Engineering Journal* 59: 497-507.
- Oztop, H. F. & Abu-Nada, E. 2008. Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids. *International journal of heat and fluid flow* 29: 1326-1336.
- Pal, D. & Mandal, G. 2014. Influence of thermal radiation on mixed convection heat and mass transfer stagnation-point flow in nanofluids over stretching/shrinking sheet in a porous medium with chemical reaction. *Nuclear Engineering and Design* 273: 644-652.
- Rajput, G. R., Patil, V. S. & Prasad, J. K. 2017. Hydromagnetic bioconvection flow in the region of stagnation-point flow and heat transfer in non-Newtonian nanofluid past a moving surface with suction: similarity analysis. *International Journal of Heat and Technology* 35: 25-31.
- Ray, A. K., Vasu, B., Bég, O. A., Gorla, R. S. & Murthy, P. V. S. N. 2019. Homotopy semi-numerical modeling of non-Newtonian nanofluid transport external to multiple geometries using a revised Buongiorno Model. *Inventions* 4: 54.
- Roy, N. C., Saha, L. K. & Sheikholeslami, M. 2020. Heat transfer of a hybrid nanofluid past a circular cylinder in the presence of thermal radiation and viscous dissipation. *AIP Advances* 10: 095208.
- Sakiadis, B. 1960. Boundary layer behaviour on continuous solid surfaces. *Boundary Layer Equations for Two-Dimensional and Axisymmetric Flow* 2: 26-28.
- Sarkar, J., Ghosh, P. & Adil, A. 2015. A review on hybrid nanofluids: recent research, development and applications. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 43: 164-177.
- Schlichting, H. 1979. *Boundary Layer Theory*. New York: McGraw-Hill.
- Schlichting, H. & Gersten, K. 2017. *Boundary-Layer Theory*. Berlin: Springer-Verlag.
- Shampine, L. F., Gladwell, I., Shampine, L. & Thompson, S. 2003. *Solving ODEs with matlab*. Cambridge university press.
- Shampine, L. F., Kierzenka, J. & Reichelt, M. W. 2000. Solving boundary value problems for ordinary differential equations in MATLAB with bvp4c. *Tutorial notes* 2000: 1-27.
- Shapiro, S. S. & Wilk, M. B. 1965. An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrika* 52: 591-611.

- Sheikholeslami, M. & Ganji, D. D. 2016. *External magnetic field effects on hydrothermal treatment of nanofluid: numerical and analytical studies*. William Andrew.
- Sheikholeslami, M., Hayat, T. & Alsaedi, A. 2016. MHD free convection of Al_2O_3 –water nanofluid considering thermal radiation: a numerical study. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 96: 513-524.
- Sheremet, M. A., Pop, I. & Bachok, N. 2016. Effect of thermal dispersion on transient natural convection in a wavy-walled porous cavity filled with a nanofluid: Tiwari and Das' nanofluid model. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 92: 1053-1060.
- Simonson, J. R. & Yusof, M. Z. M. 1991. *Pemindahan Haba Kejuruteraan*. Skudai: Penerbit Universiti Teknologi Malaysia.
- Siti Khuzaimah, S., Anuar, I. & Pop, I. 2018. MHD flow and heat transfer over a radially stretching/shrinking disk. *Chinese Journal of Physics* 56: 58-66.
- Siti Nur Alwani, S., Norfifah, B., Arifin, N. & Ali, F. 2019a. A stability analysis of solutions on boundary layer flow past a moving thin needle in a nanofluid with slip effect. *ASM Sci. J* 12: 60-70.
- Siti Nur Alwani, S., Norfifah, B., Fadzilah, M. A. & Norihan, M. A. 2020. Numerical study on flow of a hybrid nanofluid due to a vertical thin needle with slip effect. *AIP Conference Proceedings*, hlm. 020001.
- Siti Nur Alwani, S., Norfifah, B., Norihan, M. A. & Fadzilah, M. 2019b. Magnetic Field Effect on Nanofluid Flow and Heat Transfer past a Moving Horizontal Thin Needle with Stability Analysis. *Embracing Mathematical Diversity* 182.
- Smirnov, S. S. 1936. *Beschreibung einer neuen Acartia-Art aus dem Japanischen Meer nebst einigen Bemerkungen über die Untergattung Euacartia Steuer*.
- Soid, S. K., Ishak, A. & Pop, I. 2018. MHD stagnation-point flow over a stretching/shrinking sheet in a micropolar fluid with a slip boundary. *Sains Malaysiana* 47: 2907-2916.
- Stephens, M. A. 1974. EDF statistics for goodness of fit and some comparisons. *Journal of the American statistical Association* 69: 730-737.
- Suresh, S., Venkitaraj, K., Selvakumar, P. & Chandrasekar, M. 2011. Synthesis of Al_2O_3 –Cu/water hybrid nanofluids using two step method and its thermo physical properties. *Colloids Surfaces A: Physicochemical Engineering Aspects* 388: 41-48.
- Takabi, B. & Shokouhmand, H. 2015. Effects of Al_2O_3 –Cu/water hybrid nanofluid on heat transfer and flow characteristics in turbulent regime. *International Journal of Modern Physics C* 26: 1550047.

- Tannehill, J. C., Anderson, D. A. & Pletcher, R. H. 1997. *Computational fluid mechanics and heat transfer*. 2. Philadelphia: Hemisphere Publishing Corporation.
- Tiwari, R. K. & Das, M. K. 2007. Heat transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50: 2002-2018.
- Turkyilmazoglu, M. 2018. Analytical solutions to mixed convection MHD fluid flow induced by a nonlinearly deforming permeable surface. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 63: 373-379.
- Turkyilmazoglu, M. & Pop, I. 2013. Heat and mass transfer of unsteady natural convection flow of some nanofluids past a vertical infinite flat plate with radiation effect. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 59: 167-171.
- Vyas, P. & Srivastava, N. 2012. Radiative boundary layer flow in porous medium due to exponentially shrinking permeable sheet. *International Scholarly Research Notices* 2012:
- Wahid, N. S., Arifin, N. M., Khashi'ie, N. S. & Pop, I. 2021. Hybrid Nanofluid Slip Flow over an Exponentially Stretching/Shrinking Permeable Sheet with Heat Generation. *Mathematics* 9: 30.
- Waini, I., Ishak, A. & Pop, I. 2019a. Hybrid nanofluid flow and heat transfer over a nonlinear permeable stretching/shrinking surface. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*
- Waini, I., Ishak, A. & Pop, I. 2019b. Unsteady flow and heat transfer past a stretching/shrinking sheet in a hybrid nanofluid. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 136: 288-297.
- White, F. M. & Corfield, I. 2006. *Viscous fluid flow*. 3. McGraw-Hill New York.
- Wong, H. Y. 1977. *Handbook of Essential Formulae and Data on Heat Transfer for Engineers*. Addison-Wesley: Longmn.
- Wong, K. V. & De Leon, O. 2010. Applications of nanofluids: current and future. *Advances in Mechanical Engineering* 2:
- Xie, H., Lee, H., Youn, W. & Choi, M. 2003. Nanofluids containing multiwalled carbon nanotubes and their enhanced thermal conductivities. *Journal of Applied physics* 94: 4967-4971.
- Xuan, Y. & Li, Q. 2003a. Investigation on convective heat transfer and flow features of nanofluids. *J. Heat transfer* 125: 151-155.
- Xuan, Y. & Li, Q. 2003b. Investigation on convective heat transfer and flow features of nanofluids. *ASME Journal of Heat Transfer* 125: 151-155.

- Yashkun, U., Zaimi, K., Bakar, N. a. A., Ishak, A. & Pop, I. 2020. MHD hybrid nanofluid flow over a permeable stretching/shrinking sheet with thermal radiation effect. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*
- Yasin, S. H. M., Mohamed, M. K. A., Ismail, Z. & Salleh, M. Z. 2020. Mathematical Solution on MHD Stagnation Point Flow of Ferrofluid. *Defect and Diffusion Forum*, hlm. 38-54.
- Yazdi, M. E., Moradi, A. & Dinarvand, S. 2014. MHD mixed convection stagnation-point flow over a stretching vertical plate in porous medium filled with a nanofluid in the presence of thermal radiation. *Arabian Journal for Science and Engineering* 39: 2251-2261.
- Zainal, N. A., Nazar, R., Naganthran, K. & Pop, I. 2020a. MHD flow and heat transfer of hybrid nanofluid over a permeable moving surface in the presence of thermal radiation. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*
- Zainal, N. A., Nazar, R., Naganthran, K. & Pop, I. 2020b. Unsteady Stagnation Point Flow of Hybrid Nanofluid Past a Convectively Heated Stretching/Shrinking Sheet with Velocity Slip. *Mathematics* 8: 1649.
- Zokri, S., Arifin, N., Kasim, A., Mohammad, N. & Salleh, M. 2018. Boundary layer flow over a moving plate in MHD Jeffrey nanofluid: A revised model. *MATEC Web of Conferences*, hlm. 02005.
- Zulkifli, S. N., Sarif, N. M. & Salleh, M. Z. 2019. Numerical solution of boundary layer flow over a moving plate in a nanofluid with viscous dissipation: A revised model. *Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences* 56: 287-295.

LAMPIRAN A**SENARAI PENERBITAN**

1. **Izamarlina Asshaari**, Huda Abdullah, Alias Jedi & Masrianis Ahmad 2019. Applications of Factorial Design in Dye Sensitized Solar Cells with Titanium Silicon Dioxide as Photoanode. *International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering* 9(2): 3383-3386.
2. **Izamarlina Asshaari**, Alias Jedi, & Kafi Dano Pati 2020. A Weibull Distribution: Flow and Heat Transfer of Nanofluids Containing Carbon Nanotubes with Radiation and Velocity Slip Effects. *Mathematical Problems in Engineering*, 2020.

Lain-lain penerbitan:

1. Alias Jedi & **Izamarlina Asshaari** 2020. Impact of Slip and Radiation on MHD Flow: Results on Heat Transfer. *Proceedings of Virtual Conference on Computational and Experimental Mechanics 2020 (VCCEM2020)*, hlm. 19-20.

LAMPIRAN B

PENERBITAN PERSAMAAN KESERUPAAN MODEL MATEMATIK NANOBENDALIR TIWARI DAN DAS

Persamaan keselanjaran:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{U}{2x}\eta f'' + \frac{U}{2x}\eta f'' = 0 \quad \dots(B.1)$$

Berdasarkan persamaan (B.1), didapati bahawa persamaan keselanjaran (3.37) dipenuhi.

Persamaan momentum:

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\sigma B^2(x)}{\rho_{nf}} u \\ (U f') \left(-\frac{U}{2x} \eta f'' \right) &+ \left(-\frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}} (\nu_f U)^{\frac{1}{2}} f + \frac{1}{2x} \eta (\nu_f x U)^{\frac{1}{2}} f' \right) \left(U \left(\frac{U}{\nu_f x} \right)^{\frac{1}{2}} f'' \right) \\ &= \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \left(\frac{U^2}{\nu_f x} f''' \right) - \frac{\sigma B_0^2 U}{\rho_{nf} x} f' \end{aligned} \quad \dots(B.2)$$

Persamaan (B.2) boleh diringkaskan kepada persamaan berikut:

$$\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{U^2}{\nu_f x} f''' + \frac{U^2}{2x} f f'' - \frac{\sigma B_0^2 U}{\rho_{nf} U} \frac{U^2}{x} f' = 0 \quad \dots(B.7)$$

Setiap sebutan dalam persamaan (B.3) dibahagikan dengan $\frac{U^2}{x}$, dan ia menghasilkan persamaan berikut:

$$\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{1}{\nu_f} f''' + \frac{1}{2} f f'' - \frac{\sigma B_0^2}{\rho_{nf} U} f' = 0 \quad \dots(B.4)$$

Untuk memastikan persamaan keserupaan wujud, semua sebutan dalam persamaan (B.4) perlulah bebas daripada pemboleh ubah x . Ini menjadikan pemboleh ubah tak bersandar x diturunkan kepada hanya satu pemboleh ubah tak bersandar η . Kemudian, penerapan persamaan (3.39), (3.40), dan hubungan $v_f = \frac{\mu_f}{\rho_f}$ ke dalam persamaan (B.4) memberikan ungkapan berikut:

$$\begin{aligned} & \frac{\rho_f}{\mu_f} \cdot \frac{\mu_f}{(1-\phi)^{2.5} \left((1-\phi)\rho_f + \phi\rho_{CNT} \right)} f''' \\ & + \frac{1}{2} f f'' - \frac{\sigma B_0^2}{\left((1-\phi)\rho_f + \phi\rho_{CNT} \right) U} f' = 0 \end{aligned} \quad \dots(B.5)$$

Bahagikan setiap sebutan dalam persamaan (B.5) dengan ρ_f dan persamaan berikut diperolehi:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(1-\phi)^{2.5} \left((1-\phi) + \phi \left(\frac{\rho_{CNT}}{\rho_f} \right) \right)} f''' \\ & + \frac{1}{2} f f'' - \frac{\sigma B_0^2}{\rho_f U} \frac{1}{\left((1-\phi) + \phi \left(\frac{\rho_{CNT}}{\rho_f} \right) \right)} f' = 0 \end{aligned} \quad \dots(B.6)$$

Ambil $M = \frac{\sigma B_0^2}{\rho_f U}$, persamaan (B.6) boleh diringkaskan menjadi persamaan berikut:

$$\frac{1}{(1-\phi)^{2.5} \left((1-\phi) + \phi \left(\frac{\rho_{CNT}}{\rho_f} \right) \right)} f''' + \frac{1}{2} f f'' - \frac{1}{\left((1-\phi) + \phi \left(\frac{\rho_{CNT}}{\rho_f} \right) \right)} M f' = 0, \quad \dots(B.7)$$

dengan M sebagai parameter medan magnet.

Persamaan tenaga:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{16\sigma^* T_\infty^3}{3k^*(\rho C_p)_{nf}} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}.$$

$$\begin{aligned}
& (U f') \left(-\frac{\eta}{2x} (T_w - T_\infty) \theta' \right) \\
& + \left(-\frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}} (\nu_f U)^{\frac{1}{2}} f + \frac{\eta}{2x} (\nu_f x U)^{\frac{1}{2}} f' \right) \left(\left(\frac{U}{\nu_f x} \right)^{\frac{1}{2}} (T_w - T_\infty) \theta' \right) \\
& = \frac{k_{nf} k_f}{k_f \left((1-\phi) + \phi \frac{(\rho C_p)_{CNT}}{(\rho C_p)_f} \right)} \frac{1}{(\rho C_p)_f} \frac{U}{\nu_f x} (T_w - T_\infty) \theta'' \\
& + \frac{16\sigma^* T_\infty^3}{3k^*} \frac{1}{(1-\phi) + \phi \frac{(\rho C_p)_{CNT}}{(\rho C_p)_f}} \frac{1}{(\rho C_p)_f} \frac{U}{\nu_f x} (T_w - T_\infty) \theta''
\end{aligned} \tag{B.8}$$

Seterusnya, ambil $C_1 = (1-\phi) + \phi \frac{(\rho C_p)_{CNT}}{(\rho C_p)_f}$, persamaan (B.8) boleh diringkaskan kepada persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
& -\frac{U\eta}{2x} (T_w - T_\infty) f' \theta' - \frac{U}{2x} (T_w - T_\infty) f \theta' + \frac{U\eta}{2x} (T_w - T_\infty) f' \theta' \\
& = \left(\frac{\alpha_f}{k_f} \frac{k_{nf} k_f}{k_f C_1} + \frac{16\sigma^* T_\infty^3}{3k^*} \frac{\alpha_f}{k_f C_1} \right) \left(\frac{U}{\nu_f x} \right) (T_w - T_\infty) \theta''
\end{aligned} \tag{B.9}$$

Kemudian, ambil $Nr = \frac{4\sigma^* T_\infty^3}{3k^* k_f}$ dan $Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f}$, persamaan (B.9) diringkaskan menjadi:

$$-\frac{U}{2x} (T_w - T_\infty) f \theta' = \frac{1}{Pr} \frac{1}{C_1} \left[\frac{k_{nf}}{k_f} + \frac{4}{3} Nr \right] \left(\frac{U}{x} \right) (T_w - T_\infty) \theta'' \tag{B.10}$$

Setiap sebutan dalam persamaan (B.10) dibahagi dengan $\frac{U}{x} (T_w - T_\infty)$, persamaan dan persamaan berikut boleh didapati:

$$-\frac{1}{2} f \theta' = \frac{1}{Pr C_1} \left[\frac{k_{nf}}{k_f} + \frac{4}{3} Nr \right] \theta'' \tag{B.11}$$

$$\frac{1}{Pr C_1} \left[\frac{k_{nf}}{k_f} + \frac{4}{3} Nr \right] \theta'' + \frac{1}{2} f \theta' = 0$$

Dalam persamaan (B.11) di atas, nombor Prandtl ialah $Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f}$ dan sebutan $\frac{k_{nf}}{k_f}$

diberikan dalam persamaan (3.41).

Sementara itu, menggunakan penjelmaan keserupaan (3.44), terbitan bagi penjelmaan keserupaan (3.45), syarat sempadan dijelmakan seperti berikut:

Syarat sempadan pada $y = 0$:

1. $u = U_w + L_1 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)$ pada $y = 0$,

$$U f'(0) = U_w + L_1 \left(U \left(\frac{U}{\nu_f x} \right)^{\frac{1}{2}} f''(0) \right)$$

$$f'(0) = \frac{U_w}{U} + \left[L_0 (\text{Re}_w + \text{Re}_\infty)^{\frac{1}{2}} \right] \cdot \left[\left(\frac{U}{\nu_f x} \right)^{\frac{1}{2}} f''(0) \right]$$

$$f'(0) = \frac{U_w}{U} + \left[L_0 \left(U_w \frac{x}{\nu_f} + U_\infty \frac{x}{\nu_f} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \cdot \left[\left(\frac{U}{\nu_f x} \right)^{\frac{1}{2}} f''(0) \right]$$

$$f'(0) = \frac{U_w}{U} + L_0 \left[\left(\frac{x}{\nu_f} \right) (U_w + U_\infty) \right]^{\frac{1}{2}} \left[\left(\frac{U}{\nu_f x} \right)^{\frac{1}{2}} f''(0) \right]$$

$$f'(0) = \frac{U_w}{U} + L_0 \left(\frac{Ux}{\nu_f} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{U}{\nu_f x} \right)^{\frac{1}{2}} f''(0)$$

$$f'(0) = \frac{U_w}{U} + L_0 \frac{U}{\nu_f} f''(0)$$

$$f'(0) = \lambda + \sigma f''(0).$$

2. $v = 0$ pada $y = 0$,

$$-\frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}}(\nu_f U)^{\frac{1}{2}} f(0) + \frac{\eta}{2x}(\nu_f x U)^{\frac{1}{2}} f'(0) = 0$$

$$\frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}}(\nu_f U)^{\frac{1}{2}} f(0) = 0$$

$$f(0) = 0.$$

3. $T = T_w$ pada $y = 0$,

$$(T_w - T_\infty)\theta(0) + T_\infty = T_w$$

$$(T_w - T_\infty)\theta(0) = T_w - T_\infty$$

$$\theta(0) = 1.$$

Syarat sempadan apabila $y \rightarrow \infty$.

4. $u \rightarrow U_\infty$ apabila $y \rightarrow \infty$,

$$U f'(\infty) \rightarrow U_\infty$$

$$f'(\infty) \rightarrow \frac{U_\infty}{U}$$

$$f'(\infty) \rightarrow \frac{U - U_w}{U}$$

$$f'(\infty) \rightarrow 1 - \lambda.$$

5. $T \rightarrow T_\infty$ apabila $y \rightarrow \infty$,

$$(T_w - T_\infty)\theta(\infty) + T_\infty \rightarrow T_\infty$$

$$\theta(\infty) \rightarrow 0.$$

LAMPIRAN C

PENERBITAN PERSAMAAN KESERUPAAN MODEL MATEMATIK NANOBENDALIR ALIRAN BERSAMA

Untuk menurunkan persamaan pembezaan separa dalam sub-bahagian 3.3.2 penjelmaan keserupaan berikut digunakan (Nor Ashikin et al. 2016):

$$\begin{aligned} u &= U f'(\eta), \quad v = -\frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}}(\nu_f U)^{\frac{1}{2}} f(\eta) + \frac{1}{2x} \eta (\nu_f x U)^{\frac{1}{2}} f'(\eta), \\ \eta &= \left(\frac{U}{\nu_f x} \right)^{\frac{1}{2}} y, \quad \psi = (\nu_f x U)^{\frac{1}{2}} f(\eta), \\ \theta(\eta) &= \frac{T - T_{\infty}}{T_w - T_{\infty}}, \quad \phi(\eta) = \frac{C - C_{\infty}}{C_w - C_{\infty}}, \end{aligned} \quad \dots(C.1)$$

dengan ' ditakrifkan sebagai terbitan terhadap pemboleh ubah keserupaan η . Selain itu, sebutan U ditakrifkan sebagai $U = U_w + U_{\infty}$. Untuk menurunkan persamaan tenaga (3.64) dan persamaan kepekatan nanozarah (3.65), terbitan di atas digunakan, dan akan menghasilkan:

Persamaan tenaga:

$$\begin{aligned} u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} &= \frac{k_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{16\sigma^* T_{\infty}^3}{3k^* (\rho C_p)_{nf}} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \\ &+ \tau_a \left[D_B \frac{\partial C}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + \left(\frac{D_T}{T_{\infty}} \right) \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right]. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{U\eta}{2x}(T_w - T_\infty)f'\theta' + \frac{U\eta}{2x}(T_w - T_\infty)f'\theta' - \frac{U}{2x}(T_w - T_\infty)f\theta' \\
& = \frac{k_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}} \frac{U}{v_f x} (T_w - T_\infty)\theta'' + \frac{16\sigma^* T_\infty^3}{3k^* (\rho C_p)_{nf}} \frac{U}{v_f x} (T_w - T_\infty)\theta'' \\
& + \tau_a \left[D_B \left(\left(\frac{U}{v_f x} \right)^{1/2} (C_w - C_\infty)\phi' \right) \left(\left(\frac{U}{v_f x} \right)^{1/2} (T_w - T_\infty)\theta' \right) \right] \\
& + \tau_a \left[+ \left(\frac{D_T}{T_\infty} \right) \left(\left(\frac{U}{v_f x} \right)^{1/2} (T_w - T_\infty)\theta' \right)^2 \right].
\end{aligned} \tag{C.2}$$

Seterusnya, ambil $C_1 = (1 - \phi) + \phi \frac{(\rho C_p)_{CNT}}{(\rho C_p)_f}$, persamaan (3.93) boleh diringkaskan kepada persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
& -\frac{U\eta}{2x}(T_w - T_\infty)f'\theta' - \frac{U}{2x}(T_w - T_\infty)f\theta' + \frac{U\eta}{2x}(T_w - T_\infty)f'\theta' \\
& = \left(\frac{\alpha_f}{k_f} \frac{k_{nf}k_f}{k_f C_1} + \frac{16\sigma^* T_\infty^3}{3k^*} \frac{\alpha_f}{k_f C_1} \right) \left(\frac{U}{v_f x} \right) (T_w - T_\infty)\theta'' \\
& + \tau_a \left[D_B \left(\left(\frac{U}{v_f x} \right)^{1/2} (C_w - C_\infty)\phi' \right) \left(\left(\frac{U}{v_f x} \right)^{1/2} (T_w - T_\infty)\theta' \right) \right] \\
& + \tau_a \left[+ \left(\frac{D_T}{T_\infty} \right) \left(\left(\frac{U}{v_f x} \right)^{1/2} (T_w - T_\infty)\theta' \right)^2 \right].
\end{aligned} \tag{C.3}$$

Kemudian, ambil $Nr = \frac{4\sigma^* T_\infty^3}{3k^* k_f}$ dan $Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f}$, persamaan (C.3) diringkaskan menjadi:

$$\begin{aligned}
-\frac{U}{2x}(T_w - T_\infty)f\theta' &= \frac{1}{\text{Pr}} \frac{1}{C_1} \left[\frac{k_{nf}}{k_f} + \frac{4}{3}Nr \right] \left(\frac{U}{x} \right) (T_w - T_\infty)\theta'' \\
&+ \tau_a \left[D_B \left(\left(\frac{U}{\nu_f x} \right)^{1/2} (C_w - C_\infty)\phi' \right) \left(\left(\frac{U}{\nu_f x} \right)^{1/2} (T_w - T_\infty)\theta' \right) \right] \\
&+ \tau_a \left[+ \left(\frac{D_T}{T_\infty} \right) \left(\left(\frac{U}{\nu_f x} \right)^{1/2} (T_w - T_\infty)\theta' \right)^2 \right].
\end{aligned} \tag{C.4}$$

Setiap sebutan dalam persamaan (C.4) dibahagi dengan $\frac{U}{x}(T_w - T_\infty)$, persamaan dan persamaan berikut boleh didapati:

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{2}f\theta' &= \frac{1}{\text{Pr}C_1} \left[\frac{k_{nf}}{k_f} + \frac{4}{3}Nr \right] \theta'' \\
&+ \tau_a \frac{D_B}{\nu_f} (C_w - C_\infty)\phi'\theta' + \tau_a \frac{D_T}{\nu_f T_\infty} (T_w - T_\infty)(\theta')^2.
\end{aligned} \tag{C.5}$$

$$\frac{1}{\text{Pr}C_1} \left[\frac{k_{nf}}{k_f} + \frac{4}{3}Nr \right] \theta'' + \frac{1}{2}f\theta' + Nb\phi'\theta' + Nb(\theta')^2 = 0$$

Dalam persamaan (C.5) di atas, nombor Prandtl ialah $\text{Pr} = \frac{\nu_f}{\alpha_f}$ dan sebutan $\frac{k_{nf}}{k_f}$

diberikan dalam persamaan (3.41), sebutan Nb adalah kesan gerakan Brown dan ditulis

sebagai $Nb = \frac{\tau_a D_B}{\nu_f} (C_w - C_\infty)$, manakala sebutan Nt adalah kesan termoforesis dan

diberi sebagai $Nt = \frac{\tau_a D_T}{\nu_f T_\infty} (T_w - T_\infty)$.

Persamaan kepekatan nanozarah:

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D_B \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \left(\frac{D_T}{T_\infty} \right) \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{U\eta}{2x}(C_w - C_\infty)f'\phi' + \frac{U\eta}{2x}(C_w - C_\infty)f'\phi' - \frac{U}{2x}(C_w - C_\infty)f\phi' \\
& = D_B \frac{U}{\nu_f x}(C_w - C_\infty)\phi'' + \left(\frac{D_T}{T_\infty}\right) \frac{U}{\nu_f x}(T_w - T_\infty)\theta''
\end{aligned} \dots(C.6)$$

Bahagikan setiap sebutan dalam persamaan (C.6) dengan $\frac{U}{x}$ akan menghasilkan:

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{2}(C_w - C_\infty)f\phi' = \frac{D_B}{\nu_f}(C_w - C_\infty)\phi'' \\
& + \left(\frac{D_T}{T_\infty}\right) \frac{1}{\nu_f}(T_w - T_\infty)\theta''
\end{aligned} \dots(C.7)$$

Seterusnya, persamaan (C.7) dibahagikan dengan $\frac{D_B}{\nu_f}(C_w - C_\infty)$, dan akan menghasilkan persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
& \phi'' + \frac{\nu_f}{2D_B}f\phi' + \frac{D_T(T_w - T_\infty)}{D_B T_\infty(C_w - C_\infty)}\theta'' = 0 \\
& \phi'' + \frac{1}{2}Le f\phi' + \frac{Nt}{Nb}\theta'' = 0
\end{aligned} \dots(C.8)$$

dengan $Le = \frac{\nu_f}{D_B}$ ialah nombor Lewis.

Selanjutnya, menggunakan penjelmaan keserupaan (C.1), terbitan bagi penjelmaan keserupaan syarat sempadan $u = U_w + L_1 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)$, $v = 0$ dan $T = T_w$ pada $y = 0$ masing-masing seperti dalam persamaan (3.48), manakala syarat sempadan untuk

$D_B \frac{\partial C}{\partial y} + \frac{D_T}{T_\infty} \frac{\partial T}{\partial y}$ pada $y = 0$ adalah seperti berikut:

$$1. \quad D_B \frac{\partial C}{\partial y} + \frac{D_T}{T_\infty} \frac{\partial T}{\partial y} \text{ pada } y = 0,$$

$$D_B \left(\left(\frac{U}{v_f x} \right)^{1/2} (C_w - C_\infty) \phi' \right) + \frac{D_T}{T_\infty} \left(\left(\frac{U}{v_f x} \right)^{1/2} (T_w - T_\infty) \theta' \right) = 0,$$

$$D_B (C_w - C_\infty) \phi' + \frac{D_T}{T_\infty} (T_w - T_\infty) \theta' = 0,$$

$$\phi' + \frac{D_T (T_w - T_\infty)}{T_\infty D_B (C_w - C_\infty)} \theta' = 0$$

$$\phi' + \frac{Nt}{Nb} \theta' = 0$$

Apabila $y \rightarrow \infty$, penjelmaan keserupaan bagi syarat sempadan $u \rightarrow U_\infty, T \rightarrow T_\infty$ adalah seperti dalam persamaan (3.48). Manakala, penjelmaan syarat sempadan $C \rightarrow C_\infty$ apabila $y \rightarrow \infty$ adalah seperti berikut:

$$2. \quad C \rightarrow C_\infty \text{ apabila } y \rightarrow \infty.$$

$$(C_w - C_\infty) \phi(\infty) + C_\infty \rightarrow C_\infty$$

$$\phi(\infty) \rightarrow 0.$$

LAMPIRAN D

ATUR CARA BVP4C BAGI MODEL TIWARI DAN DAS DALAM NANO BENDALIR MONO

```

function a_Problem1_NEW_bvp4c

format long g

%Define all parameters
global Pr lambda beta phi n_r M K A E1 E2 rho_f cp_f k_f rho_cnt
cp_cnt k_cnt

%Boundary layer thickness & stepsize
etaMin = 0;
etaMax1 = 10;
etaMax2 = 10;
stepsize1 = etaMax1;
stepsize2 = etaMax2;

%Input for the parameters
Pr = 6.2;
lambda = 1;
beta = 0;
phi = 0.2;
n_r = 0;
M = 0;

rho_f = 997;
cp_f = 4179;
k_f = 0.613;

rho_cnt = 2600;
cp_cnt = 425;
k_cnt = 6600;

K = (1-phi+2*phi*((k_cnt)/(k_cnt-k_f))*log((k_cnt+k_f)/(2*k_f)))/(1-
phi+2*phi*((k_f)/(k_cnt-k_f))*log((k_cnt+k_f)/(2*k_f)));
E1 = (1-phi)^2.5;
E2 = (1-phi+(phi*rho_cnt/rho_f));
A = 1-phi+((phi*(rho_cnt*cp_cnt))/(rho_f*cp_f));

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% first solution %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

options = bvpset('stats','off','RelTol',1e-10);
solinit = bvpinit (linspace (etaMin, etaMax1, stepsize1),
    @OdeInit1);
sol = bvp4c (@OdeBVP, @OdeBC, solinit, options);
eta = linspace (etaMin, etaMax1, stepsize1);
y = deval (sol, eta);

figure(1)
plot(sol.x,sol.y(2,:), 'k')
xlabel('\eta')
ylabel('f`(\eta)')
hold on

figure(2)

```

```

plot(sol.x,sol.y(4,:), 'k')
xlabel('\eta')
ylabel('t(\eta)')
hold on

%Saving the output in txt file for first solution
descri = [sol.x; sol.y];
save Problem1_upper.txt' descri -ascii

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% second solution %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

options = bvpset('stats','off','RelTol',1e-10);
solinit = bvpinit (linspace (etaMin, etaMax2, stepsize2),
    @OdeInit2);
sol = bvp4c (@OdeBVP, @OdeBC, solinit, options);
eta = linspace (etaMin, etaMax2, stepsize2);
y = deval (sol, eta);

figure(1)
plot(sol.x,sol.y(2,:), '--k')
xlabel('\eta')
ylabel('f'(\eta)')
hold on

figure(2)
plot(sol.x,sol.y(4,:), '--k')
xlabel('\eta')
ylabel('t(\eta)')
hold on

%Saving the output in txt file for second solution
descri = [sol.x; sol.y];
save 'Problem1_lower.txt' descri -ascii

]
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Define the ODE function
function ff = OdeBVP (~, y, Pr, E1, E2, K, A, B, M)

global Pr E1 E2 K A B M

ff = [y(2)
      y(3)
      -E1*E2*0.5*(y(1)*y(3))+(E1*M*y(2))
      y(5)
      ((-3*Pr*A)/(3*K+4*n_r))*(0.5*y(1)*y(5))];

%Define the boundary condition
function res = OdeBC (ya, yb, lambda, beta, K)

global lambda beta K

res = [ya(1)
      ya(2)-lambda-(beta*ya(3))
      ya(4)-1
      yb(2)-1+lambda
      yb(4)];

```

```
%Setting the initial guess for first solution
function v = OdeInit1 (~, lambda, beta, K)

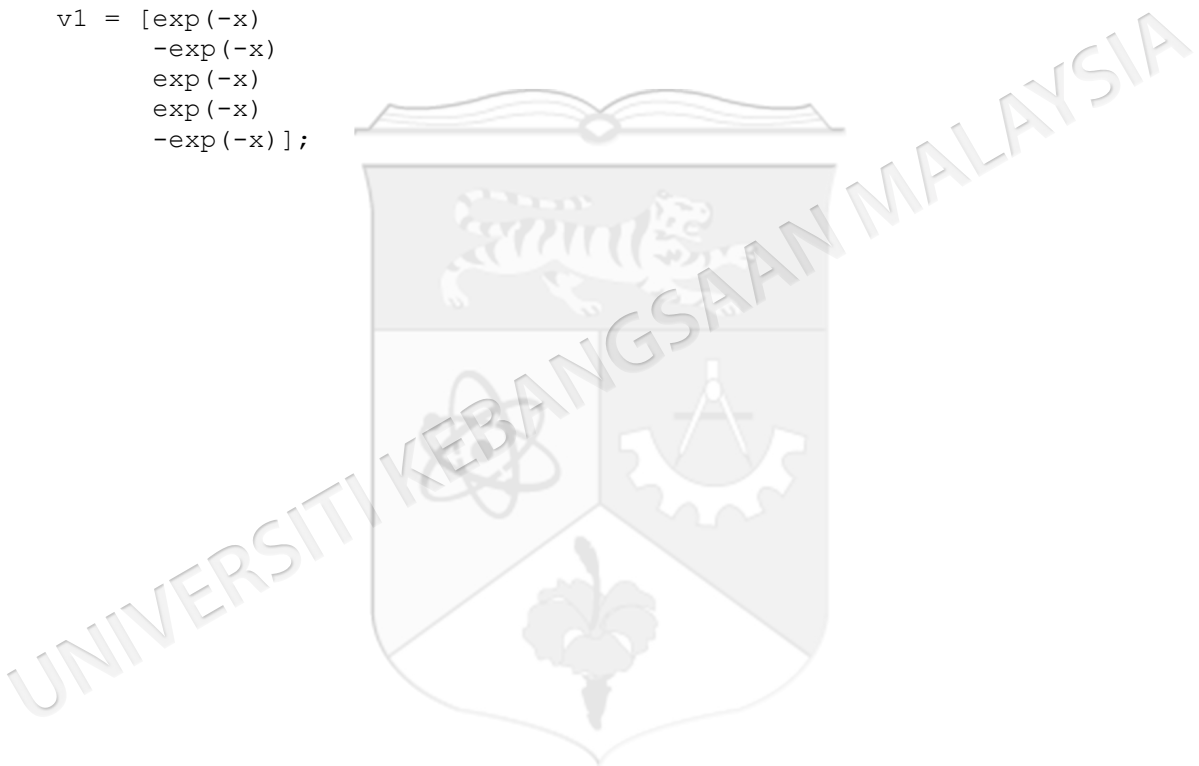
global lambda beta K

v = [0.3
     0
     0
     0
     0];

%Setting the initial guess for second solution
function v1 = OdeInit2 (x, lambda, beta, K)

global lambda beta K

v1 = [exp(-x)
      -exp(-x)
      exp(-x)
      exp(-x)
      -exp(-x)];
```



LAMPIRAN E

**ATUR CARA BVP4C BAGI MODEL ALIRAN BERSAMA DALAM
NANOBENDALIR MONO**

```

function a_upper_lower_Problem2_NEW_bvp4c

format long g

%Define all parameters
global Pr lambda sigma phi M n_r K1 K A E1 E2 Nb Nt Le

%Boundary layer thickness & stepsize
etaMin = 0;
etaMax1 = 15; %blt 1st solution
etaMax2 = 15; %blt 2nd solution
stepsize1 = etaMax1;
stepsize2= etaMax2;

%Input for the parameters
Pr = 6.2;
lambda = -0.3;
phi = 0;
sigma = 0;
n_r = 0;
M = 0;
Nb = 0.1;
Nt = 0.1;
Le = 3;

K1 = 1-phi+2*phi*((k_c)/(k_c-k_f))*log((k_c+k_f)/(2*k_f));
K = K1/(1-phi+2*phi*((k_f)/(k_c-k_f))*log((k_c+k_f)/(2*k_f)));
E1 = (1-phi)^2.5;
E2 = (1-phi)+(phi*rho_c/rho_f);
A = 1-phi+((phi*(rho_c*C_c))/(rho_f*C_f));

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% first
solution %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

options = bvpset('stats','off','RelTol',1e-10);
solinit = bvpinit (linspace (etaMin, etaMax1, stepsize1),
@OdeInit1);
sol = bvp4c (@OdeBVP, @OdeBC, solinit, options);
eta = linspace (etaMin, etaMax1, stepsize1);
y = deval (sol, eta);

figure(1)
plot(sol.x,sol.y(2,:), 'g')
xlabel('\eta')
ylabel('f'(\eta)')
hold on

figure(2)
plot(sol.x,sol.y(4,:), 'g')
xlabel('\eta')
ylabel('\theta(\eta)')
hold on

```

```

figure(3)
plot(sol.x,sol.y(6,:), 'g')
xlabel('\eta')
ylabel('\phi(\eta)')
hold on

%Saving the output in txt file for first solution
descri = [sol.x; sol.y];
save 'Problem2_upper.txt' descri -ascii

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% second
solution %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

options = bvpset('stats','off','RelTol',1e-10);
solinit = bvpinit (linspace (etaMin, etaMax2, stepsize2),
@OdeInit2);
sol = bvp4c (@OdeBVP, @OdeBC, solinit, options);
eta = linspace (etaMin, etaMax2, stepsize2);
y = deval (sol, eta);

figure(1)
plot(sol.x,sol.y(2,:), '--g')
xlabel('\eta')
ylabel('f'(\eta)')
hold on

figure(2)
plot(sol.x,sol.y(4,:), '--g')
xlabel('\eta')
ylabel('\theta(\eta)')
hold on

figure(3)
plot(sol.x,sol.y(6,:), 'g')
xlabel('\eta')
ylabel('\phi(\eta)')
hold on

%Saving the output in txt file for second solution
descri = [sol.x; sol.y];
save 'Problem2_lower.txt' descri -ascii

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%Define the ODE function
function ff = OdeBVP (~, y, Pr, E1, E2, K, A, B, M, Nb, Nt, Le)

global Pr E1 E2 K A B M Nb Nt Le

ff = [y(2)
      y(3)
      -E1*E2*(0.5*y(1)*y(3)-M*(1/E2)*y(2))
      y(5)
      ((-
3*Pr*A)/(3*K+4*n_r))*(0.5*y(1)*y(5)+Nb*y(5)*y(7)+Nt*y(5)*y(5))
      y(7)

```

```
(-1)*(0.5*Le*y(1)*y(7)+(Nt/Nb)*((-
3*Pr*A)/(3*K+4*n_r))*(0.5*y(1)*y(5)+Nb*y(5)*y(7)+Nt*y(5)*y(5))]);
```

```
%Define the boundary condition
```

```
function res = OdeBC (ya, yb, sigma, lambda)
```

```
global sigma lambda
```

```
res = [ ya(1)
        ya(2)-lambda-(sigma*ya(3))
        ya(4)-1
        ya(6)-1
        yb(2)-1+lambda
        yb(4)
        yb(6)];
```

```
%Setting the initial guess for first solution
```

```
function v = OdeInit1 (~, sigma, K)
```

```
global K sigma
```

```
v = [0.4
      0
      0
      0
      0
      0
      0];
```

```
%Setting the initial guess for second solution
```

```
function v1 = OdeInit2 (x, lambda, sigma, K)
```

```
global lambda sigma K
```

```
v1 = [0.1+exp(-x)
      -exp(-x)
      exp(-x)
      exp(-x)
      -exp(-x)
      exp(-x)
      -exp(-x)];
```

```
%v1 = [0
        0
        0
        0
        0];
```

```
% function v1 = OdeInit2 (x, M, lambda, beta, K)
```

```
%
```

```
% global M lambda beta K
```

```
%
```